09

Выходные характеристики смешанных голограмм в кристалле $Bi_{12}TiO_{20}$ среза $(\bar{1}\bar{1}0)$. Теория и эксперимент

© А.В. Макаревич, 1 В.В. Шепелевич, 1,¶ , С.М. Шандаров 2

- ¹ Мозырский государственный педагогический университет им. И.П. Шамякина, 247760 Мозырь, Республика Беларусь
- ² Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники, 634050 Томск, Россия

(Поступило в Редакцию 29 июня 2016)

Получено аналитическое решение системы линейных дифференциальных уравнений, описывающей восстановление предметной световой волны на смешанной пропускающей голографической решетке, сформированной в кубическом фоторефрактивном пьезокристалле класса симметрии 23 среза $(\bar{1}\bar{1}0)$. На основании этого решения проведена интерпретация результатов экспериментального исследования зависимости дифракционной эффективности смешанных голограмм от толщины кристалла $Bi_{12}TiO_{20}$ при фиксированном ориентационном угле и трех различных азимутах линейной поляризации считывающего голограмму опорного светового пучка. Показано, что лучшее согласие теоретических результатов с экспериментальными данными по формированию смешанных голограмм имеет место при учете обратного пъезоэлектрического эффекта и фотоупругости в дополнение к традиционному электрооптическому эффекту.

DOI: 10.21883/JTF.2017.05.44453.1961

Введение

Кубические фоторефрактивные кристаллы семейства силленитов $Bi_{12}SiO_{20}$ (BSO), $Bi_{12}TiO_{20}$ (BTO) и $Bi_{12}GeO_{20}\ (BGO)$ класса симметрии 23 благодаря высокой светочувствительности находят применение в голографической интерферометрии [1], включая перспективную для использования в виброметрии пикометрового диапазона адаптивную интерферометрию с фазовой модуляцией предметной световой волны [2,3]. Эти кристаллы применяются (см. обзор [4]) при разработках оптических корреляторов, фильтров новизны, устройств для выполнения оптических логических операций, при совершенствовании оптических микроскопов [5] и т.п. Известно, что для эффективного функционирования голографических элементов, выполненных на базе кристаллов силленитов, необходима оптимизация условий считывания сформированных в них голографических решеток. Такая оптимизация может быть выполнена путем выбора значений азимута линейной поляризации считывающего голограмму пучка, при которых для фиксированных углов пространственной ориентации кристалла, называемых ниже ориентационными углами, достигаются максимальные значения дифракционной эффективности голограмм. Эти значения азимута линейной поляризации можно определить на основании аналитического решения системы дифференциальных уравнений связанных волн, которое для случая чисто фазовых голограмм в кристалле BSO получено и экспериментально подтверждено для срезов $(\bar{1}\bar{1}0)$ и $(\bar{1}\bar{1}\bar{1})$, например, в [6] и [7]соответственно.

Недавно в работе [8] было показано, что для удовлетворительной теоретической интерпретации результатов экспериментального исследования ориентационной зависимости дифракционной эффективности пропускающих голографических решеток, записанных в кристалле ВТО среза $(\bar{1}\bar{1}0)$, модели чисто фазовых голограмм недостаточно и необходимо дополнительно использовать модель амплитудных голограмм. Совокупность фазовой и амплитудной голограмм принято называть смешанной голограммой (см., например, [9]).

Отметим, что в работах [10,11] при изучении вклада обратного флексоэлектрического эффекта во встречное взаимодействие световых волн в кристалле ВТО также указывалось на возможность дополнительного формирования в этом кристалле амплитудных голографических решеток. Результаты исследований дифракционной эффективности голограмм, сформированных в кристалле ВЅО с учетом амплитудных (фотохромных) решеток, приведены в [12,13]. Изучение смешанных голограмм в кубическом фоторефрактивном кристалле GaAs:Сг класса симметрии 43m проводилось ранее в работе [14].

Насколько нам известно, представленные в настоящей работе аналитическое решение системы уравнений связанных волн для пропускающей смешанной голограммы в кристалле ВТО, а также экспериментально полученные зависимости дифракционной эффективности голограммы от азимутов поляризации считывающего линейно поляризованного опорного светового пучка и толщины кристалла при фиксированном ориентационном угле приводятся впервые.

[¶] e-mail: vasshep@inbox.ru

Аналитическое решение системы уравнений связанных волн для случая смешанных голограмм

