15

# Об исследовании полного внешнего отражения рентгеновских лучей от поверхности твердых тел

#### © В.М. Стожаров

Российский государственный педагогический университет им. Герцена, 191186 Санкт-Петербург, Россия e-mail: gut1111@yandex.ru

#### (Поступило в Редакцию 8 сентября 2015 г. В окончательной редакции 29 июня 2016 г.)

Проведено комплексное исследование отражения рентгеновских лучей от поверхности твердых тел, включающее измерения с параболическим зеркалом рентгенограмм полного внешнего отражения и дифракции рентгеновских лучей. Разработаны принципы теоретической обработки полученных рентгенограмм. Установлена обратная зависимость показателя преломления рентгеновских лучей от межплоскостных расстояний в кристаллитах.

DOI: 10.21883/JTF.2017.01.44028.1586

#### Введение

Полное внешнее отражение (ПВО) рентгеновских лучей от поверхности твердых тел при скользящих углах падения, впервые обнаруженное Комптоном [1] и детально изученное для ряда веществ Линником и Лашкаревым [2], свидетельствует о величине показателя преломления рентгеновских лучей в твердых телах меньшей единицы и о малой глубине формирования ПВО от единиц до сотен ангстрем. Поверхностный характер ПВО [3], обеспечивающий коэффициент отражения рентгеновских лучей от кристаллов, близкий к единице, используется на практике для создания параксиального пучка с малой расходимостью, на основе которого осуществлен рентгеновский флуоресцентный анализ с высокой чувствительностью до 10<sup>-10</sup> g [4]. Благодаря малой глубине формирования ПВО рентгеновских лучей Кокс и Геттлиф [5] из рассчитанной теоретически калибровочной кривой определяли концентрации химических компонент в аморфных тонких пленках Se-Te. Малый пробег рентгеновских квантов в случае ПВО позволял также определять поверхностные плотности твердых тел [6], толщины поверхностных пленок алюминия в двухкомпонентной системе GaAs-Al [7] и шероховатость поверхности твердого тела [8,9]. Во многих известных работах по ПВО рентгеновских лучей от поверхности твердых тел метод исследования основывался на измерениях рентгенограмм в режиме " $\theta$ ", т.е. с изменением угла скольжения α падающего пучка при неизменном положении счетчика рентгеновских квантов (или рентгеновской пленки) в условиях большой расходимости пучка рентгеновских лучей порядка 1°. В этом случае рентгенограмма ПВО рентгеновских лучей представляла собой интегральную кривую в виде квазиступенчатой функции [1,2,10]. Между тем в некоторых работах применение рентгеновской оптики обеспечило получение дифференциальных кривых ПВО, характеризующихся максимумами при критических углах скольжения [7,11].

В настоящей работе проводится комплексное исследование рентгенограмм ПВО и дифракции рентгенов-

ских лучей от поликристаллического твердого тела с последующей теоретической обработкой полученных рентгенограмм.

### Оборудование и условия эксперимента

Эксперименты по ПВО и брэгговской дифракции рентгеновских лучей проводили на стандартной рентгеновской установке ДРОН-7 с минимально возможным шагом по углу рассеяния рентгеновских лучей  $\Delta(2\theta) = 0.001^\circ = 3.6$ . Для уменьшения расходимости пучка рентгеновских лучей, падающих на образец, перед выходным окном острофокусной рентгеновской трубки с медным анодом устанавливали параболическое зеркало, обеспечивающее параксиальность падающего рентгеновского пучка с расходимостью около 0.5' и полностью подавляющее спектральную линию Cu $K_\beta$ -рентгеновского излучения.

В качестве детектора рентгеновского излучения в дифрактометре ДРОН-7 используется сцинтилляционный счетчик в режиме счета отдельных рентгеновских квантов с эффективностью около 100%. Перед детектором располагался коллиматор и горизонтальная щель Соллера. В этом случае запись рентгенограммы ПВО рентгеновских лучей в режиме "20–0" обеспечило получение кривой ПВО с максимумом.

На монокристалле кремния (111) предпринято методическое исследование природы максимумов, наблюдающихся на рентгенограммах ПВО рентгеновских лучей. Сравнение интегральной кривой в виде квазиступенчатой функции для кристалла кремния (рис.1, a), записанной в режиме ( $\Theta$ ) при неподвижном детекторе в нулевом положении и без коллиматора и щели Соллера, с соответствующей рентгенограммой для ПВО (рис. 1, b), показало качественное совпадение наибольшего наклона интегральной кривой с положением максимума на кривой ПВО. Это позволяет считать кривые ПВО с максимумами дифференциальными.



