

Эффект Парселла в одномерных разупорядоченных фотонных кристаллах

© А.Р. Губайдуллин^{1,2}, К.А. Иванов², В.В. Николаев³, М.А. Калитеевский^{1,2,3}

¹ Санкт-Петербургский академический университет,
194021 Санкт-Петербург, Россия

² Университет ИТМО,
197101 Санкт-Петербург, Россия

³ Физико-технический институт им. А.Ф. Иоффе Российской академии наук,
194021 Санкт-Петербург, Россия

E-mail: gubaydullin.azat@gmail.com

(Получена 12 декабря 2016 г. Принята к печати 15 декабря 2016 г.)

Проведено исследование изменения вероятности спонтанной эмиссии для излучателя, помещенного в одномерный разупорядоченный фотонный кристалл. Показано, что для диполя, помещенного в разупорядоченный фотонный кристалл, возможно как усиление спонтанной эмиссии (если частота соответствует собственной оптической моде структуры), так и подавление спонтанной эмиссии (в случае запрещенной зоны или когда позиция соответствует узлу в профиле электрического поля собственной моды). Показано, что при большом уровне разупорядочения фотонная запрещенная зона сужается, а вероятность эмиссии в центре фотонной запрещенной зоны становится существенно отличной от нуля. Показано, что при большом уровне разупорядочения в фотонной запрещенной зоне возможно появление локализованных состояний, для которых спонтанная эмиссия значительно усилена.

DOI: 10.21883/FTP.2017.07.44659.8479

1. Введение

Впервые интерес к исследованию свойств разупорядоченных фотонных кристаллов [1] возник в связи с вероятностью возникновения локализованных электронов [2], проявляющегося в снижении электронной проводимости. Локализация электронов достаточно хорошо изучена теоретически [3–5] и впоследствии, благодаря сходству волновых уравнений для носителей заряда и света, результаты, полученные для носителей заряда, удалось перенести на фотонный случай — локализацию света [6,7], локализация света в неупорядоченных средах [8–10] была продемонстрирована экспериментально [11,12].

На первый взгляд, так как для электромагнитных волн взаимодействие между фотонами исчезающе мало (в линейном приближении отсутствует), изучать локализацию света представляется проще, чем в электронном случае, где важную роль играет взаимодействие между электронами. Однако локализация света имеет ряд существенных отличий, отмеченных в [13]. Например, электрон может быть локализован в потенциальных ямах, так как потенциал может быть положительным и отрицательным; а для фотонов такая вероятность исключена, так как их энергия положительна, для случая электронов существуют и другие важные особенности [14–17]. Отметим, что в конечном результате локализация электронов приводит к снижению проводимости, а в фотонном случае наоборот — в спектре пропускания локализованное состояние проявляется как острый пик [18,19].

Ранее в работе [20] проведено сопоставление плотности состояний, спектров пропускания света и профилей плотности энергии электромагнитного поля, и показано,

что разупорядочение приводит к появлению локализованных состояний в фотонной запрещенной зоне (ФЗЗ), характеризующихся разным временем жизни, в том числе для некоторых локализованных состояний вплотную приближается к времени жизни в микрорезонаторе сопоставимого размера. Интерес к исследованию вероятности спонтанной эмиссии в разупорядоченных фотонных кристаллах обусловлен возможностью создания различных оптоэлектронных приборов на их основе [21]. В работе [22] показано, что имеет место усиление вероятности спонтанной эмиссии при помещении излучателя в неоднородную среду (эффекта Парселла). При этом в случае микрорезонатора, усиление спонтанной эмиссии наблюдается, когда частота и направление излучения диполя соответствуют собственной оптической моде структуры [23–26], а в остальных случаях спонтанная эмиссия подавлена.

Цель настоящей работы — исследование изменения вероятности спонтанной эмиссии для излучателя, помещенного в одномерный разупорядоченный фотонный кристалл, методом S -квантования.

