

Теоретический анализ дисперсии волн в замедляющей системе типа „коаксиальная ребристая линия“

© А.А. Елизаров,¹ Ю.Н. Пчельников,² Р.В. Шаймарданов¹

¹ Национальный исследовательский университет „Высшая школа экономики“, 101000 Москва, Россия

² Science Applications International Corporation, McLean, VA, USA
e-mail: a.yelizarov@hse.ru

(Поступило в Редакцию 1 ноября 2016 г.)

Проведен анализ дисперсии волн в замедляющей системе типа „коаксиальная ребристая линия“. Для случая возбуждения в такой структуре аксиально-симметричной волны электрического типа методом сшивания проводимостей получено обобщенное дисперсионное уравнение. Проанализированы частные случаи решения дисперсионного уравнения, а также его решения в случаях относительно высоких и относительно низких частот, имеющие практическое применение. Выполнено моделирование параметров коаксиальной ребристой линии и получены зависимости коэффициента замедления и волнового сопротивления структуры от ее геометрических размеров.

DOI: 10.21883/JTF.2017.08.44731.2088

Введение

Одним из наиболее распространенных типов линий передачи СВЧ диапазона является коаксиальная линия, на основе резонансных отрезков которой могут быть созданы различные микроволновые элементы и устройства — модификации объемных резонаторов, шлейфов, согласующих линий и т.д. [1]. Преимуществом таких СВЧ устройств является простота конструкции, а также возможность изменения в широких пределах их волнового сопротивления, однозначно зависящего от отношения диаметров проводников. Однако главным достоинством является возможность уменьшения габаритных размеров рассматриваемых СВЧ устройств за счет эффекта замедления электромагнитных волн, если один или оба электрода коаксиальной линии сделать ребристыми [2–4].

Ниже выполняется анализ дисперсии волн в замедляющей системе типа „коаксиальная ребристая линия“ на основе обобщенного дисперсионного уравнения и приводится его аналитическое решение для частных случаев, представляющих практический интерес.

Исходные соотношения

Рассмотрим модель замедляющей системы в виде резонансного отрезка коаксиальной линии, внутренний и внешний электроды которого имеют кольцевые выточки (ребра) (рис. 1). Внешний радиус внутреннего электрода — c , внутренний радиус внешнего электрода — a , радиусы выточек p и b соответственно.

Воспользуемся цилиндрической системой координат r, φ, z с направлением координаты z по оси системы. Ограничимся рассмотрением случая, когда длина волны в резонансном отрезке коаксиальной линии значительно

превышает ширину выточек и расстояние между ними, т.е. толщину ребер. Это позволяет решать задачу в импедансном приближении, задаваясь эквивалентными граничными условиями на поверхностях электродов. Толщину ребер будем считать бесконечно малой.

Так как в большинстве случаев практического применения такой электродинамической структуры требуется возбуждение аксиально-симметричной волны E -типа, для получения дисперсионного уравнения достаточно найти проводимости электрического типа и приравнять их на границах областей, образующих рассматриваемый резонансный отрезок [5]. Таких областей три. Первая образована выточками во внутреннем электроде, вторая — область между электродами, третья образована выточками во внешнем электроде.

Пусть все три области заполнены средой с разными относительными диэлектрическими проницаемостями (соответственно $\epsilon_1, \epsilon_2, \epsilon_3$). Так как выточки во внутреннем и внешнем электродах образуют последовательность радиальных линий, проводимости в произ-

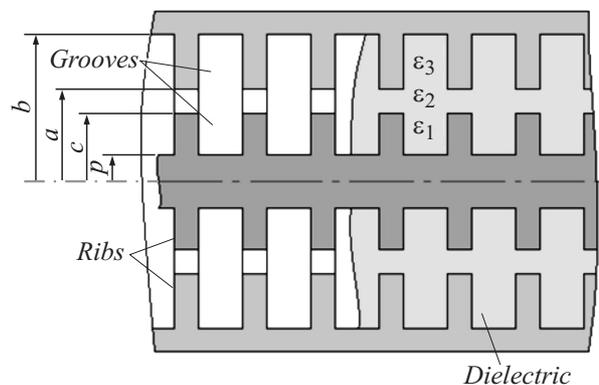


Рис. 1. Модель замедляющей системы на основе отрезка коаксиальной ребристой линии.

