05,11

Сверхтвердая магнитная фаза в двумерном изингоподобном антиферромагнетике с большой одноионной анизотропией

© А.Г. Мелешко, Ф.Н. Клевец, Г.А. Гореликов, О.А. Космачев, Ю.А. Фридман ¶

Крымский федеральный университет им. В.И. Вернадского,
Симферополь, Россия

¶ E-mail: yuriifridman@gmail.com

(Поступила в Редакцию 14 февраля 2017 г.)

Исследована модель Изинга с фрустрированным обменным взаимодействием для ультратонкой сильно анизотропной антиферромагнитной пленки в среднеполевом приближении при низкой температуре. Показано, что при определенном соотношении величин материальных констант в системе может реализоваться пространственно-неоднородное состояние наряду с однородными состояниями: ферромагнитной, квадрупольной или сверхтвердой магнитной фазой. На основе анализа линий устойчивости построена фазовая диаграмма системы.

Ф.Н. Клевец и А.Г. Мелешко благодарят фонд Дмитрия Зимина „Династия“ за финансовую поддержку. Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проекты № 16-02-00069 а, 15-42-01007 р_юг_а, 16-42-910441 р_а и 16-32-00098).

DOI: 10.21883/FTT.2017.09.44842.040

1. Введение

В последнее время повышенный интерес вызывают исследования магнитных материалов, в которых имеет место конкуренция обменного взаимодействия и одноионной анизотропии. Это связанно с поиском новых квантовых состояний, существование которых было доказано теоретически для бозе-газов и которые могут реализоваться в магнетиках. В 2004 году было объявлено об экспериментальном обнаружении „сверхтвердого“ состояния ^{4}He [1]. И хотя последующие исследования не подтвердили это открытие [2], работа [1] не только стимулировала разнообразные экспериментальные исследования в этом направлении, но и реанимировала работу по поиску новых квантовых состояний в магнетиках. Аналогом сверхтвердой фазы в бозе-конденсате для спиновых систем является промежуточное состояние между антиферромагнитной и спин-флоп фазой, в котором параметры порядка обеих фаз отличны от нуля, что было теоретически показано еще в 1970 г. [3]. Сорок лет спустя экспериментальные исследования газа из ионов рубидия, охлажденного до сверхнизких температур, показали, что он может находится в сверхтвердом состоянии [4]. Необходимо отметить, что термин „сверхтвердый“ описывает не твердое тело, а скорее кристалл, обладающий сверхтекучестью. В данном случае [4] газообразный рубидий распределился по ячейкам, образованным полем оптической решетки, т. е. атомы были вынуждены образовать кристалл, по сути оставаясь разреженным газом.

Помимо газов в оптических решетках сверхтвердую магнитную фазу можно обнаружить и в других квантовых магнетиках [5–10]. После того как была доказана возможность реализации сверхтвердой фазы в двухподрешеточных спиновых системах [11,12], такие системы стали одними из перспективных кандидатов для обнаружения данного состояния [11,13–19]. Например, к такого рода системам относится низкоразмерный гейзенберговский антиферромагнетик со спином единица, обладающий одноионной анизотропией [13]. Магнитными материалами, имеющими подходящую структуру и обладающими легкоплоскостной одноионной анизотропией, являются, например, $Ni(C_2H_8N_2)_2NO_2(ClO_4)$ [20] и $Ni(C_2H_8N_2)_2Ni(CN_4)$ [21]. Однако в указанных материалах сверхтвердое состояние не реализуется, поскольку одним из условий реализации сверхтвердой магнитной фазы является наличие в системе большой легкоплоскостной одноионной анизотропии, в то время как указанные материалы являются слабо анизотропными, т. е. при температурах, меньших температуры Нееля, они находятся в спонтанно упорядоченном состоянии. Во внешнем магнитном поле магнитные моменты в таких системах ориентируются по полю, и уже при достаточно малых полях в них реализуется ферромагнитное упорядочение.

Материалами, обладающими большой одноионной анизотропией, являются, например, антиферромагнетики $CsFeBr_3$ [22,23], $RbFeBr_3$ [24] и $CsFeCl_3$ [25]. В таких магнетиках квантовые свойства отдельных спинов в эффективном магнитном поле играют решающую роль в формировании динамических и термодинамических свойств [26,27]. Влияние большой одноионной анизотропии проявляется, в том числе, в квантовом сокращении спина, приводящем к тому, что среднее значение намагниченности (векторный параметр порядка) на узле равно нулю, и в системе реализуется дальний магнитный порядок тензорного типа — квадрупольная фаза. В этой фазе параметры порядка системы образуют тензор квадрупольных моментов, в отличие от векторных параметров порядка, характеризующих магнитное упорядочение в дипольных фазах (ферромагнитной, антиферромагнитной и т. п.).

Также одним из перспективных кандидатов на обнаружение сверхтвердой магнитной фазы являются фрустрированные магнетики [28,29]. Простейшим примером такой системы может быть двухподрешеточный антиферромагнетик, в котором обменное взаимодействие между магнитными ионами в подрешетке отличается от межподрешеточного обменного взаимодействия. Как было показано ранее [13,28–32], в такой системе могут реализовываться разнообразные фазовые состояния: спиновая жидкость, сверхтвердая фаза, магнитные плато. Если рассматривать частный случай двухподрешеточного изинговского антиферромагнетика, которому соответствует, например $Ba_2CoGe_2O_7$, то все перечисленные фазовые состояния могут быть обнаружены в нем [29,30], однако области их существования и типы фазовых переходов могут существенным образом отличаться. Кроме того, очевидно, что реализация указанных выше состояний существенно зависит от величины и типа одноионной анизотропии [13,29–32].

Существует довольно много исследований сверхтвердой магнитной фазы для трехмерных двухподрешеточных антиферромагнетиков с большой легкоплоскостной одноионной анизотропией [12,13,29–35], т. е. без учета магнитодипольного взаимодействия. Однако магнитодипольное взаимодействие оказывает существенное влияние не только в обычных кристаллах, но и в спиновых конденсатах [36]. Такие системы (с существенным магнитодипольным взаимодействием) являются перспективными с точки зрения квантовой обработки информации [37,38] и квантовых вычислений [39]. К сожалению, нам не удалось найти работ, посвященных исследованию сверхтвердой магнитной фазы в двумерных системах. Очевидно, двумерность системы подразумевает существенное влияние магнитодипольного взаимодействия, которое может усиливать легкоплоскостную анизотропию и приводить к реализации пространственно-неоднородных состояний, например плоскопараллельных доменов [40–42] и вихревых структур [43–45]. При этом данные состояния могут реализовываться не только в ферромагнетиках, но также и в антиферромагнетиках [44–47].