В соответствии с [8] описание процесса считывания смешанных голограмм, сформированных в фоторефрактивном кристалле ВТО среза $(\bar{1}\bar{1}0)$, может быть проведено в приближении заданной решетки и малых брэгговских углов внутри кристалла (см., например, [6,15]) на основании следующей системы линейных дифференциальных уравнений связанных волн:

$$\begin{cases} \frac{dR_{\perp}}{dz} = -\alpha R_{\perp} + \rho R_{\parallel} + \left(ie^{-i\delta}\kappa_{1} - \frac{\kappa}{\cos\varphi}\right)S_{\perp} + ie^{-i\delta}\kappa_{2}S_{\parallel}, \\ \frac{dR_{\parallel}}{dz} = -\rho R_{\perp} - \alpha R_{\parallel} + ie^{-i\delta}\kappa_{2}S_{\perp} + \left(ie^{-i\delta}\kappa_{3} - \frac{\kappa\cos2\varphi}{\cos\varphi}\right)S_{\parallel}, \\ \frac{dS_{\perp}}{dz} = \left(ie^{i\delta}\kappa_{1} - \frac{\kappa}{\cos\varphi}\right)R_{\perp} + ie^{i\delta}\kappa_{2}R_{\parallel} - \alpha S_{\perp} + \rho S_{\parallel}, \\ \frac{dS_{\parallel}}{dz} = ie^{i\delta}\kappa_{2}R_{\perp} + \left(ie^{i\delta}\kappa_{3} - \frac{\kappa\cos2\varphi}{\cos\varphi}\right)R_{\parallel} - \rho S_{\perp} - \alpha S_{\parallel}. \end{cases}$$

$$(1)$$

Здесь введены обозначения: R_{\perp} и R_{\parallel} , S_{\perp} и S_{\parallel} – проекции векторных амплитуд опорной R и предметной S световых волн на два направления — перпендикулярное к плоскости их распространения (⊥) и лежащее в этой плоскости (||); $\alpha = \alpha_{\lambda}/\cos \varphi$, где α_{λ} коэффициент поглощения кристалла для данной длины волны электромагнитного излучения, а ϕ — брэгговский угол для волн R и S внутри кристалла; $\rho = \rho_0/\cos\varphi$, где ho_0 — удельное вращение плоскости поляризации световой волны; κ — параметр связи, характеризующий взаимодействие на амплитудной решетке; $\delta = \pi/2$ фазовый сдвиг фазовой составляющей голографической решетки относительно ее амплитудной составляющей, совпадающей по фазе с интерференционной картиной; κ_m — постоянные связи [6,15], включающие влияние электрооптического, обратного пьезоэлектрического и фотоупругого эффектов, где $m = 1, 2, 3; z \in [0, d_0], d_0$ толщина кристаллического образца.

В соответствии с [16] аналитическое решение системы дифференциальных уравнений (1) с постоянными коэффициентами можно искать в матричной форме

$$\begin{pmatrix} R_{\perp} \\ R_{\parallel} \\ S_{\perp} \\ S_{\parallel} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha_{1}^{(1)} & \alpha_{1}^{(2)} & \alpha_{1}^{(3)} & \alpha_{1}^{(4)} \\ \alpha_{2}^{(1)} & \alpha_{2}^{(2)} & \alpha_{2}^{(3)} & \alpha_{2}^{(4)} \\ \alpha_{3}^{(1)} & \alpha_{3}^{(2)} & \alpha_{3}^{(3)} & \alpha_{3}^{(4)} \\ \alpha_{4}^{(1)} & \alpha_{4}^{(2)} & \alpha_{4}^{(3)} & \alpha_{4}^{(4)} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} C_{1}e^{\lambda_{1}z} \\ C_{2}e^{\lambda_{2}z} \\ C_{3}e^{\lambda_{3}z} \\ C_{4}e^{\lambda_{4}z} \end{pmatrix}, \quad (2)$$

где $\alpha_j^{(j)}$ — j-я компонента i-го собственного вектора основной матрицы системы (1), соответствующего собственному значению (характеристическому числу) λ_i (i, j=1,2,3,4), а C_i — произвольные постоянные. Для упрощения обозначений в последующих выражениях введем формальную замену $\alpha_i^{(i)} \to \alpha_{ji}$.

Корни характеристического уравнения системы (1) могут быть записаны в виде

$$\lambda_1 = -\alpha + \left\{ \left[\left(A + B^{1/2} \right) / 2 \right]^{1/2} \right\} \sec \varphi,$$

$$\begin{split} \lambda_2 &= -\alpha - \left\{ \left[\left(A + B^{1/2} \right) / 2 \right]^{1/2} \right\} \sec \varphi, \\ \lambda_3 &= -\alpha + \left\{ \left[\left(A - B^{1/2} \right) / 2 \right]^{1/2} \right\} \sec \varphi, \\ \lambda_4 &= -\alpha - \left\{ \left[\left(A - B^{1/2} \right) / 2 \right]^{1/2} \right\} \sec \varphi, \end{split} \tag{3}$$

где

$$A = 2\kappa^{2} (2\cos^{4} \varphi + 1) - [2(\rho^{2} + 2\kappa^{2} + \kappa_{2}^{2}) + \kappa_{1}^{2} + \kappa_{3}^{2}] \cos^{2} \varphi,$$

$$B = 8B_{1} + (4B_{2} + B_{3}) \cos^{4} \varphi,$$

$$B_{1} = \kappa^{2} \{ 2\kappa^{2} \cos^{6} \varphi + ([\kappa_{1}^{2} - \kappa_{3}^{2} - 2(\rho^{2} + \kappa_{2}^{2})] - 4\kappa^{2}) \cos^{4} \varphi - 2\kappa_{2}^{2} \} \cos^{2} \varphi,$$

$$B_{2} = 2[\kappa_{1}\kappa_{3}(\rho^{2} + \kappa_{2}^{2}) - \kappa^{2}(\kappa_{1}^{2} - \kappa_{3}^{2})] + (\rho^{2} + \kappa_{2}^{2})(\kappa_{1}^{2} + \kappa_{3}^{2}),$$

$$B_{3} = 16\kappa^{2}(\kappa^{2} + 2\kappa_{2}^{2}) + (\kappa_{1}^{2} - \kappa_{3}^{2})^{2}.$$
(4)