2. Результаты и обсуждение

Рассмотрим одномерную периодическую структуру, представляющую собой последовательность пар слоев A и B одинаковой толщины d , показатель преломления идеальной структуры описывается формулой

$$n_{A,B}^{(0)} = n_0 \pm g, \quad (1)$$

где g — модуляция показателя преломления, а $n_0 = 2.0$ (см. рис. 1). Такие периодические структуры характе-

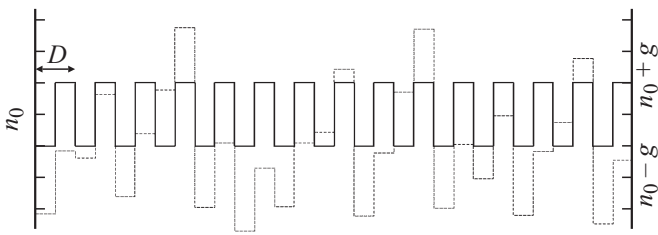


Рис. 1. Параметры структуры. Профили показателя преломления в идеальной (сплошная линия) и разупорядоченной (штриховая линия) структурах.

ризуются дисперсионным уравнением, которое можно записать на основе метода матриц переноса [27], например, для *TE* поляризации:

$$\cos(KD) = \cos(n_1 d_1 k_0) \cos(n_2 d_2 k_0) - \frac{1}{2} \left(\frac{n_1}{n_2} + \frac{n_2}{n_1} \right) \sin(n_1 d_1 k_0) \sin(n_2 d_2 k_0), \quad (2)$$

где *D* — период структуры, *K* — блоховский волновой вектор, при этом в некотором интервале частот *K* принимает мнимые значения, что соответствует фотонной запрещенной зоне [28], частота центра ФЗЗ, определяется формулой

$$\omega_0 = \pi c / (n_0 D), \quad (3)$$

ширина ФЗЗ равна

$$\Delta\omega / \omega_0 \approx 4g / (\pi n_0). \quad (4)$$

Если частота падающего на структуру извне света соответствует ФЗЗ, то свет отражается, экспоненциально затухая в толще структуры, а затухание на одном периоде

$$\text{Im}(KD) = \frac{D}{\xi} = \ln \left| \frac{n_A}{n_B} \right| \approx \frac{2g}{n_0}, \quad (5)$$

где ξ — длина затухания в центре зоны. Для исследования свойств разупорядоченной структуры введем случайную флуктуацию показателей преломления каждого слоя:

$$n_{A,B}^{(0)} = n_0 \pm g + n_0 \delta P, \quad (6)$$

где *P* — принимает случайные значения в интервале от -0.5 до 0.5 и разупорядоченность структуры характеризуется относительной флуктуацией δ . Пример профиля показателя преломления такой разупорядоченной структуры показан на рис. 1 штриховой линией.

В раннем исследовании параметров разупорядоченности показателя преломления по ансамблю неупорядоченных фотонных кристаллов [29,30] показано, что существует пороговое значение флуктуации δ , при значении ниже которого существенных изменений длины затухания в центре ФЗЗ не происходит, поэтому целесообразно рассматривать значение флуктуации δ выше порогового.

Периодическая модуляция показателя преломления в фотонных кристаллах может приводить к существенно изменению вероятности спонтанной эмиссии [31,32]: для частот внутри ФЗЗ вероятность спонтанной эмиссии снижается, а для локализованных мод (краевых состояний и собственных мод микрорезонатора) может быть существенно увеличена, и интересно исследовать влияние разупорядочения на скорость спонтанной эмиссии излучения.

Изменение вероятности спонтанной эмиссии рассчитано методом *S*-квантования [33], основанным на процедуре квантования электромагнитного поля, которая позволяет строгое и самосогласованное описание модовой структуры в ящике квантования с неоднородностью и обеспечивает возможность вычисления вероятности спонтанного излучения в многослойной структуре для мод, характеризующихся произвольным направлением распространения и поляризации. Метод *S*-квантования использует формализм матрицы рассеяния с граничными условиями следующего вида: собственные значения матрицы рассеяния равны единице. Такая процедура квантования позволяет строго и самосогласовано решить задачу о квантовании поля в ящике квантования с неоднородностью, в то время как в случае периодических граничных условий неоднородность приводит к зависимости результатов от размеров ящика квантования, что нефизично.