Целью данной работы является исследование фазовых состояний и спектров элементарных возбуждений в ультратонкой (двумерной) сильно анизотропной антиферромагнитной пленке со спином единица и фрустрированным изингоподобным обменным взаимодействием (рис. 1) в области низких температур в приближении среднего поля. Мы рассматриваем случай, когда обменное взаимодействие приводит к ферромагнитному упорядочению в подрешетках, в то время как межподрешеточное обменное взаимодействие — антиферромагнитного типа. Вопрос о возможности использования приближения среднего поля в данном случае требует дополнительного обсуждения, которое будет приведено ниже в тексте статьи.

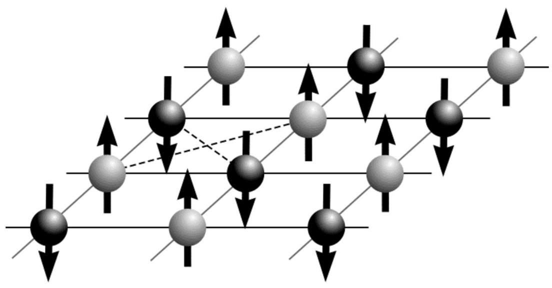

Рис. 1. Простая квадратная решетка двумерного двухподрешеточного изингоподобного антиферромагнетика со слабой одноионной анизотропией в отсутствие внешнего магнитного поля. Сплошные линии показывают расстояние между узлами в разных подрешетках, штриховые линии — расстояние между узлами в одной подрешетке.

2. Модель

Кристаллическая решетка рассматриваемой системы показана схематически на рис. 1. Как видно из рис. 1, наша модель описывает двумерную систему с эквивалентными подрешетками, состоящими из магнитных ионов со спином единица, формирующих шахматное упорядочение. Такая система может рассматриваться как двумерный двухподрешеточный антиферромагнетик. Расстояние между соседними подрешетками меньше, чем между соседними узлами в подрешетке, в результате чего энергия обменного взаимодействия между подрешетками больше, чем энергия обменного взаимодействия внутри подрешетки, что приводит к антиферромагнитному упорядочению.

Единичный спин является тем минимальным значением спина, для которого возможно существование одноосной одноионной анизотропии. В данном исследовании мы выбрали для рассмотрения анизотропию типа „легкая плоскость“, с базисной плоскостью XOY. Внешнее магнитное поле перпендикулярно базисной плоскости, т. е. параллельно оси OZ. Данную модель можно описать следующим гамильтонианом:

$$\mathscr{H} = -\frac{1}{2}\sum_{n,n'} J_{nn'} S_n^z S_{n'}^z - \frac{1}{2}\sum_{n,n'} V_{nn'}^{ij} S_n^i S_{n'}^j + \frac{1}{2}\sum_{n,m} \tilde{J}_{nm} S_n^z S_m^z - \frac{1}{2}\sum_{n,m} \tilde{V}_{nm}^{ij} S_n^i S_m^j + D\sum_n \left(S_n^z\right)^2 - H\sum_n S_n^z, \qquad (1)$$

где $J_{nn'}$ и $\tilde{J}_{nm}$ — подрешеточный (ферромагнитный) и межподрешеточный (антиферромагнитный) обменные интегралы, соответственно, причем $J_{nn'} < \tilde{J}_{nm}$, $V_{nn'}^{ij}$ и $\tilde{V}_{nm}^{ij}$ — компоненты тензоров подрешеточного и межподрешеточного магнитодипольного взаимодействия, D — константа одноионной анизотропии, H — внешнее магнитное поле в энергетических единицах, S_n^i — i-я проекция оператора спина в узле n. Фурье-компоненты тензоров магнитодипольного взаимодействия внутри подрешетки имеют вид [48]

$$V_k^{xx} = \frac{A_0}{3} - \Omega_0 k \cos^2\psi, \quad V_k^{yy} = \frac{A_0}{3} - \Omega_0 k \sin^2\psi,$$
$$V_k^{zz} = -\frac{2}{3}A_0 + \Omega_0 k, \quad V_k^{xy} = V_k^{yx} = -\frac{\Omega_0}{2} k \sin 2\psi,$$
$$V_k^{xz} = V_k^{zx} = V_k^{yz} = V_k^{zy} = 0, \qquad (2)$$

где $A_0 = \frac{3}{2}(g\mu_B)^2 \sum_{R\neq 0} R^{-3}$ и $\Omega_0 = \frac{2\pi}{a^2}(g\mu_B)^2$ — параметры магнитодипольного взаимодействия, g — гиромагнитное отношение, μ_B — магнетон Бора, a^2 — „объем" плоской элементарной ячейки в подрешетке, k — волновой вектор, ψ — угол, образуемый волновым вектором с осью OX в базисной плоскости XOY. Такой выбор способа задания ориентации волнового вектора в базисной плоскости произволен и не снижает общности рассматриваемой задачи. Он был сделан с единственной целью упростить последующие вычисления. Выражения для Фурье-компонент тензора магнитодипольного взаимодействия между подрешетками имеют вид, аналогичный (2), с учетом замены параметров магнитодипольного взаимодействия на $\tilde{A}_0$ и $\tilde{\Omega}_0$, характеризующие межподрешеточное магнитодипольное взаимодействие. Причем, как было отмечено выше, имеют место следующие соотношения: $\tilde{A}_0 > A_0$ и $\tilde{\Omega}_0 > \Omega_0$.

В дальнейшем мы предполагаем, что энергия обменных взаимодействий много меньше энергии одноионной анизотропии. Таким образом, имеет место следующее соотношение материальных параметров системы: $D \gg \tilde{J}_0 > J_0 \gg \tilde{A}_0 > A_0$. При этом величина внешнего магнитного поля является варьируемым параметром. Кроме того, мы рассматриваем случай низких температур ($T \to 0$).