При этом компоненты собственных векторов определяются выражениями

$$\alpha_{1i} = (D(\lambda_i) + H)/(G(\lambda_i) + K),$$

$$\alpha_{2i} = (E(\lambda_i) + I)/(G(\lambda_i) + K),$$

$$\alpha_{3i} = 1,$$

$$\alpha_{4i} = (F(\lambda_i) + J)/(G(\lambda_i) + K).$$
(5)

Здесь введены обозначения

$$D(\lambda_i) = (\lambda_i^2 + 2\lambda_i \alpha)(\kappa_1 \cos \varphi - \kappa) \cos \varphi,$$

$$E(\lambda_i) = \lambda_i^2 \kappa_2 \cos^2 \varphi + \lambda_i \{ [2\alpha \kappa_2 - \rho(\kappa_1 + \kappa_3)]$$

$$\times \cos \varphi + \rho \kappa (\cos 2\varphi + 1) \} \cos \varphi,$$

$$F(\lambda_i) = -\lambda_i^2 \rho \cos^2 \varphi + \lambda_i \{ \kappa \kappa_2 (1 - \cos 2\varphi)$$

$$- [\kappa_2 (\kappa_1 + \kappa_3) + 2\alpha \rho] \cos \varphi \} \cos \varphi,$$

$$G(\lambda_i) = (\lambda_i^3 + 3\lambda_i^2 \alpha) \cos^2 \varphi + \lambda_i [(3\alpha^2 + \rho^2 + \kappa_2^2 + \kappa_3^2) \cos^2 \varphi - \kappa^2 \cos^2 2\varphi],$$

$$H = [(\alpha^2 + \kappa_3^2)(\kappa_1 \cos \varphi - \kappa) + \kappa(\rho^2 - \kappa_2^2)$$

$$\times \cos 2\varphi - \kappa_3 (\rho^2 + \kappa_2^2) \cos \varphi]$$

$$\times \cos \varphi + \kappa^2 (\kappa \sec \varphi - \kappa_1) \cos^2 2\varphi,$$

$$I = [\kappa_2 (\alpha^2 + \rho^2 + \kappa_2^2 - \kappa_1 \kappa_3) - \alpha \rho (\kappa_1 + \kappa_3)]$$

$$\times \cos^2 \varphi - \kappa^2 \kappa_2 \cos 2\varphi + \kappa [(\alpha \varphi + \kappa_1 \kappa_2)$$

$$\times \cos 2\varphi + \alpha \varphi + \kappa_2 \kappa_3] \cos \varphi,$$

$$J = [\rho (\kappa_1 \kappa_3 - \kappa_2^2 - \alpha^2 - \rho^2) - \alpha \kappa_2 (\kappa_1 + \kappa_3)]$$

$$\times \cos^2 \varphi - \kappa^2 \rho \cos 2\varphi + \kappa [(\rho \kappa_1 - \alpha \kappa_2)$$

$$\times \cos^2 \varphi - \kappa^2 \rho \cos 2\varphi + \kappa [(\rho \kappa_1 - \alpha \kappa_2)$$

$$\times \cos^2 \varphi - \kappa^2 \rho \cos^2 \varphi + \kappa [(\rho \kappa_1 - \alpha \kappa_2)$$

$$\times \cos^2 \varphi - \kappa^2 \rho \cos^2 \varphi + \kappa [(\rho \kappa_1 - \alpha \kappa_2)$$

$$\times \cos^2 \varphi + \alpha \kappa_2 - \rho \kappa_3] \cos \varphi,$$

$$K = \alpha \left(\alpha^2 + \rho^2 + \kappa_2^2 + \kappa_3^2\right) \cos^2 \varphi$$
$$-\kappa (\alpha \kappa \cos 2\varphi + 2\rho \kappa_2 \cos \varphi) \cos 2\varphi. \tag{6}$$

В практически важном случае считывания голограммы линейно поляризованной опорной световой волной R [15] краевые условия можно записать в виде

$$R_{\perp}(0) = R_{\perp}^{0}, \quad R_{\parallel}(0) = R_{\parallel}^{0}$$
 и $S_{\perp}(0) = S_{\parallel}(0) = 0,$

причем

$$R_{\perp}^{0} = -R_{0}\sin(\Psi_{0}), \quad R_{\parallel}^{0} = R_{0}\cos(\Psi_{0}).$$
 (8)

Здесь R_0 — модуль вектора напряженности электрического поля считывающей голограмму опорной волны R, Ψ_0 — азимут ее поляризации.

