

Моделирование конвективных потоков в каналах нерегулярной формы на примере полости носа и околоносовых пазух человека

© Г.Н. Лукьянов, А.А. Воронин, А.А. Рассадина

Университет ИТМО,
197101 Санкт-Петербург, Россия
e-mail: a.a.rassadina@gmail.com

(Поступило в Редакцию 7 июня 2016 г.)

Исследованы возможности моделей отсоединенных вихрей (DES-моделей) применительно к полости носа человека, представляющей сложную переменного сечения структуру с многочисленными выступами и неровностями (носовые пазухи и раковины). Трехмерная геометрическая модель (3D-модель) полости носа выполнена по результатам компьютерной томографии в программном пакете Mercury Amira. Конвективные потоки в 3D-модели заданы в программном пакете Ansys Icem CFD. Для 3D-модели полости носа впервые выполнен нестационарный расчет без осреднения по времени, учитывающий функцию перепада давления при дыхании. Результаты моделирования сопоставлены с экспериментальными результатами, полученными для аналогичной твердотельной 3D-модели.

DOI: 10.21883/JTF.2017.03.44256.1919

Введение

Предлагаемая вниманию читателей работа посвящена исследованию конвективных турбулентных потоков в каналах нерегулярной формы, плохо поддающихся точному геометрическому описанию. К ним можно отнести многие природные объекты, такие как, например, гидросистемы, литосистемы, геосистемы. К каналам нерегулярной формы, в частности, можно отнести дыхательную систему человека, в которой происходит конвективное движение воздуха.

Исследование включает численное нестационарное и экспериментальное моделирование движения воздушных потоков внутри полости носа и околоносовых пазух.

Первая трехмерная математическая модель одной из половин носа, усеченная в области носоглотки, была создана в 1995 г. Кеххани (Keyhani) и др. [1]. За последние десять лет в мире наблюдается всплеск по количеству публикуемых в данном направлении работ. Некоторые из них представлены нами в списке литературы [2–4]. В зависимости от изменения или неизменности моделируемых параметров потока от времени следует выделить две большие группы, представляющие стационарное (независимое от времени) и нестационарное (учитывающее изменение параметров потока во времени) моделирование. В качестве граничных условий в стационарных моделях задают массовый расход, например [2], или перепад давления [3]. В нестационарных моделях граничные условия также заданы как стационарные при условии постоянного расхода на входе в носовую полость [4].

Экспериментальные исследования имеют значительно более длительную историю. Первые твердотельные модели появились в 20-е–30-е гг. прошлого века (авторы П. Минк, Ховбаер, К. Такахаши, О. Бусингер, Дж. Шейдлер) [5,6], однако до сих пор эти исследования

остаются актуальными. Дело в том, что сложное миниатюрное строение полостей носа значительно затрудняет исследование движения конвективных потоков даже при условии применения твердотельных моделей. Как правило это визуальные наблюдения за движением потока подкрашенной жидкости или дыма в твердотельной модели. Причем форма модели для удобства наблюдателей может быть увеличенной.

В работах [7,8] твердотельные модели выполнены в натуральную величину, включают левую и правую половины носа с носовыми пазухами и разделительной перегородкой. В качестве рабочей среды применен воздух, а наблюдение за изменениями параметров конвективного потока в нескольких наиболее значимых областях модели велось посредством снятия показаний потока (давления, скорости) миниатюрными датчиками. Эти экспериментальные исследования показали чрезвычайную важность измерения высокочастотных составляющих пульсаций динамических параметров турбулентного потока воздуха в носовых каналах в приложении к диагностике различных заболеваний верхних дыхательных путей. Численное воспроизведение таких пульсаций предполагает моделирование воздушного потока с использованием нестационарной математической модели в рамках подробной сетки конечных элементов, что до сих пор в подобных исследованиях не применялось. Ранее реализованные модели были выполнены при условии осреднения исходных уравнений движения для исследуемой воздушной струи. Результатами таких расчетов стали осредненные по времени поля исследуемых величин, поэтому информация о мелкомасштабных турбулентных вихрях, образующихся в общей структуре потока воздуха и формирующих высокочастотную составляющую в спектре турбулентных пульсаций параметров воздушной струи, осталась недоступной.