3. Однородные состояния

Предположим, что внешнее магнитное поле настолько велико, что зеемановская энергия преобладает над энергиями других взаимодействий ($H \gg D \gg \tilde{J}_0 > J_0 \gg \gg \tilde{A}_0 > A_0$). Очевидно, что в таком случае магнитные моменты всех узлов ориентируются вдоль поля, т.е. поведение системы можно свести к поведению ферромагнетика. Выделяя среднее поле, гамильтониан (1) можно представить в следующем виде: $\mathcal{H} = \mathcal{H}_0 + \mathcal{H}_{\text{int}}$, где $\mathcal{H}_{\text{int}}$ — гамильтониан взаимодействия, а $\mathcal{H}_0$ — одноузельный гамильтониан, который в данном случае имеет следующий вид:

$$\mathcal{H}_0 = -\left\{H + \left[J_0 - \frac{2}{3}A_0 - \frac{1}{2}\left(\tilde{J}_0 + \frac{2}{3}\tilde{A}_0\right)\right]\langle S^z\rangle\right\} \times \sum_n S_n^z + D\sum_n \left(S_n^z\right)^2. \qquad (3)$$

В рассматриваемом случае использование приближения среднего поля вполне обосновано, поскольку мы рассматриваем случай низких температур, когда температурные флуктуации малы и практически не влияют на состояние системы. Что же касается квантовых флуктуаций, то они конечны, поскольку сходимость интеграла флуктуаций для всех однородных состояний обеспечивается учетом магнитодипольного взаимодействия [48–51] и влиянием внешнего магнитного поля. Поэтому теорема Мермина–Вагнера о реализации дальнего магнитного порядка в двумерных системах не применима для рассматриваемой модели. Таким образом, можно утверждать, что приближение среднего поля можно использовать при рассмотрении данной модели. Кроме того, как было доказано в [26,27], приближение среднего поля можно использовать при рассмотрении систем любой размерности. Также необходимо отметить работу [5], где было показано, что приближение среднего поля дает правильные результаты для модели Гейзенберга с фрустрированным обменным взаимодействием для спина 1/2, в частности при исследовании сверхтвердой магнитной фазы.

Решая уравнение Шредингера с гамильтонианом (3), найдем уровни энергии магнитного иона и его собственные функции

$$E_{1,-1} = \mp H + D \mp \left[J_0 - \frac{2}{3}A_0 - \frac{1}{2}\left(\tilde{J}_0 + \frac{2}{3}\tilde{A}_0\right)\right]\langle S^z\rangle;$$
$$E_0 = 0; \qquad (4)$$
$$|\Psi(1)\rangle = |1\rangle; \quad |\Psi(0)\rangle = |0\rangle; \quad |\Psi(-1)\rangle = |-1\rangle. \qquad (5)$$

Как видно из (4), когда энергия внешнего магнитного поля превосходит энергии всех других взаимодействий в системе, нижайшим энергетическим уровнем является E_1, а, следовательно, $|1\rangle$ — основное состояние системы. На базисе собственных функций системы построим операторы Хаббарда $X^{MM'} = |\Psi(M)\rangle\langle\Psi(M')|$, описывающие переход магнитного иона из состояния M в состояние M' [51–54]. В рассматриваемом случае сильного внешнего магнитного поля спиновые операторы связаны с операторами Хаббарда простыми соотношениями

$$S^z = X^{11} - X^{-1-1};$$
$$S^+ = \sqrt{2}(X^{10} + X^{0-1}); \quad S^- = (S^+)^\dagger. \qquad (6)$$

При этом среднее значение намагниченности на узле $\langle S^z\rangle = 1$. Такое значение параметра порядка характерно для ферромагнитного упорядочения, реализация которого обусловлена сильным внешним полем.

Чтобы определить границы существования ферромагнитного состояния, исследуем его динамические особенности, а именно рассмотрим спектры элементарных возбуждений, которые можно найти, рассмотрев полюса функции Грина системы [52–54]: $G^{\alpha\beta}(n,\tau,n',\tau') = -\langle\hat{T}\tilde{X}_n^\alpha(\tau)\tilde{X}_{n'}^\beta(\tau')\rangle$ где α и β — так называемые корневые векторы, определяемые алгеброй операторов Хаббарда [12,53,55], $\hat{T}$ — оператор Вика, $\tilde{X}_n^\alpha(\tau) = e^{\mathcal{H}\tau}X_n^\alpha e^{-\mathcal{H}\tau}$ — оператор Хаббарда в представлении взаимодействия, $\mathcal{H} = \mathcal{H}_0 + \mathcal{H}_{\text{int}}$ — полный гамильтониан системы. В терминах операторов Хаббарда одноузельный гамильтониан имеет диагональный вид $\mathcal{H}_0 = \sum_M E_M X_n^{MM}$, а гамильтониан взаимодействия можно представить следующим образом:

$$\mathcal{H}_{\text{int}} = -\frac{1}{2}\sum_{\substack{n,n'\\ \alpha,\beta}} \left\{\mathbf{c}(\alpha)\hat{B}_{nn'}\mathbf{c}(\beta)\right\} X_n^\alpha X_{n'}^\beta, \qquad (7)$$

где **c** — вектор, компоненты которого определяются из связи спиновых операторов с операторами Хаббарда (6), а матрица $\hat{B}_{nn'}$ — блочная матрица, $\hat{B}_{nn'} = \hat{B}_{11} \otimes \hat{B}_{22}$, где $\hat{B}_{11} = J_{nn'} - \frac{\tilde{J}_{nn'}}{2} + V^{zz}_{nn'} + \tilde{V}^{zz}_{nn'}$, а

$$\hat{B}_{22} = \begin{pmatrix} V^{xx}_{nn'} + \tilde{V}^{xx}_{nn'} - V^{yy}_{nn'} - \tilde{V}^{yy}_{nn'} - 2i\left(V^{xy}_{nn'} + \tilde{V}^{xy}_{nn'}\right) & V^{xx}_{nn'} + \tilde{V}^{xx}_{nn'} + V^{yy}_{nn'} + \tilde{V}^{yy}_{nn'} \\ V^{xx}_{nn'} + \tilde{V}^{xx}_{nn'} + V^{yy}_{nn'} + \tilde{V}^{yy}_{nn'} & V^{xx}_{nn'} + \tilde{V}^{xx}_{nn'} - V^{yy}_{nn'} - \tilde{V}^{yy}_{nn'} + 2i\left(V^{xy}_{nn'} + \tilde{V}^{xy}_{nn'}\right) \end{pmatrix}.$$