Выражения для постоянных C_i , полученные из краевых условий (7) с учетом (8), могут быть представлены следующим образом:

$$C_{1} = R_{0} \left[C_{\parallel}^{L} \cos(\Psi_{0}) - C_{\perp}^{L} \sin(\Psi_{0}) \right] / C^{P},$$

$$C_{2} = R_{0} \left[C_{\parallel}^{M} \cos(\Psi_{0}) - C_{\perp}^{M} \sin(\Psi_{0}) \right] / C^{P},$$

$$C_{3} = R_{0} \left[C_{\parallel}^{N} \cos(\Psi_{0}) - C_{\perp}^{N} \sin(\Psi_{0}) \right] / C^{P},$$

$$C_{4} = R_{0} \left[C_{\parallel}^{O} \cos(\Psi_{0}) - C_{\perp}^{O} \sin(\Psi_{0}) \right] / C^{P},$$
(9)

где

$$\begin{split} C_{\perp}^{L} &= (\alpha_{42} - \alpha_{44})\alpha_{23} + (\alpha_{24} - \alpha_{22})\alpha_{43} + \alpha_{22}\alpha_{44} - \alpha_{24}\alpha_{42}, \\ C_{\parallel}^{L} &= (\alpha_{44} - \alpha_{42})\alpha_{13} + (\alpha_{12} - \alpha_{14})\alpha_{43} + \alpha_{14}\alpha_{42} - \alpha_{12}\alpha_{44}, \\ C_{\perp}^{M} &= (\alpha_{44} - \alpha_{41})\alpha_{23} + (\alpha_{21} - \alpha_{24})\alpha_{43} + \alpha_{24}\alpha_{41} - \alpha_{21}\alpha_{44}, \\ C_{\parallel}^{M} &= (\alpha_{41} - \alpha_{44})\alpha_{13} + (\alpha_{14} - \alpha_{11})\alpha_{43} + \alpha_{11}\alpha_{44} - \alpha_{14}\alpha_{41}, \\ C_{\parallel}^{N} &= (\alpha_{41} - \alpha_{44})\alpha_{22} + (\alpha_{24} - \alpha_{21})\alpha_{42} + \alpha_{21}\alpha_{44} - \alpha_{24}\alpha_{41}, \\ C_{\parallel}^{N} &= (\alpha_{44} - \alpha_{41})\alpha_{12} + (\alpha_{11} - \alpha_{14})\alpha_{42} + \alpha_{14}\alpha_{41} - \alpha_{11}\alpha_{44}, \\ C_{\parallel}^{O} &= (\alpha_{44} - \alpha_{42})\alpha_{23} + (\alpha_{22} - \alpha_{21})\alpha_{43} + \alpha_{21}\alpha_{42} - \alpha_{22}\alpha_{41}, \\ C_{\parallel}^{O} &= (\alpha_{42} - \alpha_{41})\alpha_{13} + (\alpha_{11} - \alpha_{12})\alpha_{43} + \alpha_{12}\alpha_{41} - \alpha_{11}\alpha_{42}, \\ C_{\parallel}^{P} &= C_{1}^{P} + C_{2}^{P} + C_{3}^{P}, \\ C_{1}^{P} &= [(\alpha_{43} - \alpha_{44})\alpha_{21} + (\alpha_{24} - \alpha_{23})\alpha_{41} + \alpha_{44}\alpha_{23} - \alpha_{24}\alpha_{43}]\alpha_{12} + (\alpha_{24}\alpha_{43} - \alpha_{44}\alpha_{23})\alpha_{11}, \\ C_{2}^{P} &= [(\alpha_{44} - \alpha_{43})\alpha_{11} + (\alpha_{13} - \alpha_{14})\alpha_{41} + \alpha_{14}\alpha_{43} - \alpha_{44}\alpha_{13}]\alpha_{22} + (\alpha_{44}\alpha_{13} - \alpha_{14}\alpha_{43})\alpha_{21}, \\ C_{3}^{P} &= [(\alpha_{23} - \alpha_{24})\alpha_{11} + (\alpha_{14} - \alpha_{13})\alpha_{21} + \alpha_{24}\alpha_{13} - \alpha_{14}\alpha_{23}]\alpha_{42} + (\alpha_{14}\alpha_{23} - \alpha_{24}\alpha_{13})\alpha_{41}. \\ C_{3}^{P} &= [(\alpha_{23} - \alpha_{24})\alpha_{11} + (\alpha_{14} - \alpha_{13})\alpha_{21} + \alpha_{24}\alpha_{13} - \alpha_{14}\alpha_{23}]\alpha_{42} + (\alpha_{14}\alpha_{23} - \alpha_{24}\alpha_{13})\alpha_{41}. \\ C_{4}^{P} &= (\alpha_{44} - \alpha_{43})\alpha_{11} + (\alpha_{14} - \alpha_{13})\alpha_{21} + \alpha_{44}\alpha_{43} - \alpha_{44}\alpha_{23}]\alpha_{42} + (\alpha_{44}\alpha_{23} - \alpha_{24}\alpha_{13})\alpha_{41}. \\ C_{4}^{P} &= (\alpha_{44} - \alpha_{43})\alpha_{11} + (\alpha_{14} - \alpha_{13})\alpha_{21} + \alpha_{44}\alpha_{43} - \alpha_{44}\alpha_{13}]\alpha_{42} + (\alpha_{44}\alpha_{23} - \alpha_{24}\alpha_{13})\alpha_{41}. \\ C_{4}^{P} &= (\alpha_{44} - \alpha_{43})\alpha_{11} + (\alpha_{14} - \alpha_{13})\alpha_{21} + \alpha_{44}\alpha_{41} - \alpha_{44}\alpha_{41}\alpha_{41} - \alpha_{44}\alpha_{41}\alpha_{41} - \alpha_{44}\alpha_{41}\alpha_{41} - \alpha_{44}\alpha_{41}\alpha_{41} - \alpha_{44}\alpha_{41}\alpha_{$$