Цель настоящую исследования заключалась в разработке нестационарной численной модели с получением максимально возможной в рамках имеющихся вычислительных ресурсов части спектра турбулентных пульсаций, предназначенной для исследования движения потока воздуха в носовых каналах человека, и сопоставлении результатов численного моделирования с результатами экспериментального моделирования. Актуальность такого исследования обусловлена как потребностью разработки физической модели применительно к носовым каналам человека, так и необходимостью создания на ее основе средства диагностики заболеваний органов дыхания.

Источником исходных данных о структуре носовой полости в численной и экспериментальной моделях стали данные компьютерной томографии.

1. Численное моделирование

1.1. Обоснование выбора модели

Можно выделить три основные группы математических моделей, применение которых возможно при реализации числительного эксперимента [9]:

— модель RANS (Reinolds-averaged Navier Stokes) — математические модели, основанные на решении осредненных по времени уравнений Навье-Стокса,

— модель крупных вихрей LES (Large Eddy Simulation) и ее производные (DES, DDES, IDDES и др.), предполагающие прямой численный расчет параметров турбулентных потоков заданной величины,

— прямое численное моделирование DNS (Direct Numerical Simulation), основанное на прямом численном решении уравнений движения для всех пространственно-временных характеристик с разрешением всех масштабов турбулентных структур внутри потока.

Известные на сегодня численные модели носа основаны на модели RANS. Для многих из этих моделей результаты вычислительного эксперимента подтверждаются диагностическими данными, полученными через переднюю активную риноманометрию.

Интересующий нас анализ слабых колебаний физических величин внутри полостей носа и околоносовых пазух не может быть описан через модель RANS, так как модель предполагает сглаживание колебаний динамически изменяющихся во времени физических параметров потока и для анализа не подходит. Требуемый анализ наиболее полно мог бы быть выполнен методом прямого численного моделирования. Однако сегодня решение такой задачи сильно ограничено возможностями современных вычислительных ресурсов: хотя числа Рейнольдса (Re) в полостях носа имеют граничные значения между ламинарным и турбулентным режимами, необходимость построения сетки для метода DNS с количеством элементов, пропорциональным Re^3 , делает и значения Re в $2 \cdot 10^3$ неприемлемо „большими“, а общее количество элементов сетки при этом достигает

порядка 10^{10} . В рамках современных возможностей оптимальным представляется решение задачи в рамках DES, DDES, IDDES и других производных модели LES. В этом случае количество рассчитываемых элементов в сетке составит величину порядка 3.5^7 , что доступно для вычисления. Также на выбор численной модели повлияла крайняя степень нерегулярности исследуемой области течения (носовых каналов человека), предполагающая присутствие значительного количества областей с отрывом потока, рециркуляционных зон, качественное воспроизведение которых является необходимым условием получения адекватных результатов расчета.

1.2. Описание модели

В настоящей публикации представлены результаты моделирования турбулентных потоков в каналах нерегулярной формы методом DES-SST [10,11]. Этот метод основан на объемной нерегулярной сетке из $1.5 \cdot 10^7$ тетраэдрической структуры формирования элементов. В качестве каналов нерегулярной формы рассмотрена полость носа с прилегающими к ней околоносовыми пазухами. Также представлен сравнительный анализ результатов моделирования и результатов соответственных экспериментальных исследований.

Для описания потока жидкости применялись уравнения Навье–Стокса. Система уравнений включает уравнение неразрывности и уравнение для трех компонент скорости воздушного потока.