Решение дисперсионного уравнения для ферромагнитной фазы позволяет найти спектр элементарных возбуждений, который в длинноволновом пределе имеет следующий вид:

$$\varepsilon_{FM}(k) = \sqrt{\begin{aligned}&\left(H - D + J_0 - \tfrac{\tilde{J}_0}{2} - A_0 - \tfrac{2}{3}\tilde{A}_0\right)^2 + \\ &\quad + \left(H - D + J_0 - \tfrac{\tilde{J}_0}{2} - A_0 - \tfrac{2}{3}\tilde{A}_0\right)\left(\Omega_0 + \tilde{\Omega}_0\right)k\end{aligned}}. \tag{8}$$

Прежде всего отметим, что в спектре (8) имеется корневая зависимость от волнового вектора, обусловленная учетом магнитодипольного взаимодействия. Такая зависимость приводит к сходимости интеграла флуктуаций, а, следовательно, и к стабилизации дальнего магнитного порядка в двумерной системе. Очевидно, спектр (8) становится бездисперсионным, если пренебречь магнитодипольным взаимодействием, что характерно для систем, в которых учитывается только изингоподобное обменное взаимодействие. Необходимо отметить, что если внешнее магнитное поле нарушает симметрию системы, например поле перпендикулярно оси OZ (что не соответствует рассматриваемому случаю, так как поле параллельно оси OZ), то изинговское обменное взаимодействие также может приводить к дисперсии магнонов [56].

Кроме того, видно, что энергия магнонов не зависит от ориентации волнового вектора и принимает минимальное значение при $k = 0$. Линия устойчивости ферромагнитной фазы определяется из обращения в ноль энергетической щели в спектре (8) и имеет вид

$$H^C_{FM} = D - J_0 + \frac{\tilde{J}_0}{2} + A_0 + \frac{2}{3}\tilde{A}_0. \tag{9}$$

Таким образом, учет магнитодипольного взаимодействия изменяет закон дисперсии элементарных возбуждений в ферромагнитной фазе, однако не приводит к возникновению неоднородного состояния. Т.е. влияние магнитодипольного взаимодействия сводится к статической перенормировке линии устойчивости ферромагнитной фазы – уменьшению области существования ферромагнитного состояния по сравнению с результатами, полученными для трехмерных моделей без учета магнитодипольного взаимодействия [33].

Теперь исследуем случай, когда энергия внешнего магнитного поля много меньше энергии одноионной анизотропии ($H \ll D$). В этом случае магнитным моментам энергетически выгодно ориентироваться в базисной плоскости. Одноузельный гамильтониан в этом состоянии совпадет с одноузельным гамильтонианом (3). Решение уравнения Шредингера дает энергетический спектр магнитного иона (4) и собственные функции (5). Однако в исследуемом случае нижайшим энергетическим уровнем является E_0, т.е. в системе происходит инверсия энергетических уровней. При этом состояние $|0\rangle$ является основным состоянием системы. Это приводит к тому, что среднее значение намагниченности на один узел равно нулю, $\langle S^z \rangle = 0$. Таким образом мы получили новое состояние с нулевой намагниченностью, не являющееся при этом парамагнитным, поскольку для него отличны от нуля компоненты тензора квадрупольных моментов, и параметры порядка имеют следующий вид:

$$\langle S^z \rangle = 0; \quad q^0_2 = -2; \quad q^2_2 = q^{xy}_2 = q^{xz}_2 = q^{yz}_2 = 0, \tag{10}$$

где $q^i_2 = \langle O^i_{2n} \rangle$, $O^0_{2n} = 3(S^z_n)^2 - S(S+1)$, $O^2_{2n} = (S^x_n)^2 - (S^y_n)^2$, $O^{ij}_{2n} = [S^i_n, S^j_n]_+$ $(i, j = x, y, z;\ i \neq j)$ — операторы Стивенса [57]. Это так называемое квадрупольное состояние [58,59], описываемое тензорными параметрами порядка. Геометрическим образом этого состояния является эллипс, главная ось которого лежит в плоскости XOY.

Подставляя (10) в (4), можно получить энергетические уровни магнитного иона в квадрупольной фазе в более простом виде

$$E_{\pm 1} = D \mp H; \quad E_0 = 0. \tag{11}$$

Решая дисперсионное уравнение в квадрупольном состоянии, найдем спектр элементарных возбуждений, который в длинноволновом пределе имеет следующий вид:

$$\varepsilon^2_{QU}(k) = D^2 + H^2 - 4D\left[\frac{2}{3}(A_0 + \tilde{A}_0) + (\Omega_0 + \tilde{\Omega}_0)k\right]$$
$$- 2\sqrt{\begin{aligned}&H^2 D\left[D - \tfrac{8}{3}(A_0 + \tilde{A}_0) + 4(\Omega_0 + \tilde{\Omega}_0)k\right] + \\ &\quad + \tfrac{4}{9}D^2(A_0 - \tilde{A}_0)[(A_0 - \tilde{A}_0) + 3(\Omega_0 - \tilde{\Omega}_0)k]\end{aligned}}. \tag{12}$$

Видно, что спектр (12) имеет корневую зависимость от волнового вектора и не зависит от его ориентации. Причем, как и в ферромагнитной фазе, зависимость от волнового вектора возникает благодаря учету магнитодипольного взаимодействия. Минимум энергии элементарных возбуждений наблюдается при нулевом значении k. Линию устойчивости квадрупольного состояния получим из обращения в ноль энергетической щели в спектре (12)

$$H^C_{QU} = D - \frac{2}{3}\left(A_0 + 3\tilde{A}_0\right). \tag{13}$$

В данном случае, как и в случае сильного магнитного поля, влияние магнитодипольного взаимодействия также не приводит к появлению пространственно-неоднородных фазовых состояний, но проявляется в статической перенормировке спектров, уменьшая область существования квадрупольной фазы, по сравнению с результатами, полученными для объемных систем [33].

4. Сверхтвердая магнитная фаза

Теперь рассмотрим случай промежуточных полей, когда $H^C_{QU} < H < H^C_{FM}$. В этом случае конкуренция легкоплоскостной анизотропии, усиливаемой магнитодипольным взаимодействием, внешнего магнитного поля и обменных взаимодействий приводит к тому, что магнитные моменты подрешеток ориентированы под некоторым углом к направлению внешнего поля. Предположим, что в разных подрешетках отклонение магнитных моментов от оси квантования различно, т. е. система находится не в спин-флоп фазе, а в сверхтвердом состоянии [4,12,31,32].

Введем системы координат, привязанные к подрешеткам (рис. 2). Тогда намагниченность первой подрешетки будет составлять некоторый угол ϑ_1 с направлением внешнего магнитного поля (т. е. осью OZ), а намагниченность второй подрешетки — угол ϑ_2 с осью OZ. Для простоты будем считать, что намагниченности подрешеток лежат в плоскости XOZ. Это упрощает рассмотрение, но совершенно не влияет на общность рассматриваемой задачи.