Таким образом, выражения (3)-(10) при их последовательной подстановке в (2) позволяют определить проекции векторных амплитуд опорной R и предметной S световых волн на выходе из кристалла среза $(\bar{1}\bar{1}0)$ с

фиксированной толщиной d_0 при считывании смешанной голографической решетки опорной линейно поляризованной световой волной R. Исходя из матричной формы записи (2), проекции этих амплитуд на направления, перпендикулярное и параллельное плоскости распространения опорной и предметной волн, определяются следующим образом:

$$\begin{split} R_{\perp} &= \alpha_{11} C_1 e^{\lambda_1 z} + \alpha_{12} C_2 e^{\lambda_2 z} + \alpha_{13} C_3 e^{\lambda_3 z} + \alpha_{14} C_4 e^{\lambda_4 z}, \\ R_{\parallel} &= \alpha_{21} C_1 e^{\lambda_1 z} + \alpha_{22} C_2 e^{\lambda_2 z} + \alpha_{23} C_3 e^{\lambda_3 z} + \alpha_{24} C_4 e^{\lambda_4 z}, \\ S_{\perp}^{\text{rec}} &= C_1 e^{\lambda_1 z} + C_2 e^{\lambda_2 z} + C_3 e^{\lambda_3 z} + C_4 e^{\lambda_4 z}, \\ S_{\parallel}^{\text{rec}} &= \alpha_{41} C_1 e^{\lambda_1 z} + \alpha_{42} C_2 e^{\lambda_2 z} + \alpha_{43} C_3 e^{\lambda_3 z} + \alpha_{44} C_4 e^{\lambda_4 z}. \end{split}$$

Обозначение "rec" в двух последних выражениях (11) показывает, что предметная волна S^{rec} восстановлена (reconstructed) при считывании голографической решетки опорной волной R.

Определим дифракционную эффективность голограммы как

$$\eta = \frac{I_S^{\text{rec}}}{I_R^0} \cdot 100\%,\tag{12}$$

где $I_S^{\rm rec}$ — интенсивность восстановленного предметного пучка на выходе из кристалла, I_R^0 — интенсивность считывающего голограмму опорного пучка на входе в кристалл. Принимая во внимание, что $I_S^{\rm rec} \propto (S^{\rm rec})^2 = (S_\perp^{\rm rec})^2 + (S_\parallel^{\rm rec})^2$, а $I_R^0 \propto R_0^2$, дифракционная эффективность с использованием решения (11) может быть вычислена по формуле

$$\eta = \frac{(S_{\perp}^{\text{rec}})^2 + (S_{\parallel}^{\text{rec}})^2}{R_0^2} \cdot 100\%. \tag{13}$$

Исследуя выражение (13) на экстремум относительно Ψ_0 с учетом (9) и (11), получаем значения азимутов линейной поляризации считывающего пучка Ψ_0^{\max} и Ψ_0^{\min} , при которых достигаются максимальные η_0^{\max} и минимальные η_0^{\min} значения дифракционной эффективности смешанных голограмм для фиксированного значения ориентационного угла кристалла θ , входящего в постоянные связи κ_m из (1):

$$\begin{split} &\Psi_0^{\text{max}} = \text{arctg} \big\{ \big[-T - (T^2 + 4Q^2)^{1/2} \big] / 2Q \big\}, \\ &\Psi_0^{\text{min}} = \text{arctg} \big\{ \big[-T + (T^2 + 4Q^2)^{1/2} \big] / 2Q \big\}. \end{split} \tag{14}$$

Здесь введены обозначения

$$Q = U_{12} + U_{13} + U_{14} + U_{23} + U_{24} + U_{34} + V_{1} + V_{2} + V_{3} + V_{4},$$

$$T = 2\left(\underbrace{U_{12} + U_{13} + U_{14} + U_{23} + U_{24} + U_{34}}_{\leftrightarrow 13}\right)$$
$$+ \stackrel{\leftrightarrow}{V_1} + \stackrel{\leftrightarrow}{V_2} + \stackrel{\leftrightarrow}{V_3} + \stackrel{\leftrightarrow}{V_4}, \tag{15}$$

