

Моделирование режима Q_{\max} термоэлектрического охладителя с учетом тепловых сопротивлений на холодной и горячей стороне

© А.А. Мельников, А.М. Пири, И.В. Тарасова, Н.В. Батрамеев

Национальный исследовательский технологический университет „МИСиС“,
119049 Москва, Россия

E-mail: q.melnikov@gmail.com

(Получена 27 декабря 2016 г. Принята к печати 12 декабря 2017 г.)

При моделировании термоэлектрических охлаждающих устройств необходимо учитывать тепловые сопротивления конструкционных элементов, расположенных между материалом и теплоотдающей средой (на холодной стороне) и между материалом и теплопринимающей средой (на горячей стороне устройства). В работе предложена безразмерная математическая модель, описывающая холодо- и теплопроизводительность, напряжение питания и холодильный коэффициент устройств в зависимости от тока с учетом указанных тепловых сопротивлений. С помощью данной модели могут быть найдены оптимальные значения тока и тепловых сопротивлений на горячей и холодной стороне устройства для реализации максимальной холодопроизводительности и других режимов работы.

DOI: 10.21883/FTP.2017.07.44636.22

Реальные режимы работы термоэлектрических (т/э) охлаждающих устройств обусловлены наличием тепловых сопротивлений между материалом и теплоотдающим и теплопринимающим объектом или средой. Это условие приводит к несовпадению режима максимальной холодопроизводительности материала и режима максимальной холодопроизводительности т/э устройства Q_{\max} вследствие возникновения перепадов температур на конструкционных элементах устройства между материалом и тепловыми средами. Моделирование параметров т/э охлаждающих устройств с учетом этих тепловых сопротивлений широко освещено в литературе [1–9]. Нахождение оптимальных параметров устройств для реализации режима Q_{\max} предлагается выполнять численными методами с помощью компьютерных программ или эмпирически с некоторыми допущениями, так как с учетом тепловых сопротивлений зависимости выходных параметров устройств становятся громоздкими. Предлагаемая безразмерная математическая модель позволяет существенно упростить итоговые выражения для холодо- и теплопроизводительности и проводить моделирование, не привязываясь к конкретным величинам параметров материалов и устройств. Уравнения выведены непосредственно из классических уравнений теплового баланса, дополненных условием наличия теплового сопротивления между т/э материалом и тепловой средой.

Здесь и далее рассматривается случай, при котором температура теплоотдающей среды равняется температуре теплопринимающей среды, $T_{cm} = T_{hm} = T$, $dT_m = 0$, при этом перепад температур на материале определяется как $dT = T_h - T_c$. Вводится понятие эквивалентного теплового сопротивления — суммы тепловых сопротивлений всех элементов конструкции т/э устройства между материалом и теплоотдающей средой R_c , К/Вт, и между материалом и теплопринимающей средой R_h , К/Вт (рис. 1). Эквивалентные тепловые контактансы K_c , K_h , Вт/К, определяются как $K_{c,h} = 1/R_{c,h}$. Эффективные коэффициенты теплоотдачи на холодном и горячем

спаса материалов A_c , A_h , Вт · м⁻² · К⁻¹, определяются как $A_{c,h} = 1/(nSR_{c,h}) = K_{c,h}/(nS)$, где n — количество ветвей в т/э устройстве, соединенных электрически последовательно и термически параллельно, S — площадь сечения ветви, м². С учетом эффективных коэффициентов теплоотдачи классические уравнения теплового баланса [1] могут быть дополнены как

$$q_c = \alpha j T_c - \frac{j^2 \rho L}{2} - (T_h - T_c) \frac{k}{L} = A_c (T - T_c),$$

$$q_h = \alpha j T_h + \frac{j^2 \rho L}{2} - (T_h - T_c) \frac{k}{L} = A_h (T_h - T), \quad (1)$$

где q_c , q_h — удельная холодо- и теплопроизводительность, Вт/м²; T — температура теплоотдающей и теплопринимающей среды, К; T_c , T_h — температуры на холодной и горячей стороне т/э материала, К; α , k , ρ — известные параметры термоэлектрического материала при температуре T ; j — плотность тока, А/м²; L — высота т/э ветви, м.

Зависимости т/э параметров материала от температуры не рассматриваются при нахождении аналитического решения уравнений (1), однако они могут быть включены в расчет с использованием численных методов. Влияние температурных зависимостей параметров т/э материала на выходные характеристики устройства в рамках этой модели рассмотрено в работе [8].