вольном сечении этих линий определяются следующими выражениями:

$$Y_1^e(r) = -\frac{j\omega\varepsilon_1 J_1(rk_1) + D_1 N_1(rk_1)}{k_1 J_0(rk_1) + D_1 N_0(rk_1)}, \quad (1)$$

$$Y_3^e(r) = -\frac{j\omega\varepsilon_3 J_1(rk_3) + D_3 N_1(rk_3)}{k_3 J_0(rk_3) + D_3 N_0(rk_3)}. \quad (2)$$

Здесь k_1, k_3 — волновые числа, соответствующие средам в первой и третьей областях, ω — угловая частота, $J_{0,1}; N_{0,1}$ — функции Бесселя, D_1, D_3 — постоянные интегрирования. Отрицательный знак в выражениях (1) и (2) взят потому, что определяемый составляющими E_z и H_φ поток мощности противоположен направлению радиальной координаты. При этом за направление проводимости выбираем направление, совпадающее с направлением координаты. Если же определять проводимость в обратном направлении, т.е. внутрь от рассматриваемой поверхности, то ее знак изменится на противоположный.

Считая проводимость у основания ребер, т.е. при $r = p$ и $r = b$ бесконечной, находим

$$D_1 = -\frac{J_0(pk_1)}{N_0(pk_1)}, \quad D_3 = -\frac{J_0(bk_3)}{N_0(bk_3)}.$$

Подставляя найденные значения постоянных интегрирования в (1) и (2), получим следующие выражения для проводимостей на внутренней и внешней границах второй области:

$$Y_1^e(c) = -\frac{j\omega\varepsilon_1}{k_1} \text{bct}(ck_1, pk_1), \quad (3)$$

$$Y_3^e(a) = -\frac{j\omega\varepsilon_3}{k_3} \text{bct}(ak_3, bk_3), \quad (4)$$

где

$$\text{bct}(x, y) = \frac{J_1(x)N_0(y) - N_1(x)J_0(y)}{J_0(x)N_0(y) - N_0(x)J_0(y)}$$

— разностный котангенс [6].

Во второй области фазовая скорость волны меньше скорости света в среде, поэтому решение волнового уравнения для этой области находится в виде комбинации модифицированных функций Бесселя $I_{0,1}(r\tau)$ и $K_{0,1}(r\tau)$, где τ — поперечная (или радиальная) постоянная, связанная с волновым числом k и фазовой постоянной β соотношением

$$\beta^2 = \tau^2 + k^2, \quad k = \omega\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}. \quad (5)$$

Выражение для радиальной проводимости электрического типа во второй области имеет следующий вид:

$$Y_2^e(r) = -\frac{j\omega\varepsilon_2}{\tau} \frac{I_1(r\tau) - D_2 K_1(r\tau)}{I_0(r\tau) + D_2 K_0(r\tau)}, \quad (6)$$

где D_2 — постоянная интегрирования.

Дисперсионное уравнение

Решая (6) относительно D_2 и задаваясь значениями r на внутренней и внешней границах второй области, находим

$$\frac{I_1(c\tau) + \frac{\tau}{j\omega\varepsilon_2} Y_2^e(c) I_0(c\tau)}{K_1(c\tau) - \frac{\tau}{j\omega\varepsilon_2} Y_2^e(c) K_0(c\tau)} = \frac{I_1(a\tau) + \frac{\tau}{j\omega\varepsilon_2} Y_2^e(a) I_0(a\tau)}{K_1(a\tau) - \frac{\tau}{j\omega\varepsilon_2} Y_2^e(a) K_0(a\tau)}. \quad (7)$$