Уравнение неразрывности

$$\partial \rho / \partial \tau + \partial \rho u_j / \partial x_j = 0. \quad (1)$$

Уравнение движения

$$\partial \rho u_j / \partial \tau + \partial \rho u_j u_i / \partial x_j = \partial P / \partial x_i + \partial \tau_{ij} / \partial x_j. \quad (2)$$

Здесь u_i, u_j — компоненты скорости, ρ — плотность, τ_{ij} — компоненты тензора сдвиговых напряжений.

Преимуществом алгоритма DES по отношению к алгоритму RANS является возможность сбора информации о высокочастотных вихрях внутри потока, которая

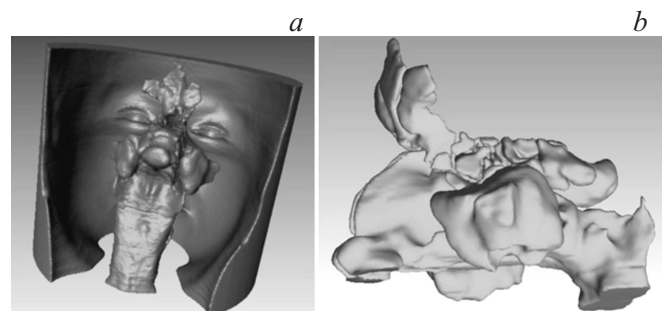


Рис. 1. Геометрическая модель, реконструированная по данным компьютерной томографии пациента: *a* — основная модель, *b* — отредактированная модель.