где

$$U_{12} = e^{(\lambda_{1} + \lambda_{2})z} (1 + \alpha_{41}\alpha_{42}) \left(C_{\perp}^{M} C_{\parallel}^{L} + C_{\perp}^{L} C_{\parallel}^{M} \right),$$

$$U_{13} = e^{(\lambda_{1} + \lambda_{3})z} (1 + \alpha_{41}\alpha_{43}) \left(C_{\perp}^{N} C_{\parallel}^{L} + C_{\perp}^{L} C_{\parallel}^{N} \right),$$

$$U_{14} = e^{(\lambda_{1} + \lambda_{4})z} (1 + \alpha_{41}\alpha_{44}) \left(C_{\perp}^{O} C_{\parallel}^{L} + C_{\perp}^{L} C_{\parallel}^{O} \right),$$

$$U_{23} = e^{(\lambda_{2} + \lambda_{3})z} (1 + \alpha_{42}\alpha_{43}) \left(C_{\perp}^{N} C_{\parallel}^{M} + C_{\perp}^{M} C_{\parallel}^{N} \right),$$

$$U_{24} = e^{(\lambda_{2} + \lambda_{4})z} (1 + \alpha_{42}\alpha_{44}) \left(C_{\perp}^{O} C_{\parallel}^{M} + C_{\perp}^{M} C_{\parallel}^{O} \right),$$

$$U_{34} = e^{(\lambda_{3} + \lambda_{4})z} (1 + \alpha_{43}\alpha_{44}) \left(C_{\perp}^{O} C_{\parallel}^{N} + C_{\perp}^{N} C_{\parallel}^{O} \right),$$

$$V_{1} = e^{2\lambda_{1}z} \left(1 + \alpha_{43}^{2} C_{\perp}^{L} C_{\parallel}^{L},$$

$$V_{2} = e^{2\lambda_{2}z} \left(1 + \alpha_{42}^{2} \right) C_{\perp}^{M} C_{\parallel}^{M},$$

$$V_{3} = e^{2\lambda_{3}z} \left(1 + \alpha_{43}^{2} \right) C_{\perp}^{N} C_{\parallel}^{N},$$

$$V_{4} = e^{2\lambda_{4}z} \left(1 + \alpha_{43}^{2} \right) C_{\perp}^{O} C_{\parallel}^{O}.$$

$$(16)$$

Символ "—" снизу обозначает формальную замену знака "—" на "—" в выражениях U_{mn} (m=1,2,3; n=2,3,4; m< n) в скобках справа, например,

$$U_{12} = \dots \left(C_{\perp}^{M} C_{\parallel}^{L} + C_{\perp}^{L} C_{\parallel}^{M} \right) \to \underset{\longleftrightarrow}{U}_{12} =$$
$$\dots \left(C_{\perp}^{M} C_{\parallel}^{L} - C_{\perp}^{L} C_{\parallel}^{M} \right).$$

Символ "—" сверху обозначает формальную замену двух последних множителей в $V_p\ (p=1,2,3,4)$ разностью их квадратов, например,

$$V_1 = \dots C_{\perp}^L C_{\parallel}^L \rightarrow \stackrel{\leftrightarrow}{V}_1 = \dots \left[\left(C_{\perp}^L \right)^2 - \left(C_{\parallel}^L \right)^2 \right].$$

Экспериментальная апробация полученных результатов

В работе [17] были проведены экспериментальные исследования ориентационной зависимости дифракционной эффективности объемных пропускающих голограмм от толщины кристалла BSO среза (110) с использованием только одного кристаллического образца с фиксированной толщиной $d_0 = 8 \, \mathrm{mm}$. В этих исследованиях была использована трапециевидная геометрия перекрытия в кристалле световых пучков с плоским волновым фронтом, предложенная в работах [18–20] при изучении зависимости коэффициента усиления предметной световой волны от толщины кристаллов BSO, BGO и ВТО семейства срезов $\{110\}$ с толщиной $d_0=2,\ 8$ и 10 mm соответственно. Однако измерения перекачки энергии световых волн в [18-20] проводились только при двух пространственных ориентациях вектора голографической решетки К, для которых влияние обратного пьезоэлектрического эффекта и возникающего на его основе явления фотоупругости (далее сокращенно "пьезоэффект") либо отсутствует ($\mathbf{K} \parallel [001]$), либо им можно пренебречь ($\mathbf{K} \perp [001]$) [15]. В настоящей работе использовалась другая ориентация вектора решетки,

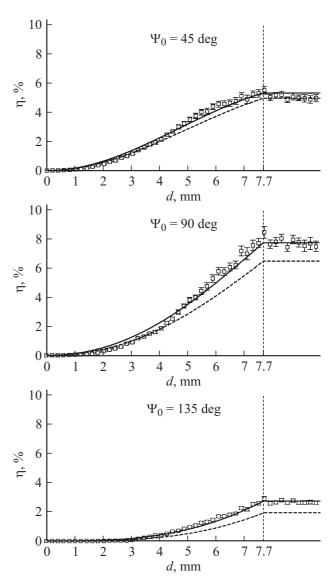


Рис. 1. Зависимости $\eta(d)$ для кристалла ВТО среза $(\bar{1}\bar{1}0)$, полученные на образце с фиксированной толщиной $d_0=7.7$ mm при $\theta=200^\circ$: штриховая и сплошная линии — теоретические зависимости $\eta(d)$ без учета и с учетом пьезоэффекта соответственно, \Box — экспериментальные данные.