Так как проводимости на границах второй области должны быть непрерывны, должны выполняться условия

$$Y_1^e(c) = Y_2^e(c), \quad Y_2^e(a) = Y_3^e(a).$$

С учетом выражений (3) и (4) уравнение (7) можно преобразовать к следующему виду:

$$\frac{I_1(c\tau) + \frac{\tau}{k_1} \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} I_0(c\tau) \text{bct}(ck_1, pk_1)}{K_1(c\tau) - \frac{\tau}{k_1} \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} K_0(c\tau) \text{bct}(ck_1, pk_1)} = \frac{I_1(a\tau) + \frac{\tau}{k_3} \frac{\varepsilon_3}{\varepsilon_2} I_0(a\tau) \text{bct}(ak_3, bk_3)}{K_1(a\tau) - \frac{\tau}{k_3} \frac{\varepsilon_3}{\varepsilon_2} K_0(a\tau) \text{bct}(ak_3, bk_3)}. \quad (8)$$

Уравнение (8) является обобщенным дисперсионным уравнением рассматриваемой системы.

Для упрощения (8) введем следующие обозначения:

$$y_1 = -\sqrt{\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}} \text{bct}(ck_1, pk_1), \quad y_3 = -\sqrt{\frac{\varepsilon_3}{\varepsilon_2}} \text{bct}(ak_3, bk_3), \quad (9)$$

$$\varphi_{ie} = \frac{I_i(c\tau)}{K_i(c\tau)} \frac{K_e(a\tau)}{I_e(a\tau)}. \quad (10)$$

С учетом этих обозначений дисперсионное уравнение можно записать так, что в его левой части будет стоять произведение собственных уравнений внутреннего и внешнего электродов:

$$\left[1 - \tau \frac{K_0(c\tau)}{K_1(c\tau)} y_1\right] \left[1 - \tau \frac{I_0(a\tau)}{I_1(a\tau)} y_3\right] = \varphi_{11} \left[1 + \tau \frac{I_0(c\tau)}{I_1(c\tau)} y_1\right] \left[1 + \tau \frac{K_0(a\tau)}{K_1(a\tau)} y_3\right]. \quad (11)$$

Из уравнения (11) следует, что при большом расстоянии между электродами функция φ_{11} близка к нулю, и дисперсионное уравнение (11) распадается на два независимых уравнения, решение каждого из которых позволяет найти фазовые постоянные поверхностных волн, распространяющихся около ребристого стержня и внутри диафрагмированного волновода.

Частные случаи

Проведем анализ решения полученного дисперсионного уравнения для представляющих практический интерес частных случаев. Пусть внутренний электрод имеет

гладкую поверхность. В этом случае $p = c$, проводимость на поверхности внутреннего электрода бесконечна, т.е. $\varphi_{11} = \infty$. Пренебрегая единицей по сравнению с бесконечностью в правых скобках левой и правой частей (11), с учетом обозначений (9) и (10) получим дисперсионное уравнение в виде

$$\frac{1}{k_2} \sqrt{\frac{\varepsilon_3}{\varepsilon_2}} \text{bct}(ak_3, bk_3) = \frac{1}{\tau} \frac{I_1(a\tau)}{I_0(a\tau)} \frac{1 + \varphi_{01}}{1 - \varphi_{00}}. \quad (12)$$

Если выточки отсутствуют во внешнем электроде (т.е. $a = b$), то дисперсионное уравнение становится следующим:

$$-\frac{1}{k_2} \sqrt{\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}} \text{bct}(ck_1, pk_1) = \frac{1}{\tau} \frac{K_1(c\tau)}{K_0(c\tau)} \frac{1 + \varphi_{10}}{1 - \varphi_{00}}. \quad (13)$$

При большом расстоянии между электродами функции $\varphi_{10}, \varphi_{01}, \varphi_{00}$ близки к нулю и уравнения (12) и (13) упрощаются.

При высоте выточек внешнего электрода, близкой к резонансной, продольную проводимость на его поверхности можно положить равной нулю, и уравнение (11) преобразуется к следующему:

$$-\frac{1}{k_2} \sqrt{\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}} \text{bct}(ck_1, pk_1) = \frac{1}{\tau} \frac{K_1(c\tau)}{K_0(c\tau)} \frac{1 - \varphi_{11}}{1 + \varphi_{01}}. \quad (14)$$

Аналогичным образом при резонансной частоте выточек во внутреннем электроде

$$\frac{1}{k_2} \sqrt{\frac{\varepsilon_3}{\varepsilon_2}} \text{bct}(ak_3, bk_3) = \frac{1}{\tau} \frac{I_1(a\tau)}{I_0(a\tau)} \frac{1 - \varphi_{11}}{1 + \varphi_{10}}. \quad (15)$$