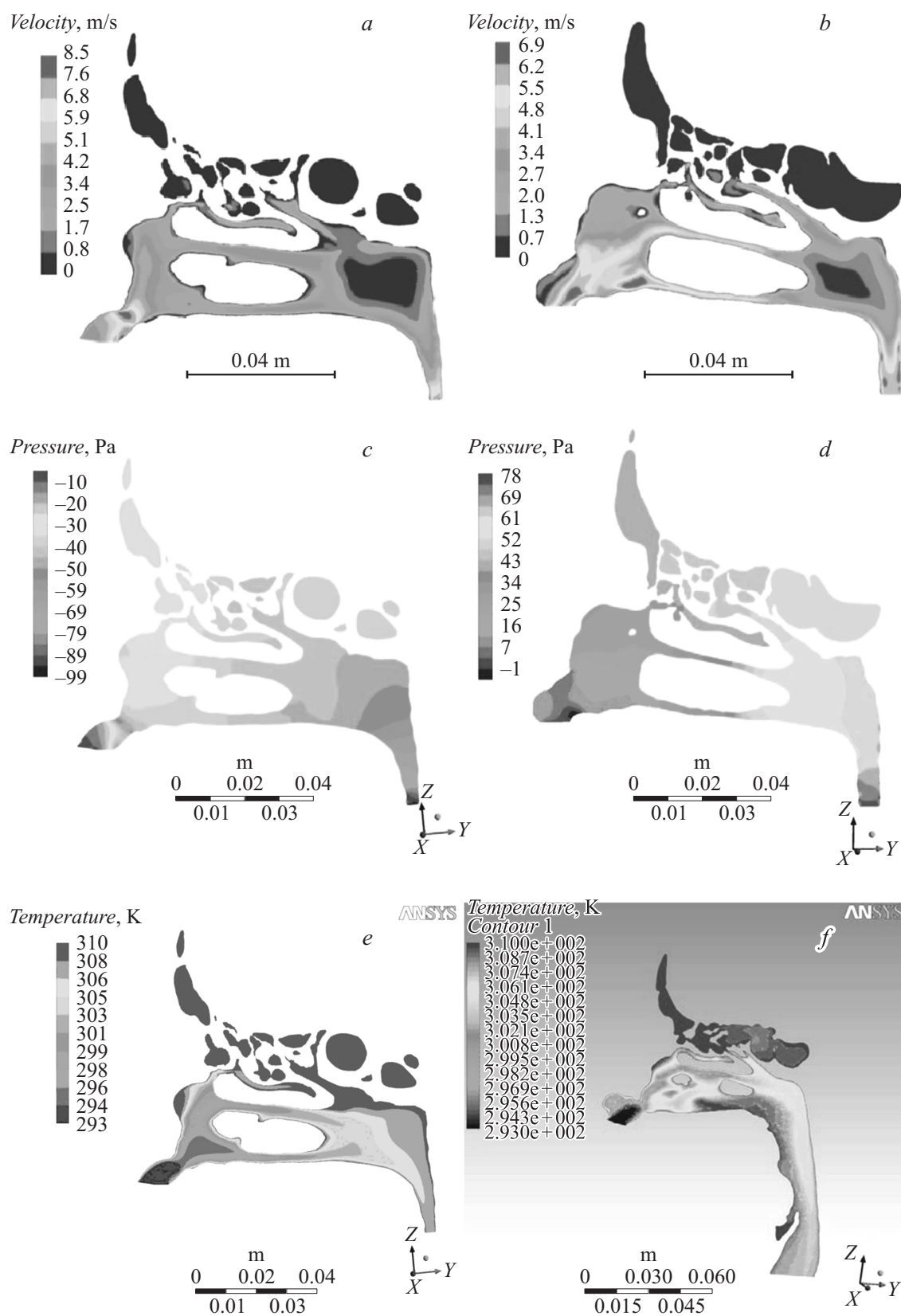


Рис. 2. Моделирование воздушного потока в полостях носа. DES-SST-метод: *a* — поле скоростей при вдохе, *b* — поле скоростей при выдохе, *c* — поле давлений при вдохе, *d* — поле давлений при выдохе, *e* — поле температур при вдохе, *f* — поле температур при выдохе.

достигается с помощью замены фильтрации по времени (RANS-модели) на пространственную фильтрацию (DES-методы).

Математическая формулировка фильтрования вектора векторного поля скорости $\mathbf{u}(\mathbf{x}, t)$:

$$\bar{\mathbf{u}}(\mathbf{x}, t) = \int \mathbf{G}(\mathbf{r}, \mathbf{x}) \mathbf{u}(\mathbf{x} - \mathbf{r}, t) d\mathbf{r}, \quad (3)$$

где $\mathbf{G}(\mathbf{r}, \mathbf{x})$ — фильтрующая функция. При этом величина фильтра, определяющая функцию $\mathbf{G}(\mathbf{r}, \mathbf{x})$, может быть задана явно или через расчетную сетку конечных элементов. Уравнения (1) и (2), отфильтрованные в соответствии (3), могут быть упрощены до следующей формы:

$$\begin{aligned} \partial \rho \bar{u}_j / \partial \tau + \partial \rho \bar{u}_i \bar{u}_j / \partial x_j &= -\partial (\bar{p} + 2\mu \partial \bar{u}_k / 3 \partial x_k) / \partial x_i \\ + \partial \mu (\partial \bar{u}_i / \partial x_j + \partial \bar{u}_j / \partial x_i) / \partial x_i &- \rho \tau_{ij}^r, \end{aligned} \quad (4)$$

где $\tau_{ij}^r = \bar{u}_i \bar{u}_j - \bar{u}_j \bar{u}_i$ — тензор остаточных напряжений. Этот параметр может быть определен для замыкания системы уравнений (4).

Моделирование тензора остаточных напряжений выполняется с помощью так называемых моделей подсеточной вязкости, например модели Смагоринского. Эта модель основана на гипотезе о пропорциональности тензора остаточных напряжений тензору скоростей деформации отфильтрованного поля и по виду подобна гипотезе Буссинеска.

В методе DES линейный масштаб l_{RANS} заменяется следующим соотношением:

$$l_{DES} = \min\{l_{RANS}, C_{DES}, \Delta\},$$

где l_{DES} — линейный масштаб DES, C_{DES} — постоянная, Δ — размер фильтра

$$\Delta = \max\{\Delta_x, \Delta_y, \Delta_z\},$$

$\Delta_x, \Delta_y, \Delta_z$ — размеры расчетной сетки.

