

03

Изменение свойств турбулентных течений в сферическом слое под действием модуляции скорости вращения

© Д.Ю. Жиленко, О.Э. Кривоносова

Институт механики МГУ им. М.В. Ломоносова, Москва
E-mail: jilenko@imec.msu.ru

Поступило в Редакцию 10 ноября 2016 г.

Экспериментально исследованы изотермические турбулентные течения вязкой несжимаемой жидкости в сферическом слое. Рассматривается воздействие модуляции скорости вращения внутренней сферы на свойства турбулентности. Проведены измерения скорости течения лазерным доплеровским анемометром. Обнаружен локальный минимум в зависимости величины турбулентных пульсаций от амплитуды модуляции. Установлено, что в отсутствие модуляции наклоны спектров скорости близки к величине $-11/5$. С увеличением амплитуды модуляции возможно формирование спектров, характерных для двумерной турбулентности: с наклоном $-5/3$ на низких частотах и наклоном -3 на высоких частотах.

DOI: 10.21883/PJTF.2017.10.44625.16564

Основным свойством турбулентных течений является наличие инерционного интервала переноса энергии [1]. Взаимное расположение участков энергетического спектра и их наклон в инерционном интервале определяют вид турбулентности. В трехмерной турбулентности наблюдается прямой каскад переноса энергии от больших к меньшим масштабам [1–3]. Зависимость энергетического спектра $E(k)$ от волнового числа k в трехмерной турбулентности имеет вид $E(k) \sim k^{-5/3}$ для изотермических течений и $E(k) \sim k^{-11/5}$ для стратифицированных по температуре течений [1]. В двумерной турбулентности при меньших частотах наблюдается обратный каскад передачи кинетической энергии от меньших масштабов к большим с зависимостью $E(k) \sim k^{-5/3}$, а при больших частотах — прямой каскад переноса энтропии с зависимостью $E(k) \sim k^{-3}$ [2,3]. Двумерная и трехмерная турбулентность могут наблюдаться одновременно в различных пространственных областях

одного и того же течения [4,5]. Переход от трехмерной к двумерной турбулентности в течении может происходить при наличии внешней вынуждающей силы и вращения [6,7]. Сочетание вращения и сферической геометрии, характерное для крупномасштабных геофизических процессов, учитывается в сферическом течении Куэтта (СТК) [8,9] — течении вязкой несжимаемой жидкости, вызванном вращением концентрически расположенных сферических границ вокруг общей оси. В [9] показано, что в результате ламинарно-турбулентного перехода, вызванного периодической модуляцией скорости вращения одной из границ, в СТК могут формироваться и двумерная, и трехмерная турбулентность. Выводы о виде турбулентности в [9] получены как по наклону спектров, так и по знаку структурной функции третьего порядка скорости [1]. Тем не менее остается открытым вопрос о восприимчивости развитой турбулентности, формирующейся в СТК при постоянных скоростях вращения границ, к воздействию модуляции. Несмотря на успехи моделирования турбулентности различными способами [5,6,10], неединственность решений уравнений Навье–Стокса определяет необходимость в том числе и экспериментальных исследований при изучении турбулентности.

Цель настоящей работы — экспериментальное исследование влияния модуляции скорости вращения внутренней сферы на свойства развитых турбулентных течений во вращающемся сферическом слое.

Эксперименты проводились в сферическом слое, сформированном двумя оптически прозрачными коаксиальными сферами, с радиусами внутренней и внешней сфер $r_1 = 0.075$ и $r_2 = 0.15$ м соответственно. Слой наполнялся силиконовым маслом с вязкостью $\nu \approx 5 \cdot 10^{-5}$ м²/с при температуре 22°C. Для стабилизации температуры сферы размещены в заполненном силиконовым маслом термостате. Температура рабочей жидкости в слое поддерживалась постоянной, с точностью не менее $\pm 0.05^\circ$ С, и контролировалась расположенным на экваторе внешней сферы датчиком. Измерения азимутальной компоненты скорости течения u_φ лазерным анемометром проводились вблизи внешней сферы. Точка измерения удалена от плоскости экватора на расстояние 0.078 м, и от оси вращения на 0.105 м. Скорость вращения внешней сферы Ω_{20} поддерживалась постоянной. Скорость вращения внутренней сферы $\Omega_1(t)$ изменялась с задаваемой системой управления амплитудой A и частотой f со средней погрешностью не более 0.05% от заданных значений: $\Omega_1(t) = \Omega_{10}(1 + A \sin(2\pi f t + \varphi))$. Величины $f = 0.01$ и 0.08 Hz не превышали средних величин частот