Исследование данного состояния удобно проводить в подвернутой системе координат, когда намагниченности подрешеток ориентированы вдоль оси OZ. Повернем систему координат, связанную с первой подрешеткой, на угол ϑ_1 вокруг оси OY, а систему координат, связанную со второй подрешеткой — на угол ϑ_2. При этом гамильтониан (1) можно представить в виде суммы двух слагаемых, одно из которых диагонально в терминах операторов Хаббарда (6), $\mathscr{H}_{\text{diag}} \sim X^{MM}$, а второе — содержит члены, пропорциональные недиагональным операторам Хаббарда, $\mathscr{H}_{\text{nondiag}} \sim X^{MM'}$.

В данном случае удобно диагонализовать гамильтониан, используя метод бозонизации операторов Хаббарда [60]. Основная идея этого метода состоит в том, чтобы построить бозевский аналог гамильтониана системы, т. е. некоторым образом связать операторы Хаббарда с операторами рождения и уничтожения так, чтобы определенная часть матричных элементов совпадала с матричными элементами гамильтониана (1). Однако проблема состоит в том, что размерность физического пространства операторов Хаббарда равна трем (для $S = 1$), тогда как гильбертово пространство операторов рождения и уничтожения бесконечномерное. Эту проблему удается решить путем построения псевдохаббардовских операторов, которые действуют в бесконечномерном гильбертовом пространстве состояний и определенным образом связаны как с операторами рождения и уничтожения квазичастиц, так и с операторами Хаббарда [60]. Используя данный подход, мы можем представить гамильтониан (1) через бозе-операторы

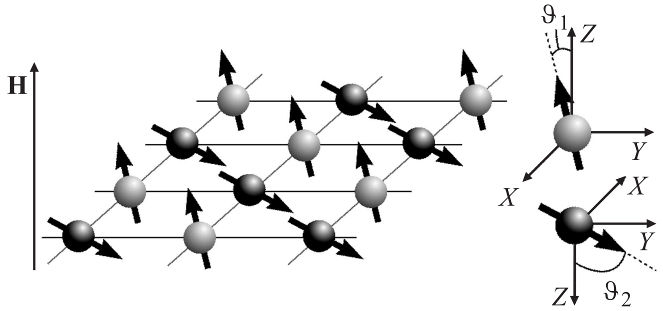

Рис. 2. Ориентация магнитных моментов подрешеток в сверхтвердой магнитной фазе.

рождения и уничтожения, в результате чего для i-той подрешетки получим

$$\mathscr{H}_i = \mathscr{H}_i^{(1)} + \mathscr{H}_i^{(2)}, \tag{14}$$

где $\mathscr{H}_i^{(1)}$ содержит только слагаемые, линейные по операторам рождения и уничтожения магнонов, а $\mathscr{H}_i^{(2)}$ представляет собой гамильтониан идеального газа магнонов. Поскольку среднее от линейных слагаемых обращается в ноль, то они не несут никакого физического смысла, и можно положить амплитуды при этих слагаемых равными нулю, что приводит к системе уравнений на равновесное значение углов ориентации магнитных моментов подрешеток ϑ_1 и ϑ_2

$$\begin{cases} H - D\cos\vartheta_1 + (J_0 - A_0)\cos^2\vartheta_1 \\ \qquad + \dfrac{1}{2}\left(\tilde{J}_0 - \dfrac{2}{3}\tilde{A}_0 - \dfrac{\tilde{A}_0 \sin\vartheta_2}{6\sin\vartheta_1}\right)\cos\vartheta_1\cos\vartheta_2 = 0; \\ H - D\cos\vartheta_2 + (J_0 - A_0)\cos^2\vartheta_2 \\ \qquad - \dfrac{1}{2}\left(\tilde{J}_0 + \dfrac{2}{3}\tilde{A}_0 + \dfrac{\tilde{A}_0 \sin\vartheta_1}{6\sin\vartheta_2}\right)\cos\vartheta_1\cos\vartheta_2 = 0. \end{cases} \tag{15}$$

Диагонализуя гамильтониан $\mathscr{H}_i^{(2)}$ с помощью стандартного $u{-}v$ преобразования [61], получим

$$\mathscr{H}_i^{(2)} = \sum_k \varepsilon^i_{SS_1}(k)\alpha_k^\dagger\alpha_k + \sum_k \varepsilon^i_{SS_2}(k)\beta_k^\dagger\beta_k, \tag{16}$$

где $\varepsilon^i_{SS_1}$ и $\varepsilon^i_{SS_2}$ — спектры низкочастотных и высокочастотных магнонов для i-ой подрешетки, α и $\alpha^\dagger$ — бозе-операторы, соответствующие переходу иона из состояния E_1 в состояние E_0, и наоборот, а β и $\beta^\dagger$ — соответствуют переходу из состояния E_1 в состояние E_{-1}, и наоборот. Точный вид этих спектров невозможно найти аналитически, но можно найти выражения для спектров по теории возмущений вблизи линий устойчивости ферромагнитного состояния. Вблизи этой линии низкочастотный спектр для i-ой подрешетки имеет вид

$$
\begin{aligned}
\left(\varepsilon^{i}_{SS_1}\right)^2 = &\left\{H - D + J_0 + \frac{(-1)^{i+1}}{2}\tilde{J}_0 - A_0 - \frac{2}{3}\tilde{A}_0\right. \\
&+ \frac{1}{4}\left[\left(\Omega_0\cos\vartheta_i - \tilde{\Omega}_0\cos\vartheta_{i+1}\right)\cos\vartheta_i\cos^2\psi\right. \\
&\left.\left.+ 3\left(\Omega_0 + \tilde{\Omega}_0\right)\sin^2\psi\right]k + \frac{1}{8}\left[J_0\sin\vartheta_i + (-1)^i\tilde{J}_0\sin\vartheta_i\right]k^2\right\} \\
&\times\left\{H - D + J_0 + \frac{(-1)^{i+1}}{2}\tilde{J}_0 - A_0 - \frac{\tilde{A}_0}{6}\right. \\
&+ \frac{1}{4}\left[3\left(\Omega_0\cos\vartheta_i - \tilde{\Omega}_0\cos\vartheta_{i+1}\right)\cos\vartheta_i\cos^2\psi\right. \\
&\left.\left.+ \left(\Omega_0 + \tilde{\Omega}_0\right)\sin^2\psi\right]k + \frac{3}{8}\left(J_0\sin\vartheta_i + (-1)^i\tilde{J}_0\sin\vartheta_{i+1}\right)k^2\right\}.
\end{aligned} \tag{17}
$$