В результате такой замены получаем $l_{DES} = l_{RANS}$. DES-модель переходит в RANS-модель, если размер фильтра (расчетная сетка) окажется грубым и $C_{DES} \Delta > l_{RANS}$.

В противном случае DES-модель преобразуется в LES-модель и соответствует решению отфильтрованных уравнений (4). Таким образом DES-метод позволяет получать нестационарное решение задачи.

При выполнении нестационарного расчета параметров воздушного потока не учитывались следующие факторы: — влажность воздуха и ее изменение в процессе вдоха/выдоха, — изменение химического состава воздуха во время цикла „вдох-выдох“, — влияние слизистой оболочки внутренних носовых каналов на структуру воздушной струи и интенсивность теплообмена.

Геометрическая модель внутренних каналов носа была реконструирована по результатам компьютерной томографии (КТ) пациентов медицинского холдинга „Современные медицинские технологии“ (Санкт-Петербург) с помощью специализированного программного пакета Mercury Amira (рис. 1, a). На рис. 1, b представлена трехмерная геометрическая модель.

Сегментация модели рис. 1, b на границы „вход“, „выход“, „стенка“ выполнена с помощью программного пакета Altair Hypermesh. Расчетная сетка конечных элементов построена в программном пакете Ansys Icem CFD.

Результаты промежуточного численного моделирования нестационарного воздушного потока (поле скоростей) внутри носовых каналов (рис 1, b) представлены на рис. 2.

При вычислении приняты следующие граничные условия: давление в области преддверия носа („вход“), $P = 0$; пространственные компоненты скорости воздушного потока на „стенке“, $u_1 = u_2 = u_3$; давление в носоглотке („вход“) при вдохе, $P = 50 \cos(\pi(0.87\tau + 0.5)) + 50$; давление в носоглотке („выход“) при выдохе, $P = 50 \sin(\pi(1.18\tau + 0.5)) - 50$.

При моделировании были получены некоторые значимые результаты, такие как трехмерное поле скоростей, давления и температуры воздушного потока. Визуализация этих траекторий позволила нам выявить турбулентные вихри разного масштаба в их пространственно-временной эволюции. Небольшие вихри создают высокочастотные компоненты колебания динамических характеристик турбулентного потока. Таким образом, качественный анализ может стать одним из важнейших диагностических инструментов.

2. Экспериментальное моделирование

Твердотельная модель носовой полости была создана на основе данных компьютерной томографии (рис 1, c). Эта модель применялась для экспериментального моделирования процессов дыхания (рис. 3). Имитация движения воздуха при дыхании была выполнена через

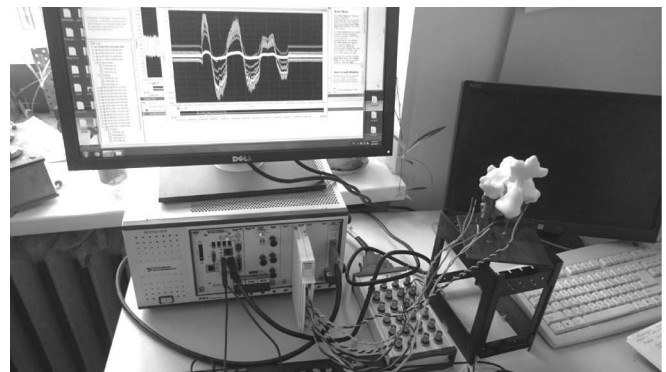


Рис. 3. Твердотельная модель полости носа.