поэтому при теоретической интерпретации экспериментальных результатов по исследованию зависимости дифракционной эффективности η смешанных голограмм от толщины d кристалла BTO среза $(\bar{1}\bar{1}0)$ с толщиной $d_0=7.7$ mm наряду с электрооптическим эффектом вклад пьезоэффекта также был принят во внимание.

Для проведения экспериментов использовался гелийнеоновый лазер ЛГН-207А. Формирование голографической решетки осуществлялось в течение промежутка времени τ , равного 3 min. Угол схождения опорного и предметного световых пучков вне кристалла составлял 50° , а отношение их интенсивностей I_S^0/I_R^0 равнялось приблизительно 0.5. Ориентационный угол θ кристалла ВТО был равен 200° , а направление его отсчета

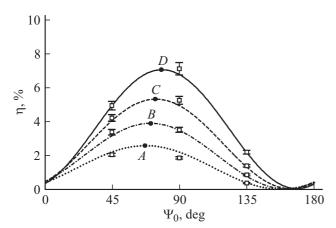


Рис. 2. Зависимости $\eta(\Psi_0)$ для кристалла ВТО среза $(\bar{1}\bar{1}0)$ при $\theta=200^\circ$: пунктирная, штрихпунктирная, штриховая и сплошная линии — теоретические зависимости $\eta(\Psi_0)$, построенные при d=4, 5, 6 и 7 mm соответственно, \square — экспериментальные данные, полученные при $\Psi_0=45^\circ$, 90° и 135° .

от кристаллографического направления [001] к вектору голографической решетки **К** соответствовало [8,17].

Основные аспекты особенностей проведения подобного исследования и обработки экспериментальных данных отражены в [17].

При теоретическом анализе полученных результатов были использованы параметры кристалла ВТО из [8,21]. Амплитуда напряженности поля пространственного заряда E_{SC} была определена по результатам наилучшей корреляции теории и эксперимента и составила $3.053 \, \mathrm{kV/cm}$.

Полученные экспериментальные зависимости $\eta(d)$ при $\Psi_0=45^\circ,\,90^\circ$ и 135° изображены на рис. 1, где также представлены соответствующие теоретические кривые, построенные с учетом влияния на дифракционную эффективность голограммы пьезоэффекта (сплошная линия) и без его учета (штриховая линия). Вертикальной штриховой линией отмечена "граница" между областью, в которой формирование объемной пропускающей голограммы происходило при различных эффективных толщинах кристалла d, принадлежащих интервалу от 0 до 7.7 mm, и областью, в которой формирование голограммы осуществлялось при постоянной эффективной толщине кристалла d_0 , равной 7.7 mm (см. также [17]).

Исходя из рис. 1 можно сделать вывод, что теоретические зависимости $\eta(d)$, построенные в пренебрежении пьезоэффектом, существенно расходятся с экспериментальными данными. При этом в пренебрежении пьезоэффектом варьирование подгоночных значений E_{SC} не дает удовлетворительной корреляции теоретических зависимостей $\eta(d)$ и данных, полученных экспериментально.

Следует отметить, что в настоящей работе мы не приводим результаты теоретического анализа влияния амплитудной составляющей голографической решетки на дифракционную эффективность результирующей сме-

шанной голограммы, поскольку подобный анализ ранее был представлен в [8].

При построении экспериментальных зависимостей $\eta(d)$ на рис. 1 была взята каждая седьмая экспериментальная точка, что обеспечило приемлемое визуальное представление полученных данных. Расчет доверительных интервалов (см., например, [22]) проводился при значении доверительной вероятности, равном 0.95.

Полученные экспериментальные данные также могут быть распространены на анализ зависимости дифракционной эффективности η голограмм от азимута поляризации Ψ_0 считывающего пучка. В частности, теоретические графики функций $\eta(\Psi_0)$, построенные с учетом пьезоэффекта для различных эффективных толщин кристалла ВТО, и соответствующие этим толщинам экспериментальные точки для азимутов поляризации считывающего света 45° , 90° и 135° изображены на рис. 2.

На этом рисунке точками A, B, C и D отмечены локальные максимумы кривых $\eta(\Psi_0)$, построенных при различных значениях толщины d. Координаты этих точек по оси абсцисс соответствуют азимутам линейной поляризации Ψ_0^{\max} считывающего пучка, при которых достигается максимальное значение дифракционной эффективности $\eta_{\Psi_0}^{\max}$ смешанных голограмм при выбранном ориентационном угле θ и толщине кристалла BTO. В рассмотренном случае значения Ψ_0^{\max} для d=4,5,6 и 7 mm составили приблизительно 67°, 71°, 74° и 78° соответственно.

Заключение

Таким образом, на основании полученного в работе аналитического решения системы дифференциальных уравнений связанных волн найдены выражения для определения азимутов линейной поляризации считывающего пучка, соответствующих максимальным значениям дифракционной эффективности смешанных голограмм в кристалле ВТО среза (110). Проведено сравнение результатов экспериментального исследования зависимости дифракционной эффективности голограмм от толщины кристалла ВТО при фиксированном ориентационном угле и трех азимутах поляризации пучка с аналитическим решением. Для четырех фиксированных толщин кристалла найдены и графически отображены максимальные значения дифракционной эффективности голограмм и соответствующие им азимуты поляризации. Показано, что наилучшая корреляция теоретических результатов с экспериментальными данными достигается только при одновременном рассмотрении электрооптического, обратного пьезоэлектрического и фотоупругого эффектов, а также амплитудной составляющей голографической решетки.