В случае одномерной слоистой структуры матрица рассеяния \hat{S} размерности 2×2 имеет вид

$$\hat{S} = \begin{pmatrix} \lambda t & \lambda_2^2 r_2 \\ \lambda_1^2 r_1 & \lambda t \end{pmatrix}, \quad (7)$$

где r_1 и r_2 — амплитудные коэффициенты отражения света от структуры, t — амплитудный коэффициент пропускания, λ_1 и λ_2 — фазы, набираемые светом при прохождении от левой и правой границ до ящика квантования (см. рис. 2), и $\lambda = \lambda_1 \lambda_2$.

Собственные числа матрицы \hat{S} имеют вид

$$\beta^{(1,2)} = \lambda (t \pm \sqrt{r_1 r_2}), \quad (8)$$

а соответствующие им собственные вектора (описывающие амплитуды волн, падающих на структуру справа и

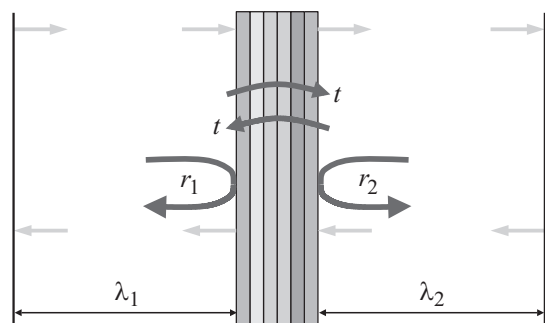


Рис. 2. Иллюстрация *S*-квантования формализма: слоистая структура в поле квантования.

слева) описываются выражением

$$B^{(1,2)} = [1, \pm(\lambda_1/\lambda_2)\sqrt{r_1/t_2}]. \quad (9)$$

Квантование поля подразумевает собой приравнение друг другу падающих на структуру и уходящих от структуры волн, что подразумевает приравнение единице собственных чисел матрицы \hat{S} :

$$\beta^{(1,2)} = 1. \quad (10)$$

При устремлении размера ящика квантования к бесконечности, спектр собственных мод становится квазинепрерывным, и принимает такое же значение, как для однородного ящика квантования при постановке периодических граничных условий, но при этом не зависит от размеров ящика квантования. При этом вероятность спонтанной эмиссии для излучателя определяется пространственной зависимостью функций $\tilde{\epsilon}^{(1,2)}$, соответствующих собственным векторам (9).

Для анализа картины изменения спонтанной эмиссии удобно ввести модовый фактор Парселла, определенный как отношение плотностей вероятностей спонтанной эмиссии для диполя в структуре и в свободном пространстве F .

Для света, распространяющегося перпендикулярно плоскостям слоев, модовый фактор Парселла имеет вид (и диполя, ориентированного вдоль электрического поля)

$$F = \frac{|\tilde{\epsilon}^{(1)}|^2 + |\tilde{\epsilon}^{(2)}|^2}{|\epsilon^{(1)}|^2 + |\epsilon^{(2)}|^2}, \quad (11)$$

где функции $\epsilon^{(1)}$ и $\epsilon^{(2)}$ описывают электромагнитное поле в однородной среде. Функции $\tilde{\epsilon}^{(1,2)}$ и $\epsilon^{(1,2)}$ рассматриваются как элементарные квантовые осцилляторы, которые нормализованы исходя из того, что соответствующая им энергия равна $\hbar\omega/2$ [34].