При переходе к безразмерному моделированию за основу берется величина максимальной удельной холодопроизводительности материала $q_{\max 0}$ при токе $j_{\max 0}$, относительно них рассчитываются остальные параметры. Используются следующие замены переменных:

$$T'_c = T_c/T; T'_h = T_h/T — безразмерная температура на холодной и горячей стороне материала соответственно;$$

$$j' = j/j_{\max 0} = j\rho L/(\alpha T) — безразмерный ток;$$

$$K' = (K_c + K_h)/K_p = R_p(R_c + R_h)/(R_c R_h) = (A_c + A_h)L/k — безразмерный параметр, характеризующий теплопере-$$

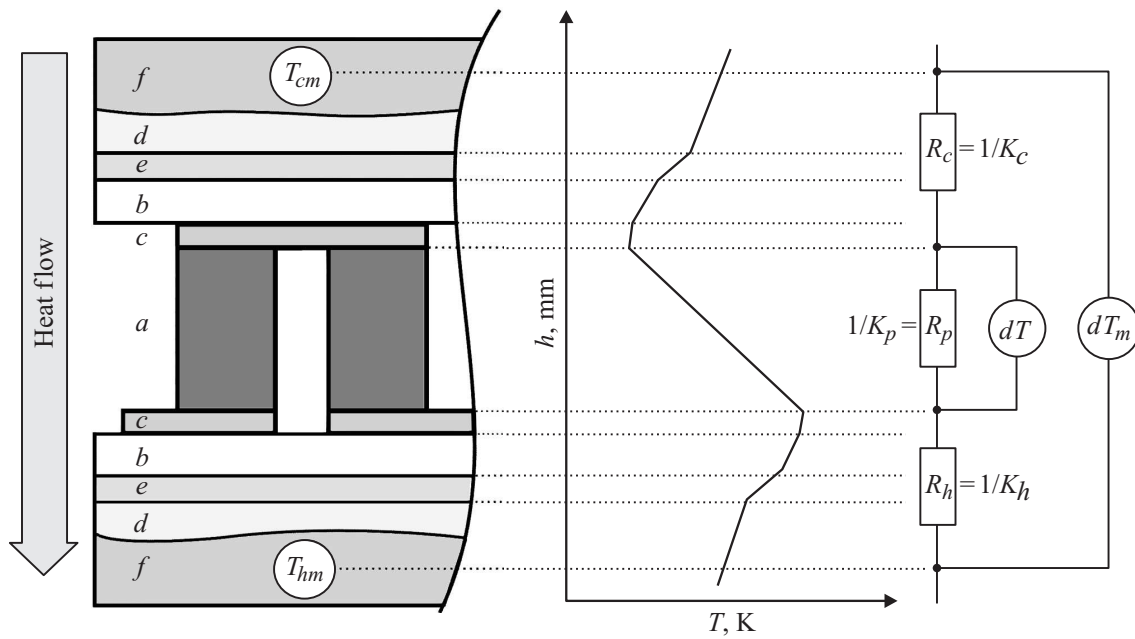


Рис. 1. Схематичное изображение, температурный профиль и схема эквивалентных тепловых сопротивлений т/э охлаждающего устройства. *a* — т/э ветвь, *b* — керамическая пластина, *c* — медные коммутационные шины, *d* — радиатор, *e* — материалы термоинтерфейса, *f* — тепловая среда.

нос на спаях. Чем выше параметр, тем лучше осуществляется теплоперенос между материалом и тепловыми средами. R_p — суммарное тепловое сопротивление т/э ветвей, $R_p = L/(nSk)$, К/Вт; K_p — суммарный тепловой контактанс т/э ветвей, $K_p = 1/R_p$, Вт/К.

$y = A_c/(A_c + A_h)$; $1 - y = A_h/(A_c + A_h)$ — отношения эффективных коэффициентов теплоотдачи на холодной и горячей стороне к сумме коэффициентов; $y > 0.5$ соответствует лучшим условиям теплопереноса на холодной стороне по сравнению с горячей (например, больший размер радиатора на холодной стороне при постоянной суммарной массе радиаторов); $y < 0.5$ — лучшим условиям теплопереноса на горячей стороне;

$ZT = \alpha^2 T/(\rho k)$ — параметр ZT материала при температуре T ;

$q'_c = q_c/q_{\max 0}$; $q'_h = q_h/q_{\max 0}$ — безразмерная холодо- и теплопроизводительность, представляющая собой отношение соответствующего удельного теплового потока к максимальной удельной холодопроизводительности материала $q_{\max 0} = j_{\max 0}^2 \rho L/2 = \alpha^2 T^2/(2\rho L)$.