Рассмотрим эти спектры вблизи линии фазового перехода в ферромагнитную фазу, когда ϑ_i практически равны нулю. В этом случае линия потери устойчивости сверхтвердой фазы определяется уравнением (17) для второй подрешетки ($i = 2$)

$$
H^C_{SS} = D - J_0 + \frac{\tilde{J}_0}{2} + A_0 + \frac{2}{3}\tilde{A}_0. \tag{18}
$$

Видно, что выражения (9) и (18) совпадают, что указывает на то, что фазовый переход из сверхтвердого состояния в ферромагнитную фазу является фазовым переходом второго рода, а поле (9) или (18) — это поле фазового перехода. Это также видно из системы уравнений (15). Угол ϑ_2 отклонения намагниченности от внешнего магнитного поля становится равным нулю при $H = H^C_{FM}$, в то время как намагниченность первой подрешетки ориентируется по полю раньше.

Очевидно, что спектры (17) существенно зависят от угла ориентации волнового вектора в базисной плоскости ψ. Так, в зависимости от величины угла ψ, знак линейного по волновому вектору слагаемого может меняться. Причем, когда это слагаемое будет отрицательным, мы получим так называемый „неоднородный" спектр элементарных возбуждений [40] — знак при линейных и квадратичных по волновому вектору слагаемых будет разным, в результате чего минимуму энергии элементарных возбуждений соответствует не $k = 0$, а некоторое критическое значение $k = k^*$, которое для спектра (17) имеет вид

$$
\begin{aligned}
k^*_i = &\left[H - D + J_0 + \frac{(-1)^{i+1}}{2}\tilde{J}_0 - A_0 - \frac{7}{12}\tilde{A}_0\right] \\
&\times\left(\tilde{\Omega}_0\cos 2\psi - \Omega_0\right)\Big/\left\{\left[\tilde{J}_0 + (-1)^i J_0\right]\sin^2\vartheta_i\right. \\
&\left.+ \frac{3(\Omega_0 - \tilde{\Omega}_0\cos 2\psi)^2 + (\Omega_0^2 - \tilde{\Omega}_0^2)\sin^2 2\psi}{4\left(H - D + J_0 + \frac{\tilde{J}_0}{2} - A_0 - \frac{7}{12}\tilde{A}_0\right)}\right\}.
\end{aligned} \tag{19}
$$

Из соотношения (19) следует, что период неоднородности, обратно пропорциональный k^*, существенно зависит не только от угла ориентации волнового вектора, но и от соотношений между параметрами магнитодипольного взаимодействия. Анализ этого выражения показывает, что критическое значение волнового вектора k^*_i для обеих подрешеток принимает положительное значение, если $\Omega_0 < \tilde{\Omega}_0\cos 2\psi$. Из этого соотношения легко получить условие на угол ориентации волнового вектора в базисной плоскости, при выполнении которого $k^*_i > 0$

$$
\cos 2\psi > \frac{\Omega_0}{\tilde{\Omega}_0}, \quad \tilde{\Omega}_0 \geq \Omega_0. \tag{20}
$$

Таким образом, при выполнении условия (20) минимум энергии элементарных возбуждений (17) наблюдается при отличных от нуля значениях волнового вектора, при этом система находится в неоднородной магнитной фазе с периодом неоднородности $1/k^*$. Чтобы найти линию устойчивости сверхтвердого магнитного состояния вблизи ферромагнитной фазы, положим энергетическую щель в спектрах (17) равной нулю. Учитывая (19), получаем для первой и второй подрешеток соответственно

$$
H^C_{IN_1} = D - J_0 - \frac{\tilde{J}_0}{2} + A_0 + \frac{2}{3}\tilde{A}_0 - \frac{1}{2\sqrt{2}}\sqrt{\frac{D - J_0 + A_0}{\tilde{J}_0 - J_0}}\left(\tilde{\Omega}_0\cos 2\psi - \Omega_0\right), \tag{21}
$$

$$
H^C_{IN_2} = D - J_0 + \frac{\tilde{J}_0}{2} + A_0 + \frac{2}{3}\tilde{A}_0 - \frac{1}{2\sqrt{2}}\sqrt{\frac{D - J_0 + A_0}{\tilde{J}_0 + J_0}}\left(\tilde{\Omega}_0\cos 2\psi - \Omega_0\right). \tag{22}
$$

Видно, что $H^C_{IN_1} < H^C_{IN_2}$, т. е. вторая подрешетка переходит в пространственно-неоднородное состояние при больших полях. Следовательно, поле перехода из ферромагнитной фазы в неоднородное состояние определяется выражением (22) с периодом неоднородности $1/k^*_2$.

Реализация пространственно-неоднородной фазы в рассматриваемой модели определятся z-ой проекцией намагниченности: чем больше эта проекция намагниченности, тем больше влияние магнитодипольного взаимодействия, определяющего реализацию пространственно-неоднородной магнитной фазы. Однако увеличение внешнего магнитного поля (и, следовательно, z-ой проекции намагниченности) приводит к фазовому переходу из пространственно-неоднородной фазы в однородную сверхтвердую магнитную фазу при $H > H^C_{IN_2}$ из-за конкуренции между внешним магнитным полем и легкоплоскостной анизотропией совместно с изингоподобным обменным взаимодействием. В этом случае линия устойчивости (22) реализуется вблизи ферромагнитной фазы — как видно из выражений (9) и (22), значения H^C_{FM} и $H^C_{IN_2}$ близки. При этом вопрос о фазовых состояниях вблизи линии устойчивости квадрупольной фазы (13) остается открытым. Магнитный мо-

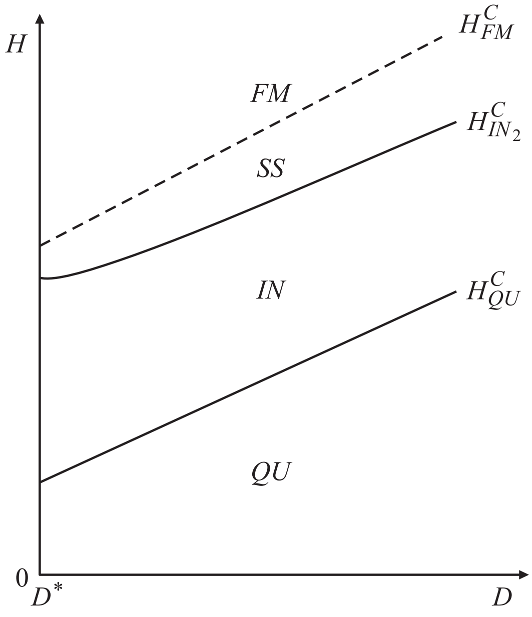

Рис. 3. Качественная фазовая диаграмма исследуемой системы. FM обозначает ферромагнитное состояние, QU — квадрупольную фазу, SS — сверхтвердую магнитную фазу, IN — пространственно-неоднородное состояние. $D^* = 2J_0 - \tilde{J}_0/2$ [33,34]. Сплошные линии обозначают фазовые переходы первого рода, штриховая линия — фазовый переход второго рода.