На рис. 3, *a* показана зависимость величины F от частоты света и позиции диполя в идеальной структуре $\delta = 0$. Для моделирования использована структура, аналогичная рассмотренной в [20], толщина структуры 200 периодов D , модуляция показателя преломления структуры $g = 0.025$. Видно, что, когда частота соответствует собственной моде структуры, имеет место усиление спонтанной эмиссии, при этом максимум величины F достигается для локализованного состояния, когда позиция диполя соответствует максимуму электрического поля, если позиция диполя соответствует узлу электрического поля, усиления эмиссии не происходит. Последнее проиллюстрировано на рис. 3, *b*, где показана зависимость величины F от частоты света и позиции диполя, расположенного между 200 и 208 слоями идеальной структуры, справа представлены профили (квадрат модуля) электрического поля для собственных частот $\omega_1/\omega_0 = 1.00972$, $\omega_2/\omega_0 = 1.01286$, $\omega_3/\omega_0 = 1.01696$.

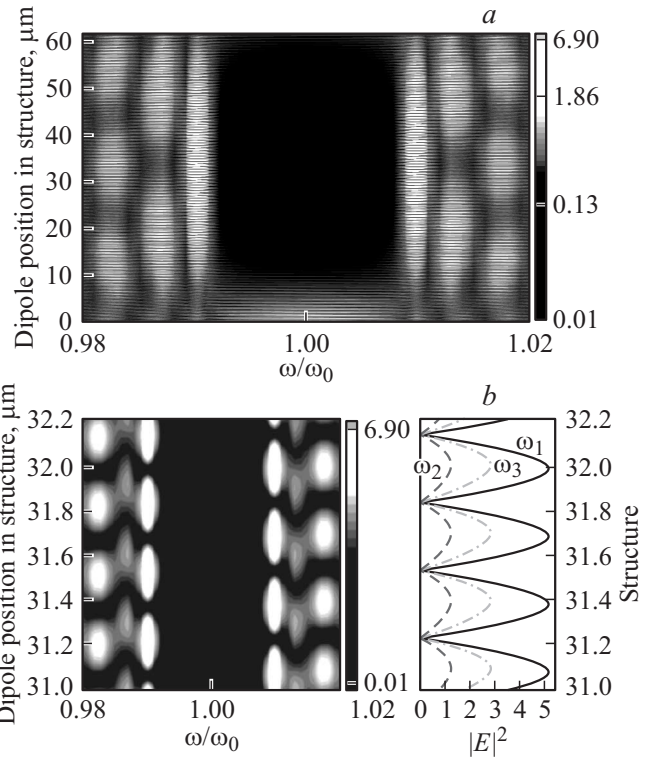


Рис. 3. *a* — зависимость величины F от частоты света и позиции диполя в идеальной структуре. *b* — зависимость величины F от частоты света и позиции диполя, расположенного между 200 и 208 слоями идеальной структуры (рис. 2, *a*), справа представлены профили (квадрат модуля) электрического поля для собственных частот $\omega_1/\omega_0 = 1.00972$, $\omega_2/\omega_0 = 1.01286$, $\omega_3/\omega_0 = 1.01696$.

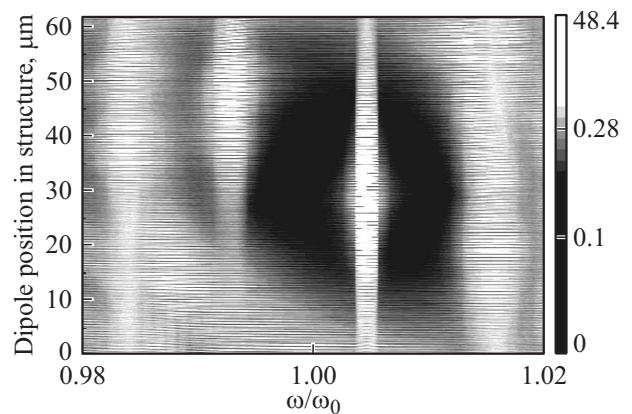


Рис. 4. Пример зависимости величины F от частоты света и позиции диполя в разупорядоченной структуре, характеризующейся флуктуацией $\delta = 0.15$. Толщина структур 200 периодов, модуляция показателя преломления структуры $g = 0.025$.

структуре локализованы: ширина уровня на порядок меньше расстояния между уровнями. В случае ФЗЗ вероятность спонтанной эмиссии существенно уменьшается.