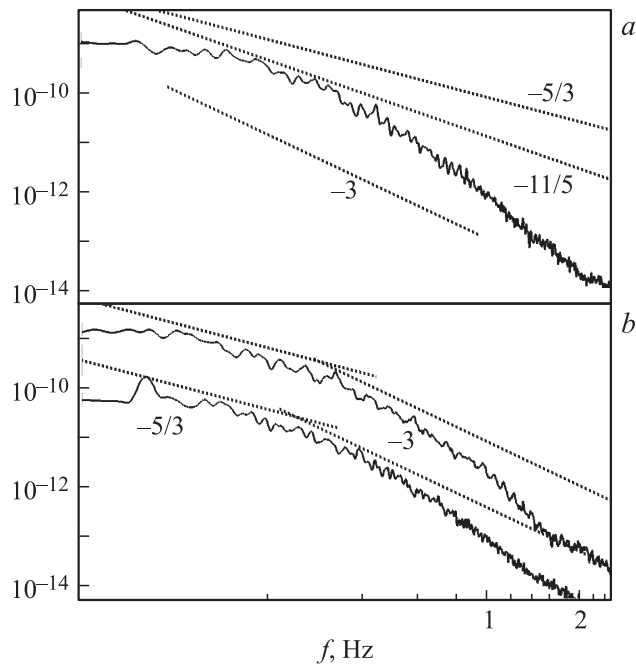


Рис. 1. Полученные в эксперименте спектры u_ϕ^2 : a — $A = 0$; b — $f = 0.01$ Hz, $A = 0.078$ (верхняя кривая), $f = 0.08$ Hz, $A = 0.1165$ (нижняя кривая, для удобства восприятия сдвинута вниз на 2 порядка по оси ординат).

вращения сфер. Эксперименты проводились следующим образом: сначала при встречном вращении границ и $A = 0$ формировалось исходное турбулентное течение при числах Рейнольдса $Re_1 = \Omega_{10} r_1^2 / \nu = 450$ и $Re_2 = \Omega_{20} r_2^2 / \nu = -900$. Далее при выбранной величине f амплитуду A увеличивали от 0 до заданного значения (но не более 12% от Ω_{10}).

Обработка результатов измерений показала, что в отсутствие модуляции в спектре можно выделить участок с постоянным углом наклона, близким к величине $-11/5$ (рис. 1, a). Выше отмечалось, что зависимость вида $E(k) \sim k^{-11/5}$ характерна для турбулентности в стратифицированных по температуре течениях [1], и ранее подобные зависимости экспериментально наблюдались только при исследовании

Области формирования различных спектров турбулентности в зависимости от амплитуды A и частоты f модуляции (темным цветом показаны реализуемые в эксперименте спектры)

| f , Hz | A | Спектр с наклоном $-11/5$ (рис. 1, a) (соответствует 3D-турбулентности) | Спектр с наклоном $-5/3$ (рис. 1, b , сверху) (соответствует 3D-турбулентности) | Спектр с наклонами $-5/3$ и -3 (рис. 1, b , снизу) (соответствует 2D-турбулентности) |
|----------|--------|---|---|--|
| 0 | 0 | | | |
| 0.01 | 0.0391 | | | |
| 0.01 | 0.0781 | | | |
| 0.01 | 0.1172 | | | |
| 0.08 | 0.0388 | | | |
| 0.08 | 0.0776 | | | |
| 0.08 | 0.1165 | | | |

конвекции (например, в [11]). В нашем случае контролируемые величины температур рабочей жидкости в слое и термостате исключают появление конвекции. Необходимо отметить, что общим свойством рассматриваемого турбулентного течения и турбулентных конвективных течений является наличие крупномасштабной циркуляции и, возможно, именно это является причиной формирования турбулентных спектров одного и того же вида. При $A \neq 0$ вид спектров зависит от f . В случае $f = 0.01 \text{ Hz}$ при $A < 4\%$ рассматриваемый выше спектр с наклоном $-11/5$ сохраняется (см. таблицу). Дальнейшее повышение A ведет к формированию турбулентных спектров с наклоном $-5/3$ (рис. 1, *b*), характерных для трехмерной турбулентности в изотермических течениях (см. таблицу). Такие же спектры формируются в случае $f = 0.08 \text{ Hz}$ при $A < 10\%$ (см. таблицу). Дальнейшее увеличение амплитуды приводит к появлению спектров, характерных для двумерной турбулентности: с наклоном $-5/3$ на меньших частотах и наклоном -3 на больших частотах (рис. 1, *b*). Граница между интервалами с различным наклоном спектра соответствует средней частоте вращения внутренней сферы.