мент отличен от нуля при $H \gtrsim H^C_{QU}$, но все еще слишком мал из-за сильного влияния большой легкоплоскостной одноионной анизотропии. Это приводит к тому, что влияние магнитодипольного взаимодействия пренебрежимо мало вблизи линии устойчивости квадрупольной фазы. Поэтому аналитический анализ области устойчивости пространственно-неоднородной фазы вблизи H^C_{QU} невозможен. Этот анализ можно провести только численно, но это выходит за рамки настоящего аналитического исследования.

Используя полученные результаты, можно построить качественную фазовую диаграмму рассматриваемой системы (рис. 3). Пунктирная линия на рис. 3 обозначает фазовый переход второго рода из сверхтвердой магнитной фазы в ферромагнитную фазу, в то время как сплошные линии обозначают фазовые переходы первого рода. Необходимо напомнить, что мы рассматриваем случай большой легкоплоскостной одноионной анизотропии, энергия которой превосходит энергию обменного взаимодействия, что приводит к реализации квадрупольной фазы в слабом внешнем магнитном поле. Минимальное значение константы анизотропии, позволяющее реализоваться квадрупольной фазе, было найдено, например в [33,34]: $D^* = 2J_0 - \tilde{J}_0/2$. При меньших значениях константы одноионной анизотропии в системе может реализоваться антиферромагнитная или квадрупольно-антиферромагнитная фаза, но мы не рассматриваем этот случай.

5. Заключение

В работе исследована двумерная двухподрешеточная модель Изинга с ферромагнитным внутриподрешеточным и антиферромагнитным межподрешеточным обменными взаимодействиями и большой легкоплоскостной одноионной анизотропией. Показано, что в сильных магнитных полях подрешетки становятся эквивалентными, и в системе реализуется ферромагнитное состояние, характеризуемое векторным параметром порядка — намагниченностью. В случае слабого внешнего магнитного поля система переходит в квадрупольное состояние с нулевой намагниченностью, описываемое тензорным параметром порядка. В рассматриваемом случае учет магнитодипольного взаимодействия не влияет на динамику системы, проявляясь лишь в статической перенормировке энергетических уровней магнитного иона, а также в виде аддитивного слагаемого в линиях устойчивости однородных состояний (9) и (13). Однако эти аддитивные слагаемые могут быть довольно большими для некоторых редкоземельных сплавов [61,62].

Показано, что при произвольных соотношениях между зеемановской энергией и энергией анизотропии антиферромагнитное упорядочение между узлами различных подрешеток приводит к возникновению сверхтвердой магнитной фазы, т.е. углы ориентации магнитных моментов различных подрешеток различны и определяются системой уравнений (15). При этом магнитодипольное взаимодействие проявляется как в статической перенормировке этих углов, усиливая влияние легкоплоскостной одноионной анизотропии, так и приводит к реализации в системе пространственно-неоднородного состояния. Пространственно-неоднородное состояние может реализоваться лишь при выполнении условий (20), в противном случае система находится в монодоменном состоянии. Также найдены линия устойчивости (22) и период неоднородности вблизи линии фазового перехода из сверхтвердой фазы в пространственно-неоднородную фазу.

Необходимо отметить, что теоретические результаты, полученные в настоящей работе, качественно согласуются с недавними экспериментальными наблюдениями [4], в которых были обнаружены следующие фазы:

а) фазы с различными значениями проекций магнитного момента для различных подрешеток, показанные на рис. 2, b и 5 в [4]. Данным состояниям в нашем случае соответствует сверхтвердая магнитная фаза;

б) спиновое состояние с $|m_z\rangle = 0$, показанное на рис. 2, a и 5 в [4]; в нашем случае соответствующее квадрупольной фазе;

в) и, наконец, ферромагнитная и пространственно-неоднородная фазы, показанные на рис. 7 в [4].

Все фазовые состояния, перечисленные выше, наблюдались экспериментально в вырожденном спинорном бозе-газе ионов ^{87}Rb.