На рис. 4 показана зависимость величины F от частоты света и позиции диполя в разупорядоченной

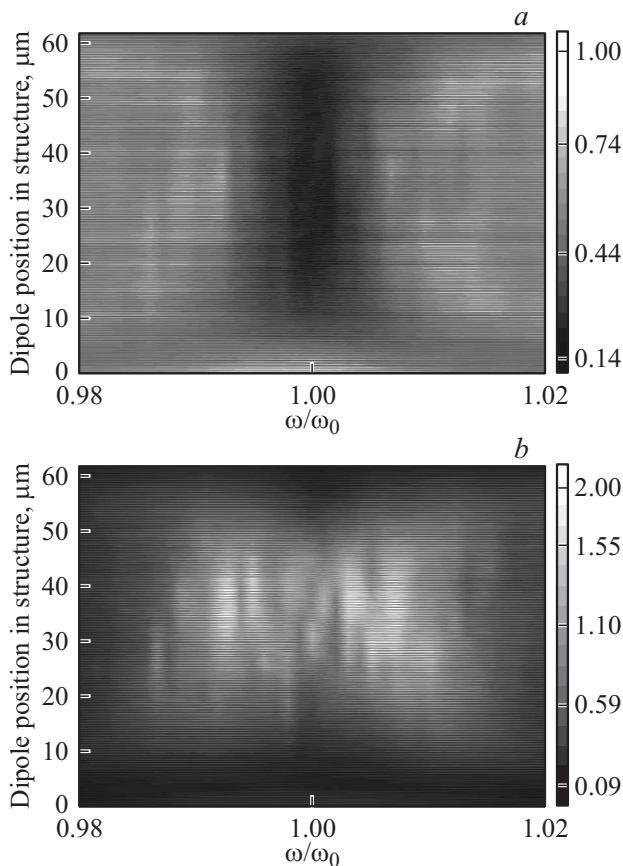


Рис. 5. *a* — зависимость от частоты света и позиции диполя величины $\langle F \rangle$, усредненной по ансамблю 1000 разупорядоченных структур, характеризуемых флуктуацией $\delta = 0.15$. Толщина структур $L = 200D$, модуляция показателя преломления структуры $g = 0.025$. *b* — среднеквадратическое отклонение σ , усредненной величины $\langle F \rangle$ (рис. 5, *a*).

структуре, характеризуемой флуктуацией $\delta = 0.15$. Для моделирования используем структуру, состоящую из 200 периодов D , модуляция показателя преломления структуры $g = 0.025$. Можно видеть появление локализованного состояния с частотой $\omega_{\text{loc}} = 1.0038 \omega_0$, для которого F достигает 48, что в несколько раз больше величины максимального значения F краевого состояния брэгговского отражателя сопоставимого размера (рис. 3, *a*), и приближается к значению для микрорезонатора.

Подобные локализованные состояния изучены в работе [20], где показано, что профиль поля такого состояния близок к профилю для микрорезонатора, т. е. экспоненциально затухает в обе стороны.

На рис. 5 показана зависимость величины $\langle F \rangle$, усредненной по ансамблю из 1000 разупорядоченных структур, характеризуемых флуктуацией $\delta = 0.15$, от частоты света и позиции диполя в структуре. Видно, что крайвые состояния проникают в ФЗЗ, практически заполняя ФЗЗ [35]. Заметим, что в ФЗЗ минимальное значение величины $\langle F \rangle = 0.14$, что на несколько порядков больше,

чем в идеальной структуре. Таким образом, вероятность появления оптических состояний в любом месте ФЗЗ становится существенно отличной от нуля. На рис. 5, *b* показано среднеквадратическое отклонение σ , усредненной величины $\langle F \rangle$, представленной на рис. 5, *a*. Видно, что в ФЗЗ наблюдаются вертикальные особенности с большим значением среднеквадратического отклонения, когда происходит максимальное усиление спонтанной эмиссии, вызванное появлением состояний, локализованных в „случайных микрорезонаторах“ (см. рис. 4). Отметим, что среднеквадратичное отклонение величины $\langle F \rangle$ в несколько раз больше, чем $\langle F \rangle$, что говорит о хаотическом поведении.