В общем случае уравнение (11) имеет два решения, соответствующие синфазному и противофазному возбуждению волн. При этом противофазному возбуждению соответствует большее значение фазовой постоянной и, следовательно, величины τ/k_2 . Для того чтобы записать дисперсионное уравнение в виде, более удобном для решения, перемножим квадратные скобки (11) и введем следующие дополнительные обозначения:

$$R_1 = \frac{1}{y_1} \frac{K_1(c\tau)}{K_0(c\tau)}, \quad R_3 = \frac{1}{y_3} \frac{I_1(a\tau)}{I_0(a\tau)}. \quad (16)$$

После простейших преобразований получим квадратное уравнение относительно переменной τ/k_2

$$\frac{\tau^2}{k_2^2} - \frac{\tau}{k_2} \frac{R_1(1 + \varphi_{10}) + R_3(1 + \varphi_{01})}{1 - \varphi_{00}} + R_1 R_3 \frac{1 - \varphi_{11}}{1 + \varphi_{00}} = 0. \quad (17)$$

Решение этого уравнения имеет следующий вид:

$$\frac{\tau^2}{k_2^2} = \frac{R_1(1 + \varphi_{10}) + R_3(1 + \varphi_{01})}{2(1 - \varphi_{00})} \times \left\{ 1 \pm \sqrt{1 - \frac{4R_1 R_3 (1 - \varphi_{11})(1 - \varphi_{00})}{[R_1(1 + \varphi_{10}) + R_3(1 + \varphi_{01})]^2}} \right\}. \quad (18)$$

При достаточно сильной связи между электродами второй член под радикалом мал по сравнению с единицей, что позволяет, извлекая квадратный корень, получить для противофазного возбуждения (знак плюс перед радикалом)

$$\frac{\tau}{k_2} \approx \frac{R_1(1 + \varphi_{10}) + R_3(1 + \varphi_{01})}{(1 - \varphi_{00})} - \frac{R_1 R_3 (1 - \varphi_{11})}{R_1(1 + \varphi_{10}) + R_3(1 + \varphi_{01})}. \quad (19)$$

Для синфазного возбуждения (знак минус перед радикалом) имеем

$$\frac{\tau}{k_2} \approx \frac{R_1 R_3 (1 - \varphi_{11})}{R_1(1 + \varphi_{10}) + R_3(1 + \varphi_{01})}. \quad (20)$$

Случай относительно высоких частот

С ростом частоты или увеличением радиусов электродов аргументы функций Бесселя, входящие в дисперсионное уравнение (11), становятся большими, а сами функции могут быть заменены их разложением в степенной ряд относительно величины, обратной аргументу. Легко показать, что в этом случае

$$\frac{K_1(x)}{K_0(x)} \approx \frac{I_1(x)}{I_0(x)} \approx 1,$$

$$\frac{1 - \varphi_{11}}{1 - \varphi_{00}} \approx 1, \quad \frac{1 + \varphi_{10}}{1 - \varphi_{00}} \approx \text{cth } h_2 \tau,$$

$$\text{bct}(ck_1, pk_1) \approx -\text{ctg } h_1 k_1,$$

$$\text{bct}(ak_3, bk_3) \approx -\text{ctg } h_3 k_3,$$

где $h_1 = c - p$, $h_2 = a - c$, $h_3 = b - a$.

Дисперсионное уравнение (17) превращается в приближении относительно высоких частот в уравнение двух связанных гребенок

$$\frac{\tau^2}{k_2^2} - \frac{\tau}{k_2} \left(\sqrt{\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}} \text{tg } h_1 k_1 + \sqrt{\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_3}} \text{tg } h_3 k_3 \right) \text{cth } h_2 \tau + \sqrt{\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1 \varepsilon_3}} \text{tg } h_1 k_1 \text{tg } h_3 k_3 = 0. \quad (21)$$