Список литературы

[1] E. Kim, M.H.W. Chan. Nature **427**, 225 (2004).
[2] D.Y. Kim, M.H.W. Chan. Phys. Rev. Lett. **109**, 155301 (2012).
[3] T. Matsuda, T. Tsuneto. Suppl. Prog. Theor. Phys. **46**, 411 (1970).
[4] M. Vengalattore, J. Guzman, S.R. Leslie, F. Serwane, D.M. Stamper-Kurn. Phys. Rev. A **81**, 053612 (2010).
[5] Y. Murakami, R. Oka, H. Aoki. Phys. Rev. B **88**, 224404 (2013).
[6] J. Ye, Y. Chen. Nuclear Physics B **869** [FS], 242 (2013).
[7] D. Rossini, V. Giovannetti, R. Fazio. Phys. Rev. B **83**, 140411(R) (2011).
[8] T. Giamarchi, C. Rüegg, O. Tchernyshyov. Nature Phys. **4**, 198 (2008).
[9] T. Nikuni, M. Oshikawa, A. Oosawa, H. Tanaka. Phys. Rev. Lett. **84**, 5868 (2000).
[10] G. Misguich, M. Oshikawa. J. Phys. Soc. Jpn. **73**, 3429 (2004).
[11] Kwai-Kong Ng, T.K. Lee. Phys. Rev. Lett. **97**, 127204 (2006).
[12] Y.A. Fridman, O.A. Kosmachev, P.N. Klevets. Eur. Phys. J. B **81**, 185 (2011).
[13] P. Sengupta, C.D. Batista. Phys. Rev. Lett. **98**, 227201 (2007).
[14] N. Laflorencie, F. Mila. Phys. Rev. Lett. **99**, 027202 (2007).
[15] J.-D. Picon, A.F. Albuquerque, K.P. Schmidt, N. Laflorencie, M. Troyer, F. Mila. Phys. Rev. B **78**, 184418 (2008).
[16] Pochung Chen, Chen-Yen Lai, Min-Fong Yang. Phys. Rev. B **81**, 020409(R) (2010).
[17] A.F. Albuquerque, N. Laflorencie, J.-D. Picon, F. Mila. Phys. Rev. B **83**, 174421 (2011).
[18] K.P. Schmidt, J. Dorier, A.M. Läuchli, F. Mila. Phys. Rev. Lett. **100**, 090401 (2008).
[19] D. Yamamoto, I. Danshita. Phys. Rev. B **88**, 014419 (2013).
[20] J.P. Renard, M. Verdaguer, L.P. Regnault, W.A.C. Erkelens, J. Rossat-Mignod, J. Ribas, W.G. Stirling, C. Vettier. J. Appl. Phys. **63**, 3538 (1988).
[21] M. Orendáč, A. Orendáčová, J. Černák, A. Feher, P.J.C. Signore, M.W. Meisel, S. Merah, M. Verdaguer. Phys. Rev. B **52**, 3435 (1995).
[22] Y. Tanaka, H. Tanaka, T. Ono, A. Oosawa, K. Morishita, K. Iio, T. Kato, H.A. Katori, M.I. Bartashevich, T. Goto. J. Phys. Soc. Jpn. **70**, 3068 (2001).
[23] B. Dorner, D. Visser, U. Steigenberger, K. Kakurai, M. Steiner. Zeitschrift Phys. **72**, 487 (1988).
[24] A. Harrison, D. Visser. J. Phys.: Condens. Matter **4**, 6977 (1992).
[25] M. Steiner, K. Kakurai, W. Knop, B. Dorner, R. Pynn, U. Happek, P. Day, G. McLeen. Solid State Commun. **38**, 1179 (1981).
[26] D. Ueltschi. Phys. Rev. E **91**, 042132 (2015).
[27] D. Ueltschi. J. Mathematic. Phys. **54**, 083301 (2013).
[28] L. Balents. Nature **464**, 199 (2010).
[29] J. Romhányi, F. Pollmann, K. Penc. Phys. Rev. B **84**, 184427 (2011).
[30] S. Miyahara, N. Furukawa. J. Phys. Soc. Jpn. **80** 073708 (2011).
[31] D. Peters, I.P. McCulloch, W. Selke. Phys. Rev. B **79**, 132406 (2009).
[32] L. Seabra, N. Shannon. Phys. Rev. B **83**, 134412 (2011).
[33] Ph.N. Klevets, O.A. Kosmachev, Yu.A. Fridman. JMMM **330**, 91 (2013).
[34] Ph.N. Klevets, O.A. Kosmachev, Yu.A. Fridman. JMMM **348**, 68 (2013).
[35] Б.А. Иванов. ФНТ **31**, 841 (2005).
[36] Y. Eto, H. Saito, T. Hirano. Phys. Rev. Lett. **112**, 185301 (2014).
[37] D. Jaksch, J.I. Cirac, P. Zoller, S.L. Rolston, R. Côté, M.D. Lukin. Phys. Rev. Lett. **85**, 2208 (2000).
[38] D. DeMille. Phys. Rev. Lett. **88**, 067901 (2002).
[39] A. Micheli, G.K. Brennen, P. Zoller. Nature Phys. **2**, 341 (2006).
[40] R.P. Erickson, D.L. Mills. Phys. Rev. B **46**, 861 (1992).
[41] Yu.A. Fridman, D.A. Matunin, Ph.N. Klevets, O.A. Kosmachev. JMMM **321**, 3782 (2009).
[42] В.Г. Барьяхтар, Б.А. Иванов. ЖЭТФ **72**, 1504 (1977).
[43] R. Antos, Y. Otani, J. Shibata. J. Phys. Soc. Jpn. **77**, 031004 (2008).
[44] В.Г. Барьяхтар, Б.А. Иванов, М.В. Четкин. УФН **146**, 417 (1985).
[45] Б.А. Иванов, Г.Г. Аванесян, А.В. Хвальковский, Н.Е. Кулагин, К.Э. Заспел, К.А. Звездин. Письма в ЖЭТФ **91**, 190 (2010).
[46] B.A. Ivanov, A.K. Kolezhuk, G.M. Wysin. Phys. Rev. Lett. **76**, 511 (1996).
[47] E.G. Galkina, A.Yu. Galkin, B.A. Ivanov, F. Nori. Phys. Rev. B **81**, 184413 (2010).
[48] С.В. Малеев. ЖЭТФ **70**, 2374 (1976).
[49] Yu.A. Fridman, D.V. Spirin. Phys. Status Solidi B **231**, 165 (2002).
[50] Yu.A. Fridman, D.V. Spirin, C.N. Alexeyev, D.A. Matiunin. Eur. Phys. J. B **26**, 185 (2002).
[51] Yu.A. Fridman, D.V. Spirin, Ph.N. Klevets. JMMM **253**, 105 (2002).
[52] В.В. Вальков. ТМФ **76**, 766 (1988).
[53] Р.О. Зайцев. ЖЭТФ **68**, 207 (1975).
[54] Ю.Н. Мицай, Ю.А. Фридман. ТМФ **81**, 1194 (1989).
[55] В.В. Вальков, Т.А. Валькова, С.Г. Овчинников. ЖЭТФ **88**, 550 (1985).
[56] K.W.H. Stevens. Proc. Phys. Soc. A **65**, 209 (1952).
[57] H.H. Chen, P.M. Levy. Phys. Rev. B **7**, 4267 (1973).
[58] Yu.A. Fridman, O.A. Kosmachev, Ph.N. Klevets. JMMM **320**, 435 (2008).
[59] В.В. Вальков, Т.А. Валькова. ЖЭТФ **99**, 1881 (1991).
[60] C. Kittel. Quantum theory of solids. Wiley, N.Y. (1987). 523 p.
[61] Magnetic Properties of Rare Earth Metals / Ed. R.J. Elliott. Plenum Press, London (1972). 425 p.
[62] P. Campbell. Permanent Magnet Materials and Their Application (Cambridge Studies in Magnetism). University Press, Cambridge (1996). 207 p.