На рис. 6, *a* представлена зависимость от частоты света величины $\langle F \rangle$, усредненной по ансамблю 1000 разупорядоченных структур, характеризуемых флукту-

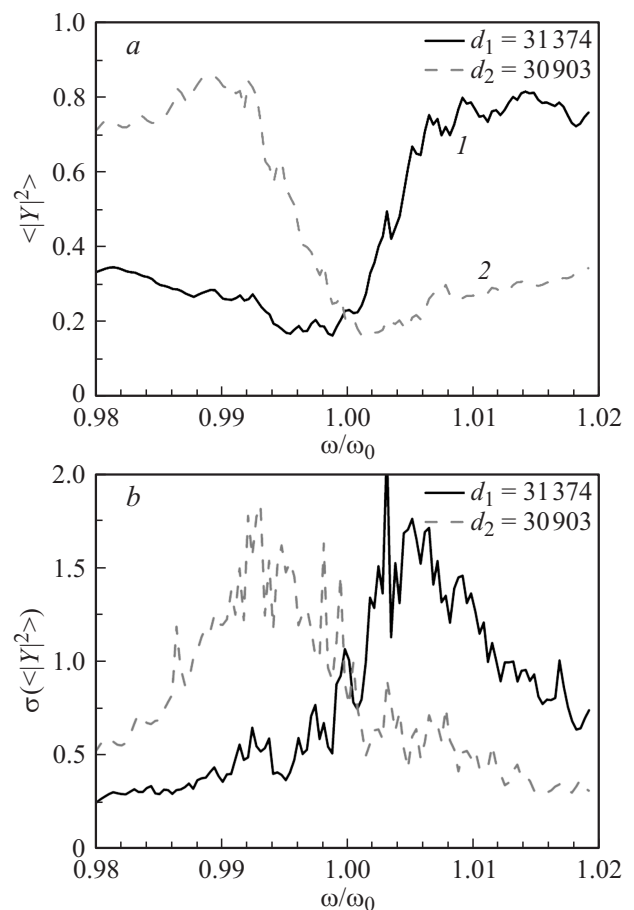


Рис. 6. *a* — зависимость от частоты света величины $\langle F \rangle$, усредненной по ансамблю 1000 разупорядоченных структур, характеризуемых флуктуацией $\delta = 0.15$, модуляция показателя преломления структуры $g = 0.025$. Толщина структур $L = 200D$, диполь расположен в центре структуры: 1 — сплошная линия, позиция диполя 31374 нм соответствует максимуму, достигаемому на правом краевом состоянии; 2 — пунктирная линия, когда позиция диполя 30903 нм соответствует максимуму, достигаемому на левом краевом состоянии. *b* — среднеквадратическое отклонение σ усредненной величины $\langle F \rangle$ (рис. 6, *a*).

ацией $\delta = 0.15$. Ввиду особенности спонтанного излучения в собственную моду, проиллюстрированной на рис. 3, *b*, целесообразно рассмотреть две позиции диполя в центре структуры: первый случай, когда позиция диполя соответствует максимуму электрического поля, достигаемому на правом краевом состоянии ω_{Right} , результирующая зависимость усредненной величины $\langle F \rangle$ от частоты света представлена сплошной линией на рис. 6, *a*; и вторая позиция диполя соответствует максимуму электрического поля, достигаемому на левом краевом состоянии ω_{Left} , полученная зависимость усредненной величины $\langle F \rangle$ от частоты света представлена штриховой линией на рис. 6, *a*. Видно, что краевые состояния проникают в ФЗЗ, однако необходимо отметить, что в ФЗЗ появляются не только сдвинутые краевые состояния, но и состояния с большим временем жизни, локализованные в случайно сформированных микрорезонаторах, пример которого приведен на рис. 4.