Решение этого уравнения для обоих видов волн следующее:

$$\frac{\tau}{k_2} = \frac{1}{2} \left(\sqrt{\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}} \text{tg } h_1 k_1 + \sqrt{\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_3}} \text{tg } h_3 k_3 \right) \text{cth } h_2 \tau \pm \sqrt{\frac{1}{4} \left[\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} \text{tg } h_1 k_1 + \sqrt{\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_3}} \text{tg } h_3 k_3 \right]^2 \text{cth}^2 h_2 \tau - \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1 \varepsilon_3} \text{tg } h_1 k_1 \text{tg } h_3 k_3}} = 0. \quad (22)$$

При выполнении условия

$$\sqrt{\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}} \operatorname{tg} h_1 k_1 = \sqrt{\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_3}} \operatorname{tg} h_3 k_3,$$

$$\frac{\tau}{k_2} = \sqrt{\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_3}} \operatorname{tg} h_3 k_3 \left(\operatorname{cth} h_2 \tau \pm \frac{1}{\operatorname{sh} h_2 \tau} \right)$$

или после простейших преобразований получим для противофазного возбуждения

$$\frac{\tau}{k_2} = \sqrt{\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_3}} \operatorname{tg} h_3 k_3 \left(\operatorname{cth} \frac{h_2 \tau}{2} \right) \quad (23)$$

и для синфазного

$$\frac{\tau}{k_2} = \sqrt{\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_3}} \operatorname{tg} h_3 k_3 \left(\operatorname{tg} \frac{h_2 \tau}{2} \right). \quad (24)$$

Если одну из гребенок заменить идеально проводящей плоскостью, например положить $h_1 = 0$, то вместо (21) получим

$$\frac{\tau}{k_2} = \sqrt{\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_3}} \operatorname{tg} h_3 k_3 (\operatorname{cth} h_2 \tau). \quad (25)$$

Из сравнения уравнений (23) и (25) следует, что в случае двух связанных гребенок с идентичными импедансами дисперсионное уравнение для противофазного вида колебаний совпадает с уравнением одной из гребенок с идеально проводящей плоскостью, расположенной на расстоянии, равном половине расстояния между гребенками.

Случай относительно низких частот

Поперечные размеры коаксиальной линии обычно выбираются существенно меньшими, чем длины волн сигнала. При этом аргументы функций Бесселя, входящие в дисперсионное уравнение (11), малы, и эти функции могут быть заменены следующими приближенными выражениями:

$$I_0(x) \approx 1, \quad J_0(x) \approx 1, \quad I_1(x) \approx \frac{x}{2}, \quad J_1(x) \approx \frac{x}{2}, \quad (26)$$

$$K_0(x) \approx \ln \frac{1.12}{x}, \quad N_0(x) \approx -\frac{2}{\pi} \ln \frac{1.12}{x}, \quad (27)$$

$$K_1(x) \approx \frac{1}{x}, \quad N_1(x) \approx -\frac{2}{\pi x}.$$

Следствием этого является формула

$$\operatorname{bct}(x, y) \approx \frac{1}{x \ln \frac{y}{x}}. \quad (28)$$

С помощью выражений (27) находим также

$$1 - \varphi_{00} \approx \frac{\ln \frac{a}{c}}{\ln \frac{1.12}{c\tau}}, \quad (29)$$

$$1 + \varphi_{01} \approx 1 + \frac{2}{(a\tau)^2 \ln \frac{1.12}{c\tau}} \approx \frac{2}{(a\tau)^2 \ln \frac{1.12}{c\tau}}, \quad (30)$$

$$1 + \varphi_{10} \approx 1 + \frac{(c\tau)^2}{2} \ln \frac{1.12}{a\tau} \approx 1, \quad (31)$$

$$1 - \varphi_{11} \approx 1 - \frac{c^2}{a^2}. \quad (32)$$

В тех же приближениях находим

$$R_1 \approx \frac{k_2}{\tau} \frac{\ln \frac{c}{p}}{\ln \frac{1.12}{c\tau}}, \quad R_3 \approx \frac{k_2}{\tau} \frac{(a\tau)^2}{2} \ln \frac{b}{a}. \quad (33)$$