Рассмотрим, каким образом увеличение A и f воздействует на вид спектров. Сначала наклон спектра снижается на низких частотах: на рис. 1 виден переход от наклона $-11/5$ к наклону $-5/3$ в одном и том же диапазоне частот. Затем на частотах больших, чем частота вращения внутренней сферы, наклон спектра возрастает до величины -3 (рис. 1, *b*). Такое изменение спектров свидетельствует о повышении энергии турбулентности на высоких частотах с увеличением амплитуды модуляции. Изменение вида спектров является следствием изменения свойств турбулентных пульсаций скорости. Так, изображенные на рис. 2, *a* зависимости среднеквадратичных отклонений

$$u_{\varphi} \text{ rms } u_{\varphi} = \sqrt{\frac{1}{N_t} \sum_{n=1}^{N_t} (u_{\varphi}(n, r) - \overline{u_{\varphi}(r)})^2}$$

от A показывают наличие локальных минимумов при $A < 0.05$, и чем меньше величина f , тем более выражен этот минимум. Таким образом, при небольших амплитудах модуляции возможно уменьшение уровня турбулентных пульсаций по сравнению со случаем $A = 0$. В том диапазоне изменения A , где происходит переход от трехмерной турбулентности к двумерной в случае $f = 0.08 \text{ Hz}$ (см. таблицу), наблюдаются наибольшие отличия в уровне турбулентных пульсаций: для двумерной турбулентности они существенно ниже, чем для трехмерной.

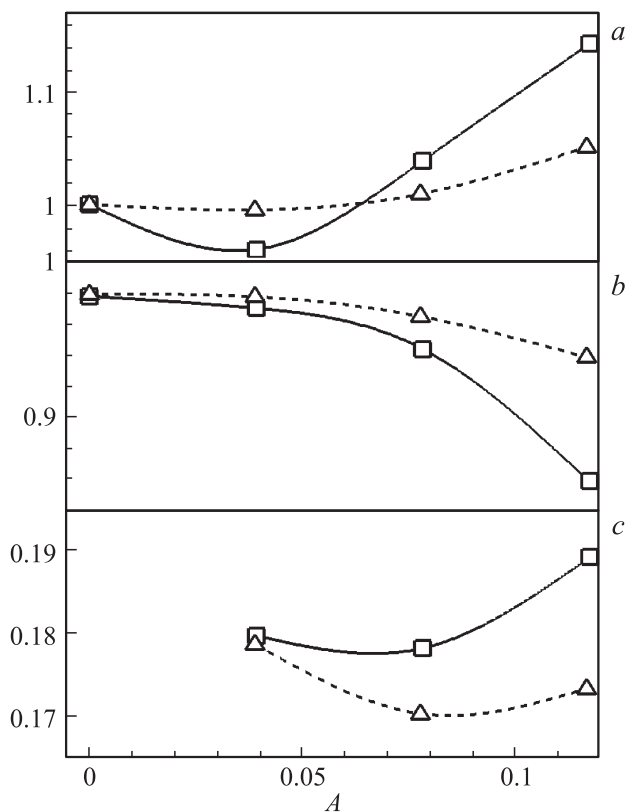


Рис. 2. *a* — величины $\text{rms } u_\phi / \text{rms } u_\phi (A=0)$; *b* — величины $\text{rms}(u_\phi - u_{coh}) / \text{rms } u_\phi$; *c* — величины $\text{rms}(\Delta\chi) / \Omega_{10}$. Сплошные линии и квадратные символы — $f = 0.01$ Hz, прерывистые линии и треугольные символы — $f = 0.08$ Hz.