После проведения указанных замен переменных и математических преобразований становится возможным решить уравнения (1) относительно T'_c , T'_h [8] и выразить уравнения для холодо- и теплопроизводительности как

$$q'_c = \frac{y \left(2 - j' - \frac{2j'}{K' - yK' - j'ZT} \right)}{\frac{y}{j'} + \frac{ZT}{K'} + \frac{1}{j'(K' - yK' - j'ZT)}};$$

$$q'_h = \frac{(y - 1) \left(2 + j' - \frac{K'(2 + j') + 2j'}{K' - yK' - j'ZT} \right)}{\frac{y}{j'} + \frac{ZT}{K'} + \frac{1}{j'(K' - yK' - j'ZT)}}. \quad (2)$$

После этого также могут быть рассчитаны безразмерная потребляемая мощность $w' = q'_h - q'_c$, безразмерное падение напряжения $u' = w'/j'$ и холодильный коэффициент $COP = q'_c/w'$. При идеализированных условиях теплопереноса ($K' \rightarrow \infty$) уравнения (2) преобразуются в классические уравнения для материала при $dT = 0$. В описываемой безразмерной модели классические уравнения принимают вид:

$$q'_{c0} = 2j' - j'^2, \quad q'_{h0} = 2j' + j'^2,$$

$$w'_0 = 2j'^2, \quad u'_0 = 2j', \quad COP_0 = \frac{1}{j'} - \frac{1}{2}. \quad (3)$$

Для практических расчетов безразмерные параметры могут быть преобразованы в действительные значения параметров т/э устройства как

$$Q_c = q'_c \frac{n\alpha^2 T^2 S}{2\rho L}, \quad Q_h = q'_h \frac{n\alpha^2 T^2 S}{2\rho L}, \quad U = u' \frac{n\alpha T}{2}. \quad (4)$$

В работе [8] оценена применимость модели в диапазоне $K' > 5$ и $y = 0.2 \dots 0.65$. Вне этого диапазона становится преобладающим влияние температурных зависимостей материала, не учитываемых в описываемом аналитическом методе. Также в работе представлен метод определения эквивалентных тепловых сопротивлений на холодной и горячей стороне т/э охлаждающего устройства/системы через значения Z , электрическое сопротивление R и напряжение холостого хода в генераторном режиме.

Отличия представленной математической модели от классической теории ($K' \rightarrow \infty$) показаны на рис. 2.