Подставляя выражения (29)–(33) в формулу (19), после преобразований получим

$$\frac{\tau}{k_2} \approx \frac{k_2}{\tau} \left[\frac{\ln(\frac{c}{p}) \frac{b}{a}}{\ln(\frac{a}{c})} - (a\tau)^2 \frac{\ln(\frac{b}{a}) \ln(\frac{c}{p})}{\ln(\frac{c}{p}) \frac{b}{a}} \right]. \quad (34)$$

Учитывая малость множителя $(a\tau)^2$, пренебрежем вторым членом в квадратной скобке и умножим обе части (34) на τ/k_2 :

$$\frac{\tau}{k_2} \approx \frac{\ln(\frac{c}{p}) \frac{b}{a}}{\ln(\frac{a}{c})}. \quad (35)$$

Полученное выражение позволяет с помощью соотношения (5) найти уменьшение фазовой скорости волны в рассматриваемой системе по сравнению со скоростью света в среде, заполняющей пространство между электродами:

$$\frac{\beta}{k_2} \approx \sqrt{\frac{\ln(\frac{b}{p})}{\ln(\frac{a}{c})}}. \quad (36)$$

При заполнении внутреннего пространства между электродами изотропной средой с относительной диэлектрической проницаемостью ε для расчета коэффициента замедления находим

$$N \approx \beta/k \approx \sqrt{\varepsilon \frac{\ln(\frac{b}{p})}{\ln(\frac{a}{c})}}. \quad (37)$$

На рис. 2 представлены рассчитанные в MathCAD зависимости коэффициента замедления коаксиальной ребристой линии от отношения b/p при $\varepsilon = 1$ и изменении отношения a/c [2].

Из формул (36)–(37) и полученных кривых на рис. 2 следует, что замедление волны в коаксиальной ребристой линии при относительно низких частотах определяется только отношением радиусов электродов и выточек в них.

Определение волнового сопротивления

В случае относительно низких частот дисперсионное уравнение коаксиальной ребристой линии может быть также найдено путем замены рассматриваемой системы

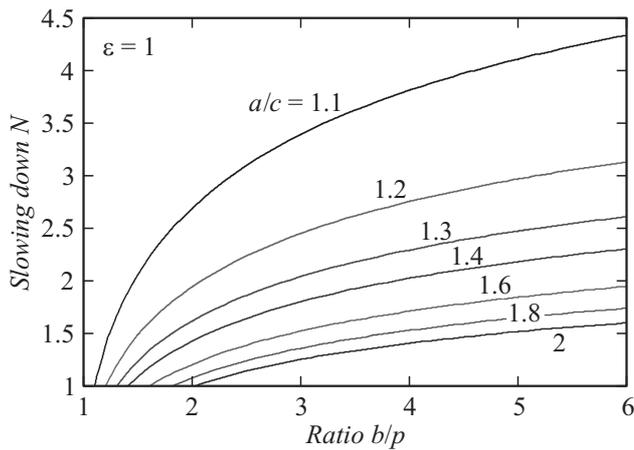


Рис. 2. Зависимости коэффициента замедления N коаксиальной ребристой линии от отношения радиусов выточек электродов b/p при заполнении внутреннего пространства между ними изотропной средой с относительной диэлектрической проницаемостью $\varepsilon = 1$ и изменении отношения внутреннего радиуса внешнего электрода a к внешнему радиусу внутреннего электрода c .

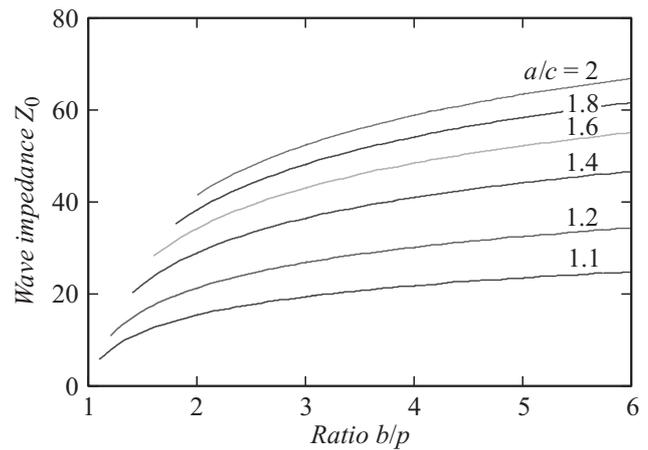


Рис. 3. Зависимости волнового сопротивления Z_0 в $[\Omega]$ коаксиальной ребристой линии от отношения радиусов выточек электродов b/p при заполнении внутреннего пространства между ними изотропной средой с относительной диэлектрической проницаемостью $\varepsilon = 1$ и изменении отношения внутреннего радиуса внешнего электрода a к внешнему радиусу внутреннего электрода c .