Сигнал u_ϕ можно представить в виде суммы трех составляющих — средней, когерентной и случайной, такое разложение использовалось, например, в [4]. В присутствии модуляции свойства турбулентности могут изменяться во времени [8,9]. Поэтому при вычислении когерентной составляющей в настоящей работе временной сигнал представлялся в виде суммы внутренних мод [12], каждая из которых характеризуется

медленно меняющейся во времени частотой, и малого остатка. Мода такого разложения на частоте модуляции использовалась в настоящей работе в качестве когерентной составляющей и представляла собой модулированный по амплитуде сигнал. На рис. 2, *b* показаны зависимости от амплитуды модуляции среднеквадратичных отклонений пульсаций u_φ с вычетом когерентной составляющей u_{coh} , нормированные на ту же величину без вычета когерентной составляющей — $\text{rms}(u_\varphi - u_{coh})/\text{rms } u_\varphi$. Во всем диапазоне амплитуд модуляции наблюдается монотонное снижение этой величины, увеличивающееся с уменьшением частоты модуляции.

Модуляция скорости вращения может рассматриваться как внешняя по отношению к течению вынуждающая сила, вызывающая синхронизацию течения. Оценить уровень синхронизации можно по поведению мгновенных величин фазы и частоты сигнала [9]. Значение мгновенной фазы $\Psi(t)$ сигнала скорости $x(t)$ определяется как $\Psi(t) = \text{arctg}(y(t)/x(t))$; $y(t)$ — ортогональное дополнение к $x(t)$, которое вычисляется как преобразование Гильберта ряда $x(t)$ [12]. Тогда $\chi(t) = \partial(\Psi(t))/\partial t$ — мгновенная частота. Рассмотрим среднеквадратичные отклонения разности между мгновенными частотами, соответствующими скорости вращения внутренней сферы и скорости в выбранной точке течения, нормированные на величину средней угловой скорости: $\text{rms}(\Delta\chi)/\Omega_{10}$ (рис. 2, *c*). Так же как и для турбулентных пульсаций скорости (рис. 2, *a*), в зависимости разности мгновенных частот от величины A наблюдается локальный минимум, который соответствует наиболее высокому уровню синхронизации. Чем ниже f , тем меньше величина A , соответствующая локальному минимуму. Отметим, что локальный минимум при $f = 0.08 \text{ Hz}$ соответствует диапазону амплитуд, в котором происходит замена спектров, характерных для трехмерной турбулентности, на спектры, характерные для двумерной турбулентности (см. таблицу). Это означает, что в случае двумерной турбулентности уровень синхронизации выше, чем в случае трехмерной турбулентности.

Таким образом, модуляция скорости вращения может приводить к снижению уровня турбулентных пульсаций скорости, и этот уровень в случае двумерной турбулентности ниже, чем в случае трехмерной. Переход от трехмерной турбулентности к двумерной под действием модуляции возможен в случае высокого уровня синхронизации.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ, проект № 16-05-00004.

Список литературы

- [1] Монин А.С., Яглом А.М. Статистическая гидромеханика. Т. 2. М.: Наука, 1967.
- [2] Данилов С., Гурарий Д. // УФН. 2000. Т. 170. № 9. С. 921–968.
- [3] Boffetta G., Ecke R. // Ann. Rev. Fluid Mech. 2012. V. 44. P. 427–451.
- [4] Kit E. et al. // J. Fluid Mech. 2007. V. 589. P. 479–507.
- [5] Hrebtov M., Pyushin B., Krasinsky D. // Phys. Rev. E. 2010. V. 81. P. 016315.
- [6] Farazmand M., Kevlahan N., Protas B. // J. Fluid Mech. 2011. V. 668. P. 202–222.
- [7] Smith L. // Phys. Fluids. 1999. V. 11. N 6. P. 1608–1622.
- [8] Жиленко Д.Ю., Кривоносова О.Э. // Письма в ЖТФ. 2013. Т. 39. В. 1. С. 62–70.
- [9] Жиленко Д.Ю., Кривоносова О.Э. // Письма в ЖЭТФ. 2015. Т. 101. В. 8. С. 583–588.
- [10] Меламед Л.Э. // Письма в ЖТФ. 2015. Т. 41. В. 24. С. 23–28.
- [11] Shang X.-D., Xia K.-Q. // Phys. Rev. E. 2001. V. 64. P. 065301.
- [12] Huang N.E., Shen Z., Long S.R. // Ann. Rev. Fluid Mech. 1999. V. 31. P. 417–457.