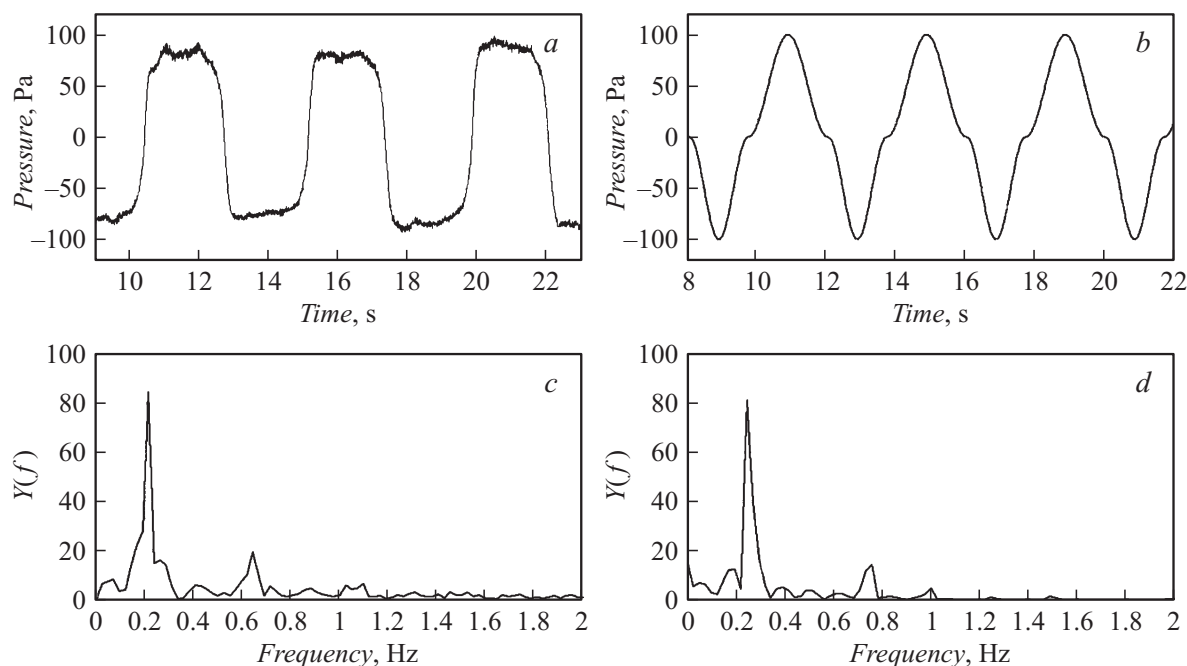


Рис. 4. Результаты измерения и моделирования падения давления в области преддверия носа: *a* — твердотельная модель, *b* — численное вычисление, *c* — СПМ результата твердотельной модели, *d* — СПМ результата численного моделирования.

трубку, закрепленную у носоглоточной области модели. Измерение перепада давления в воздушной струе выполнялось с помощью пьезорезистивных датчиков давления, которые были размещены в разных областях твердотельной модели.

3. Сопоставление результатов численного и экспериментального моделирования

Рис. 4, *a* показывает результаты экспериментального измерения падения давления в твердотельной модели полости носа. Здесь показаны результаты измерения давления в преддверии носа (ноздрях). Рис. 4, *b* отображает результаты численного моделирования для соответствующей вычислительной модели носовых каналов в области преддверия носа. Возможно, что на первый взгляд результаты численного и экспериментального моделирования отличаются, но сразу следует отметить, что значения амплитуды колебаний давления при численном моделировании оказались близки к значениям амплитуды колебаний давления в преддверии модели носа (около 100 Па). Более глубоко проанализировать полученные результаты можно, прибегнув к методу спектрального анализа. На рис. 4, *c* приведен график спектральной плотности мощности (СПМ), построенный для результата экспериментального моделирования. На рис. 4, *d* показана зависимость СПМ от частоты для численной модели. Оба спектра являются непрерывными. На каж-

дом из графиков можно выделить два основных пика, соответствующие частотам (периодам колебаний):

- твердотельная модель — 0.22 Hz (4.54 s); 0.64 Hz (1.56 s),
- численная модель — 0.25 Hz (4.00 s); 0.76 Hz (1.32 s).