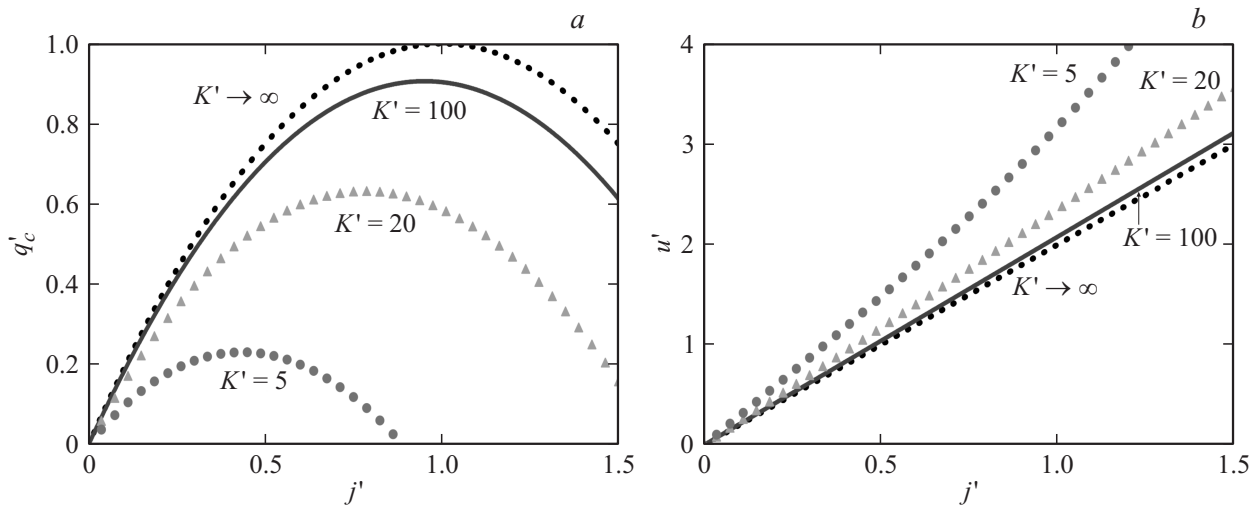


Рис. 2. Зависимости безразмерной холодопроизводительности q'_c (a) и напряжения u' (b) от безразмерного тока j' при $ZT = 1$, $y = 0.5$ и различных параметрах теплопереноса K' .

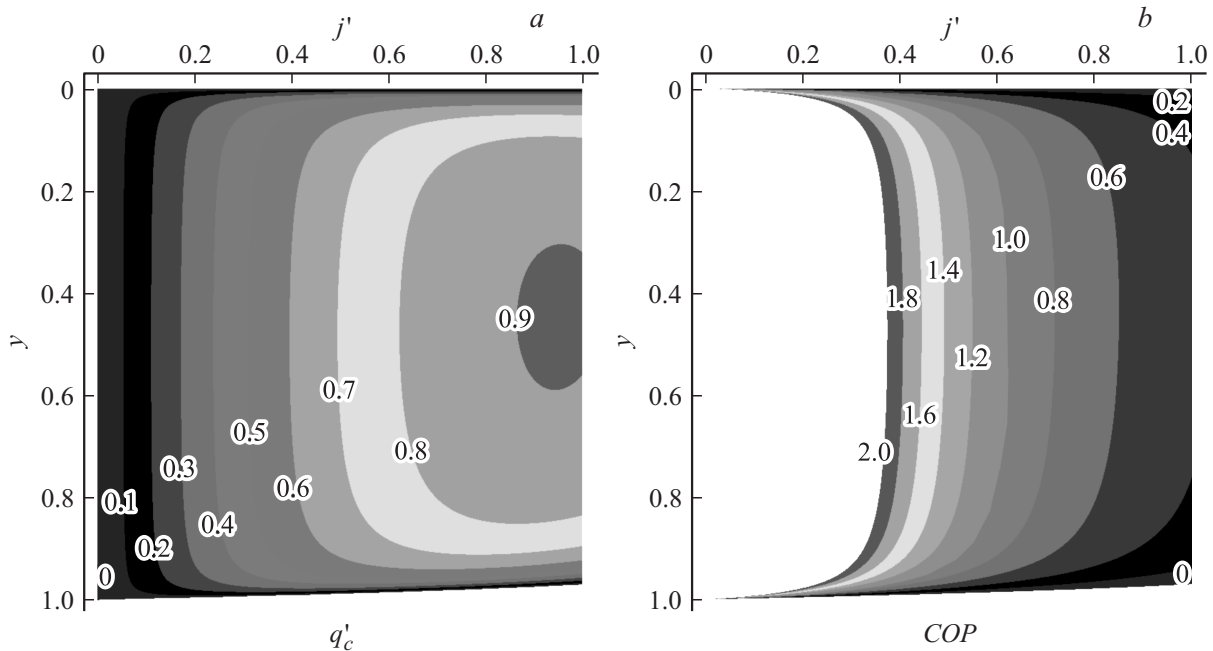


Рис. 3. Зависимости безразмерной холодопроизводительности q'_c и COP от безразмерного тока j' и отношения коэффициентов теплоотдачи y при $K' = 100$, $ZT = 1$.

При высоких значениях параметра теплопереноса K' зависимости $q'_c(j')$, $u'(j')$ приближаются к зависимостям классической теории. При уменьшении его значения (увеличении тепловых сопротивлений между материалом и тепловой средой и/или уменьшении теплового сопротивления ветвей) точка максимума q'_c сдвигается в область меньших токов, при этом уменьшается и сам максимум холодопроизводительности. С уменьшением K' также увеличивается падение напряжения, обусловленное увеличением перепада температур на материале dT .

Для максимальной холодопроизводительности устройства оптимальный ток $j'_{q\max}$ и отношение эффективных

коэффициентов теплоотдачи $y_{q\max}$ могут быть определены по экстремуму функции (2) $q'_c(y, j')$ при фиксированных K' и ZT (рис. 3). Для найденных значений $j'_{q\max}$, $y_{q\max}$ также может быть определен COP . Оптимальные параметры, определенные для значений $K' = 1 \dots 1000$ при $ZT = 1$, представлены на рис. 4. С увеличением параметра теплопереноса K' безразмерная максимальная холодопроизводительность q'_{\max} нелинейно увеличивается.