Работа выполнена при поддержке Министерства образования Республики Беларусь (задание 1.2.01 Государственной программы научных исследований "Фотоника, опто- и микроэлектроника") и БРФФИ (про-

ект Ф15-154), а также Министерства образования и науки Российской Федерации в рамках проектной части Госзадания на 2016 г. и РФФИ (грант 16-29-14046-офи_м).

Список литературы

- [1] *Петров М.П., Степанов С.И., Хоменко А.В.* Фоторефрактивные кристаллы в когерентной оптике. СПб.: Наука, 1992—320 с.
- [2] Bortolozzo U, Residori S., Huignard J.-P., Kamshilin A.A. Fundamentals of Picoscience. N. York: CRS Press, 2014. P. 3– 26
- [3] Колегов А.А., Шандаров С.М., Симонова Г.В., Кабанова Л.А., Буримов Н.И., Шмаков С.С., Быков В.И., Каргин Ю.Ф. // Квант. электрон. 2011. Т. 41. № 9. С. 847–852.
- [4] Stepanov S.I. // Rep. Prog. Phys. 1994. Vol. 57. N 1. P. 39– 116.
- [5] Ricardo J., Muramatsu M., Palácios F., Gesualdi M.R.R., Valin J.L., Lopez. M. // Opt. Lasers Eng. 2013. Vol. 51. P. 949– 952.
- [6] Shepelevich V.V., Shandarov S.M., Mandel A.E. // Ferroelectrics. 1990. Vol. 110. P. 235–249.
- [7] Shepelevich V.V., Nichiporko S.F., Zagorskiy A.E., Egorov N.N., Hu Yi, Ringhofer K.H., Shamonina E., Gayvoronsky V.Ya. // Ferroelectrics. 2002. Vol. 226. P. 305– 333.
- [8] Шепелевич В.В., Макаревич А.В., Шандаров С.М. // Письма в ЖТФ. 2014. Т. 40. № 22. С. 83–89.
- [9] Montemezzani G., Zgonik M. // Phys. Rev. E. 1997. Vol. 55. N 1. P. 1035–1047.
- [10] Шандаров С.М., Шмаков С.С., Буримов Н.И., Сюваева О.С., Каргин Ю.Ф., Петров В.М. // Письма в ЖЭТФ. 2012. Т. 85. № 12. С. 699–702.
- [11] Шандаров С.М., Шмаков С.С., Зуев П.В., Буримов Н.И., Каргин Ю.Ф., Шепелевич В.В., Ропот П.И., Гуделев В.Г. // Оптический журнал. 2013. Т. 80. № 7. С. 5–12.
- [12] Fish D.A., Powell A.K., Hall T.J., Jeffrey P.M., Eason R.W. // Opt. Commun. 1993. Vol. 98. N 4–6. P. 349–356.
- [13] Jeffrey P.M., Clapham S.L., Eason R.W., Fish D.A., Powell A.K., Hall T.J., Vainos N.A. // Opt. Commun. 1993. Vol. 98. N 4–6. P. 357–365.
- [14] Shcherbin K., Odoulov S., Litvinov R., Shandarov E., Shandarov S. // Opt. Soc. Am. B. 1996. Vol. 13. N 10. P. 2268–2277.
- [15] Шепелевич В.В. Голография в фоторефрактивных оптически активных кристаллах. Минск: Изд. центр БГУ, 2012. 254 с.
- [16] Пискунов Н.С. Дифференциальное и интегральное исчисления для втузов. М.: Наука, 1985. 560 с.
- [17] Макаревич А.В., Шепелевич В.В., Ропот П.И., Навныко В.Н., Шандаров С.М. // Письма в ЖТФ. 2015. Т. 41. № 19. С. 46–54.
- [18] Shamonina E., Mann M., Ringhofer K.H., Kiessling A., Kowarschik R. // Opt. Quant. Electron. 1996. Vol. 28. P. 25– 42.
- [19] Shamonina E., Cedilnik G., Mann M., Kiessling A., Webb D.J., Kowarschik R., Ringhofer K.H. // Appl. Phys. B. 1997. Vol. 64. P. 49–56.
- [20] Shamonina E., Kamenov V.P., Ringhofer K.H., Cedilnik G., Kieβling A., Kowarschik R., Webb D.J. // Opt. Commun. 1998. Vol. 146. P. 62-68.

- [21] Zagorskiy A.E., Shepelevich V.V., Nichiporko S.F., Egorov N.N., Hu Yi, Ringhofer R.H., Shamonina E. // Opt. Mater. 2001. Vol. 18. P. 131–133.
- [22] Митин И.В., Русаков В.С. Анализ и обработка экспериментальных данных. М.: Изд-во НЭВЦ ФИПТ, 1998. 48 с.