эквивалентной длиной линии

$$\frac{\beta}{k_2} \approx \sqrt{\frac{L_0 C_0}{\varepsilon \mu_0}}, \quad (38)$$

где L_0 — эквивалентная погонная индуктивность, C_0 — эквивалентная погонная емкость, μ_0 — магнитная проницаемость среды.

Знание эквивалентных параметров L_0 и C_0 позволяет найти волновое сопротивление

$$Z_0 = \sqrt{\frac{L_0}{C_0}}. \quad (39)$$

Величину емкости C_0 можно определить как погонную емкость между двумя коаксиально расположенными цилиндрами с радиусами c и a :

$$C_0 = \frac{2\pi\varepsilon}{\ln \frac{a}{c}}. \quad (40)$$

Индуктивность L_0 складывается из индуктивности, создаваемой выточками в электродах, которую обозначим через L , и индуктивности, определяемой магнитным потоком, пронизывающим область между электродами. Обозначим ее через L_1 . Как было показано в работе [7]:

$$L_1 C_0 = \varepsilon \mu_0. \quad (41)$$

Величина индуктивности может быть найдена из условия, что создаваемое ей сопротивление равно сумме сопротивлений, создаваемых выточками каждого электрода на единице длины. Так как каждая из выточек представляет собой короткозамкнутую радиальную линию, то [8]

$$j\omega L = \frac{1}{2\pi a Y_3^e(a)} - \frac{1}{2\pi c Y_1^e(c)}. \quad (42)$$

Подставляя в (41) $Y_1^e(c)$ и $Y_3^e(a)$ из (3) и (4), получим с учетом выражения (28)

$$L = \frac{\mu_0}{2\pi} \ln \frac{bc}{ap}. \quad (43)$$

Складывая полученное выражение для L с выражением для L_1 , найденным из (41), находим с учетом (40)

$$L_0 = \frac{\mu_0}{2\pi} \ln \frac{b}{p}. \quad (44)$$

Подставляя L_0 и C_0 в (38), убеждаемся в том, что получающееся при этом дисперсионное уравнение идентично (36).

Выражения (40) и (44) позволяют с помощью формулы (39) найти волновое сопротивление

$$Z_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon} \ln \frac{b}{p} \ln \frac{a}{c}}. \quad (45)$$

На рис. 3 показаны рассчитанные по формуле (45) с помощью MathCAD зависимости волнового сопротивления в $[\Omega]$ от отношения b/p при $\varepsilon = 1$ и изменении отношения a/c . Из полученных кривых видно, что при сравнительно небольшом зазоре между электродами, при $a/c = 1.1-1.4$, волновое сопротивление достаточно велико, в то время как коэффициент замедления превышает 2...4. Это делает возможным уменьшить практически в 2-4 раза продольные размеры элементов, изготовленных из отрезков коаксиальной ребристой линии [3,9].

Обозначая через N_a абсолютное значение замедления $N_a = \frac{\beta}{k} \approx \sqrt{\frac{\varepsilon}{\varepsilon_0}}$ и подставляя в (45) численные значения μ_0 и ε_0 , получим

$$Z_0 = 60 N_a \ln \frac{a}{c}. \quad (46)$$

Таким образом, волновое сопротивление оказывается в N_a раз больше, чем в такой же коаксиальной линии без радиальных выточек и без диэлектрического заполнения.

Полученное соотношение (46) позволяет рассчитать замедление волны, а также волновое сопротивление в коаксиальной ребристой линии. Применение такой линии представляет практический интерес, так как позволяет уменьшить ее продольный размер при сохранении электрической длины [10,11].