На рис. 6, *b* представлено среднеквадратическое отклонение σ усредненной величины $\langle F \rangle$, проиллюстрированной на рис. 5, *a*. Видно, что в ФЗЗ наблюдается большее значение среднеквадратического отклонения, что показывает большой разброс значений в представленном множестве со средней величиной множества. Такой большой разброс вызван появлением состояний, локализованных в „случайных микрорезонаторах“ (см. рис. 4). Вне ФЗЗ наблюдаем меньшее значение среднеквадратического отклонения, σ соответственно показывает, что значения величины $\langle F \rangle$ в множестве сгруппированы вокруг среднего значения усиления спонтанной эмиссии, когда частота соответствует собственной моде структуры, при этом ввиду разупорядоченности частота собственной моды плавно изменяется, практически равномерно заполняя разрешенную зону и усиливаясь при приближении к краевым состояниям.

3. Заключение

На основе формализма *S*-квантования проведено исследование изменения вероятности спонтанной эмиссии для излучателя, помещенного в одномерные разупорядоченные фотонные кристаллы. Проанализирована зависимость величины модового коэффициента Парселла от частоты света и положения диполя в структуре. Проведено сравнение вероятности спонтанной эмиссии излучателя, помещенного в одномерный разупорядоченный кристалл, с идеальным кристаллом. Показано, что при большом уровне разупорядочения наблюдается вероятность спонтанной эмиссии, увеличивающейся внутри ФЗЗ, что связано с появлением внутри ФЗЗ локализованных состояний. Наибольшее усиление спонтанной эмиссии наблюдается вблизи краев ФЗЗ.

Работа поддержана Российским научным фондом (грант № 16-12-10503).

Список литературы

- [1] J.D. Joannopoulos, R.D. Meade, J.N. Winn. *Photonic Crystals: Molding the Flow of Light* (University Press, Princeton, 1995).
- [2] P.W. Anderson. *Phys. Rev.*, **109**, 1492 (1958).
- [3] В.Ф. Гантмахер. *Электроны в неупорядоченных средах* (М., Физматлит, 2003).
- [4] E. Abrahams, P.W. Anderson, D.C. Licciardello, T.V. Ramakrishnan. *Phys. Rev. Lett.*, **42**, 673 (1979).
- [5] *Confined Electrons and Photons: New Physics and Applications*, ed. by E. Burstein, C. Weisbuch (Plenum, N.Y., 1995).
- [6] *Photonic Band Gap and Localization. NATO ASI Ser. B. V. 308* / ed. C.M. Soukoulis (Plenum, N.Y., 1993).
- [7] A.A. Chabanov, M. Stoytchev, A.Z. Genack. *Nature*, **404**, 850 (2000).
- [8] S. John. *Phys. Rev. Lett.*, **58**, 2486 (1987).
- [9] T. Schwartz, G. Bartal, S. Fishman, M. Segev. *Nature*, **446**, 52 (2007).
- [10] А.Р. Виноградов, А.М. Мерзликін. *Phys. Rev. E*, **70**, 026610 (2004).
- [11] D.S. Wiersma, P. Bartolini, A. Lagendijk, R. Righini. *Nature*, **390**, 671 (1997).
- [12] J. Topolancik, B. Ilic, F. Vollmer. *Phys. Rev. Lett.*, **99**, 253901 (2007).
- [13] M. Segev, Y. Silberberg, D.M. Christodoulides. *Nature Photonics*, **7**, 197 (2013).
- [14] P.W. Anderson, D.J. Thouless, E. Abrahams, D.S. Fisher. *Phys. Rev. B*, **22**, 3519 (1979).
- [15] M.P. Van Albada, A. Lagendijk. *Phys. Rev. Lett.*, **55**, 2692 (1985).
- [16] P.E. Wolf, G. Maret. *Phys. Rev. Lett.*, **55**, 2696 (1985).
- [17] Y. Kuga, A. Ishimaru. *J. Opt. Soc. Am. A*, **1**, 831 (1984).
- [18] В.А. Кособукин. *ФТТ*, **32**, 227 (1990).
- [19] В.А. Кособукин. *ФТТ*, **45**, 1091 (2003).
- [20] М.А. Калитеевский, D.M. Beggs, S. Brand, R.A. Abram, V.V. Nikolaev. *Phys. Rev. E*, **73** (5), 056616 (2006).
- [21] J. Liu, Z. Fan, H. Xiao, W. Zhang, C. Guan, L. Yuan. *Appl. Optics*, **50** (24), 4868 (2011).
- [22] R.M. Purcell. *Phys. Rev.*, **69** (11), 681 (1946).
- [23] F. De Martini, M. Marrocco, P. Mataloni, L. Crescentini, R. Loudon. *Phys. Rev. A*, **43** (5), 2480 (1991).
- [24] G. Björk. *Phys. Rev. A*, **44**, 669 (1991).
- [25] M.S. Tomas, Z. Lenac. *Phys. Rev. A*, **56** (5), 4197 (1997).
- [26] М.А. Калитеевский, А.Р. Губайдуллин, К.А. Иванов, В.А. Мазлин. *Opt. Spectrosc.*, **121** (3), 410 (2016).
- [27] M. Born, E. Wolf. In: *Principles of Optics*, 7th edn (Cambridge University Press, UK, 1999).
- [28] A. Yariv, P. Yeh. *Optical Waves in Crystals: Propagation and Control of Laser Radiation* (Wiley Classics Library, John Wiley and Sons, 2002).
- [29] Yu.A. Vlasov, M.A. Kaliteevskii, V.V. Nikolaev. *Phys. Rev. B*, **60** (3), 1555 (1990).
- [30] М.А. Калитеевский, J.M. Martinez, D. Cassagne, J.P. Albert. *Phys. Rev. B*, **66**, 113101 (2002).
- [31] G. Pozina, M.A. Kaliteevskii, E.V. Nikitina, D.V. Denisov, N.K. Polyakov, E.V. Pirogov, L.I. Gorai, A.R. Gubaydullin, K.A. Ivanov, N.A. Kaliteevskaya, A.Yu. Egorov, S.J. Clark. *Sci. Rept.*, **5**, 14911 (2015).