Таким образом, представленная математическая модель может быть использована для определения оптимальных параметров термоэлектрического охлаждающего устройства/системы для режима максимальной холо-

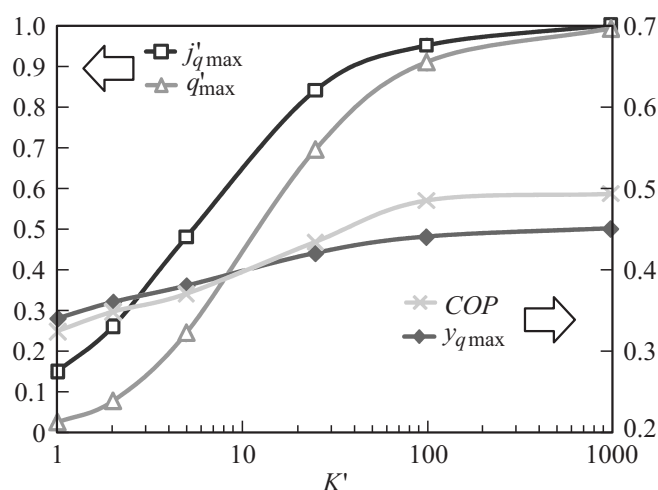


Рис. 4. Оптимальный ток $j'_{q,max}$, отношение коэффициентов теплоотдачи $y_{q,max}$ и соответствующие им q'_{max} и COP в зависимости от K' при $ZT = 1$.

допроизводительности. По данным рис. 4 можно установить, что для широкого диапазона значений параметров теплопереноса K' оптимальные значения y находятся в области $y < 0.5$, что означает, что для реализации режима Q_{max} предпочтительны более высокие параметры теплоотдачи на горячей стороне устройства по сравнению с холодной (например, большой радиатор, большая скорость прогона теплоносителя и т.п.). Модель может быть использована как для общей оценки, так и для моделирования конкретных устройств и систем при определении эквивалентных тепловых сопротивлений на холодной и горячей стороне. Также выражения (2) представленной модели могут быть использованы для оптимизации режимов при $dT_m = 0$, отличных от Q_{max} .

Список литературы

- [1] Л.И. Анатычук, В.А. Семенюк. *Оптимальное управление свойствами термоэлектрических материалов и приборов* (Черновицы, Прут, 1992) с. 21.
- [2] H. Lee. *Appl. Energy*, **106**, 79 (2013).
- [3] T. Han, G. Gong, Z. Liu, L. Zhang. *Appl. Therm. Eng.*, **67**, 529 (2013).
- [4] L. Zhu, H. Tan, J. Yu. *Energy Convers. Management*, **76**, 685 (2013).
- [5] Y. Zhou, J. Yu. *Int. J. Refrig.*, **35**, 1139 (2012).
- [6] A. Attar, H. Lee, S. Weera. *J. Electron. Mater.*, **43** (6), 2179 (2014).
- [7] A. Attar, H. Lee. *Energy Convers. Management*, **112**, 328 (2016).
- [8] A.A. Melnikov, V.G. Kostishin, V.V. Alenkov. *J. Electron. Mater.* (2017) doi:10.1007/s11664-016-4952-0
- [9] M.R. Pearson, C.E. Lents. *J. Heat Transfer*, **138** (8), 081301 (2016).

Редактор Г.А. Оганесян

Modeling of Q_{max} mode of a thermoelectric cooler taking into account thermal resistances on cool and hot side

A.A. Melnikov, A.M. Phiri, I.V. Tarasova, N.V. Batrameev

National University of Science and Technology „MISIS“, 119049 Moscow, Russia

Abstract It is necessary to take into account thermal resistances of construction elements located between a material and heat emitting medium (on cold side) and between a material and heat absorbing medium (on hot side) when simulating thermoelectric cooling devices. A dimensionless mathematical model taking into account mentioned thermal resistances and describing cooling and heating capacity, voltage and coefficient of performance of the devices depending on current is proposed in this work. With use of this model, optimum values of current and thermal resistances on hot and cold side of the devices can be found for implementation of maximum cooling capacity mode and other working conditions.