Заключение

В настоящей работе проведен анализ дисперсии волн в замедляющей системе типа „коаксиальная ребристая линия“. Для случая возбуждения в такой структуре аксиально-симметричной волны электрического типа методом шивания проводимостей получено обобщенное дисперсионное уравнение. Проанализированы частные случаи решения дисперсионного уравнения, а также его решения в случаях относительно высоких и относительно низких частот, имеющие практическое применение. С помощью программных средств MathCAD выполнено моделирование параметров коаксиальной ребристой линии и получены зависимости коэффициента замедления структуры от ее геометрических размеров. Показано, что в случае относительно низких частот замедление волны в коаксиальной ребристой линии определяется только отношением радиусов электродов и выточек в них. С помощью метода эквивалентных длинных линий получены аналитические выражения для расчета погонных параметров индуктивности и емкости коаксиальной ребристой линии, что позволило получить формулу для определения волнового сопротивления структуры. Также выполнен расчет волнового сопротивления коаксиальной ребристой линии в зависимости от ее геометрических параметров. Показано, что при сравнительно небольшом относительном зазоре между электродами, равном 1.1–1.4, волновое сопротивление остается достаточно высоким (десятки Ω), а коэффициент замедления превышает 2–4, что позволяет практически в такое же число раз уменьшать продольные размеры элементов, изготовленных из отрезков коаксиальной ребристой линии. Получено аналитическое выражение, связывающее величину волнового сопротивления коаксиальной ребристой линии и ее абсолютного значения замедления N_a . Показано, что волновое сопротивление структуры оказывается в N_a раз больше, чем в такой же коаксиальной линии без радиальных выточек и без диэлектрического заполнения.

Настоящая работа подготовлена в результате проведения исследования (№ 16-01-0061) в рамках Программы „Научный фонд Национального исследовательского университета „Высшая школа экономики“ (НИУ ВШЭ)“ в 2016–2017 гг. и с использованием средств субсидии на государственную поддержку ведущих университетов

Российской Федерации в целях повышения их конкурентоспособности среди ведущих мировых научно-образовательных центров, выделенной НИУ ВШЭ.

Список литературы

- [1] *Изюмова Т.И., Свиридов В.Т.* Волноводы, коаксиальные и микрополосковые линии. М.: Энергия, 1975.
- [2] *Елизаров А.А., Пчельников Ю.Н.* Радиоволновые элементы технологических приборов и устройств с использованием электродинамических замедляющих систем. М.: Радио и связь, 2002.
- [3] *Yelizarov A.A., Pchelnikov V.N., Shaymardanov R.V.* In proc. 15th IEEE Int. Vacuum Electron. Conf. IVEC-2014 (Monterey, 2014). P. 297.
- [4] *Елизаров А.А., Шаймарданов Р.В.* // T-Comm: телекоммуникации и транспорт. 2012. Т. 6. № 10. С. 54–55.
- [5] *Лошаков Л.Н., Пчельников Ю.Н.* Теория и расчет усиления лампы с бегущей волной. М.: Сов. радио, 1964.
- [6] *Грэй Э., Мэтьюз Г.Б.* Функции Бесселя и их приложения к физике и механике. М.: ИЛ, 1953.
- [7] *Пчельников Ю.Н., Зыкова Е.В., Иванова Н.Е.* Радиотехника и электроника. 1980. Т. 25. № 6. С. 1231.
- [8] *Елизаров А.А., Пчельников Ю.Н.* Радиотехника и электроника. 1995. Т. 40. № 5. С. 745.
- [9] *Yelizarov A.A., Pchelnikov V.N., Karavashkina V.N., Shaymardanov R.V.* In proc. 16th IEEE Int. Vacuum Electron. Conf. IVEC-2015 (Beijing, 2015). P. 142.
- [10] *Елизаров А.А., Каравашкина В.Н., Нестерова Д.А., Шаймарданов Р.В.* // T-Comm: телекоммуникации и транспорт. 2014. Т. 8. № 10. С. 24.
- [11] *Yelizarov A.A., Shaymardanov R.V.* In proc. Int. Conf. on Inform. Sci. Electron. and Electrical Engineer. ISEEE. 2014 (Sapporo Sity, Hokkaido, 2014). P. 702.