Спектр с максимальным значением СПМ отражает время цикла „вдох-выдох“. Так, в численной модели при задании перепада давления длительность цикла „вдох-выдох“ принята равной 4 s (0.25 Hz). Некоторое отличие в частоте „дыхания“ экспериментальной модели — 0.22 Hz (4.54 s) — вызвано вмешательством человеческого фактора (моделирование дыхания выполнялось экспериментатором, дышащим через специальную, подводимую к твердотельной модели трубку). В численной модели длительность вдоха задана равной 1.7 s (0.59 Hz), длительность выдоха равной 2.3 s (0.44 Hz) на основании среднестатистических данных. На графике СПМ, построенной для численной модели, на этих частотах присутствуют спектры. Похожие спектры есть и на графике СПМ результатов экспериментальной модели.

Второй по высоте спектр характеризует слабые колебания, средней длительностью около 1.5 s, накладываемые на вершины основного цикла „вдох-выдох“.

Таким образом, следует отметить, что результаты численного моделирования коррелируют с экспериментальными данными. Сходство СПМ сигналов и амплитуд у численной и твердотельной моделей позволило нам сделать вывод об адекватности примененной численной модели носовых каналов и метода вычисления гидродинамических задач.

4. Заключение

Результаты численного моделирования показали хорошую согласованность с результатами экспериментального исследования. Мелкомасштабная сетка ограниченных элементов ($1.5 \cdot 10^7$ тетраэдрических элементов) позволяет воспроизвести пространственные распределения скорости и давления с достаточно большим разрешением. Визуализация траекторий воздуха в малых объемах при движении потока воздуха выявила наличие в потоке мелких турбулентных вихрей. DES-метод имеет явные преимущества при моделировании ламинарных и турбулентных потоков в каналах как регулярной, так и нерегулярной формы.

Авторы выражают искреннюю благодарность главному врачу клиники „СМТ“ (Санкт-Петербург) Р.В. Неронову за предоставление результатов КТ, неоценимую помощь и поддержку в выполнении исследования.

Список литературы

- [1] Keyhani K., Scherer P.W., Mozell M.M. // J. Biomech. Eng. 1995. Vol. 117. P. 429–441.
- [2] Wen J., Inthavong K., Tian Z.F., Tu J.Y., Xue C.L., Li C.G. // Proc. of the 16th Australasian Fluid Mechanics Conference. Crown Plaza, Gold Coast, Australia, 2007. P. 68–74.
- [3] Zhao K., Dalton P., Yang G.C., Scherer P.W. // Chem. Senses. 2006. Vol. 31. N 2. P. 107–118.
- [4] Pennecot J., Ruetten M., Kessler R., Wagner C. // Proc. of the 8th World Congress on Computational Mechsncis, Venice, Italy, 2008.
- [5] Сагалович Б.М. Физиология и патофизиология дыхательных путей. М.: Медицина, 1964. 394 с.
- [6] Mlynski G., Grützenmacher S., Plontke S., Mlynski Barbara, Lang C. // Rhinology. 2001. Vol. 39. P. 197–201.
- [7] Lukyanov G., Rassadina A., Usachev V. // International Conference on Physics and Control. PhysCon 2005. Proceedings. 2005. P. 872–875.
- [8] Воронин А.А., Лукьянов Г.Н., Фролов Е.В. // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. 2014. № 1 (89). С. 187–192.
- [9] Автореф. канд дис. Воронин А.А. Исследование воздушных течений в каналах и полостях нерегулярной формы: 01.04.14 СПб., 2013. С. 18–79.
- [10] Tang H., Tu J.Y., Li H.F., Au-Hijleh B., Xue C.C., Li C.G. // Proc. of the 15th Australasian Fluid Mechanics Conference. Sydney, Australia, 2004. P. 546.
- [11] Воронин А.А., Лукьянов Г.Н., Неронов Р.В. // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. 2013. № 3 (85). С. 113–118.