- [32] G. Pozina, M.A. Kaliteevski, E.V. Nikitina, D.V. Denisov, N.K. Polyakov, E.V. Pirogov, L.I. Gorai, A.R. Gubaydullin, K.A. Ivanov, N.A. Kaliteevskaya, A.Yu. Egorov. *Phys. Status Solidi B*, **1**, 6 (2016).
- [33] М.А. Калитеевский, В.А. Мазлин, К.А. Иванов, А.Р. Губайдуллин. *Опт. и спектр.*, **119** (5), 810 (2015).
- [34] R. Coccioni, M. Boroditsky, K.W. Kim, Y. Rahmat-Samii, E. Yablonovitch. *IEE Proc. Optoelectron.*, **145** (6), 691 (1998).
- [35] M.A. Kaliteevski, D.M. Beggs, S. Brand, R.F. Abram, V.V. Nikolaev. *Phys. Rev. B*, **73** (3), 033106 (2006).

Редактор Г.А. Оганесян

Purcell effect in one-dimensional disordered photonic crystals

A.R. Gubaydullin^{1,2}, K.A. Ivanov², V.V. Nikolaev³,
M.A. Kaliteevski^{1,2,3}

¹ St. Petersburg Academic University,
194021 St. Petersburg, Russia

² ITMO Univesity,
197101 St. Petersburg, Russia

³ Ioffe Institute,
194021 St. Petersburg, Russia

Abstract We have theoretically studied the probability of spontaneous emission rate of the emitter placed in a one-dimensional disordered photonic crystal. It is shown that for a dipole emitter placed in a disordered photonic crystal, the spontaneous emission rate can be enhanced (if the frequency corresponds to the optical eigenmode of the structure) and suppression of spontaneous emission (in the case of bandgap, or when the position of the emitter corresponds to a node in the profile of the electric field of the eigenmode). It is demonstrated that at high levels of disorder photonic band gap (PBG) is narrowed, and the probability of emission in the center of PBG becomes significantly different from zero, and in the PBG may occur localized states for which the spontaneous emission is significantly enhanced.