**Рис. 1.** Монокристалл кремния (111) с гранецентрированной решеткой: a — интегральная кривая, снятая в режиме  $\theta$  (без коллиматора и щели Соллера у детектора), b — дифференциальная кривая, снятая в режиме  $2\theta - \theta$  (с коллиматором и щелью Соллера у детектора) с указанием угла рассеяния рентгеновских лучей  $2\theta$  в градусах.

Для исследования дифференциальных кривых ПВО на рис. 2 представлена рентгенограмма ПВО рентгеновских лучей от поверхности полированного поликристаллического тантала.

На кривой отражения наблюдаются два разрешенных максимума при разных углах скольжения *α* падающего излучения.

Таким образом, предлагаемая методика исследования ПВО рентгеновских лучей от поверхности поликристаллов обеспечивает получение дифференциальных кривых отражения в области ПВО с высоким разрешением.

# 2. Принципы теоретической обработки кривых отражения от поверхности твердых тел

1. Положение максимума на кривых отражения при малых (близких к нулю) углах скольжения *α* однозначно определяет показатель преломления рентгеновских лу-

чей простым соотношением

$$n = \cos \alpha. \tag{1}$$

Поскольку для рентгеновских лучей показатель преломления *n* всегда меньше единицы, в кинематическом приближении выражение для n можно записать в виде:

$$n = 1 - \delta, \tag{2}$$

где  $\delta << 1$  — декремент показателя преломления.

Согласно квантовомеханической теории дисперсии [12], декремент показателя преломления рентгеновских лучей пропорционален объемной плотности рассеивающих атомов  $N_v$  в зоне выхода x рентгеновских лучей, испытавших ПВО в исследуемом образце, в соответствии с формулой:

$$\delta = \frac{\lambda^2 e^2}{2\pi mc^2} N_v f(0), \tag{3}$$

где  $\lambda$  — длина волны падающего рентгеновского излучения, e — заряд электрона, m — масса электрона, c — скорость света, f(0) — атомный фактор рассеяния в направлении падающего рентгеновского излучения. Для одноатомного вещества этот атомный фактор равен порядковому номеру элемента Z.

В международной системе единиц СИ с учетом f(0) = Z получаем практическую формулу для расчета объемной плотности рассеивающих атомов  $N_v$  в зоне выхода рентгеновских лучей, испытавших ПВО:

$$N_v = \frac{84.4594 \cdot 10^{43} \delta}{Z} \, \text{at/m}^3. \tag{4}$$

2. В связи с тем что полное внешнее отражение рентгеновских лучей происходит при углах скольжения  $\alpha$ , близких к нулю, это явление представляет собой чисто поверхностный эффект с зоной выхода x, вычисляемой по формуле:

$$x = \frac{\sin \alpha}{\left(\frac{\mu}{\rho}\right)\rho},\tag{5}$$

где  $\mu$  — линейный коэффициент поглощения рентгеновских лучей в сm<sup>-1</sup>,  $\rho$  — плотность вещества в g/cm<sup>3</sup>.

Для исследования природы максимумов кривой отражения в области ПВО рентгеновских лучей от поликристаллов наиболее информативным является метод, объединяющий измерения рентгенограмм ПВО и брэгговской дифракции рентгеновских лучей [7].

3. Согласно представлениям физики рентгеновских лучей [12,13], интенсивность брэгговских рефлексов на дифрактограмме исследуемого поликристалла пропорциональна числу кристаллитов в слое толщиной Hhkl, облучаемому рентгеновскими лучами. Из известной формулы интенсивности брэгговских рефлексов от поликристаллов [12] соотношение для расчета в системе СИ числа объемных кристаллитов  $N_{\rm cr}^{(hkl)}$ , кристаллографические плоскости (*hkl*) которых параллельны поверхности



**Рис. 2.** Рентгенограмма полированного поликристаллического тантала в условиях полного внешнего отражения рентгеновских лучей с указанием углов скольжения *α* в градусах.

поликристалла, имеет следующий вид:

$$N_{\rm cr}^{(hkl)} = 1.59 \cdot 10^{18} I_{hkl} \, \frac{\sin\theta \sin 2\theta}{f^2 p (\cos^2\theta + 1)},\tag{6}$$

где  $I_{hkl}$  — максимальная интенсивность дифракционного пика с индексом Миллера (hkl),  $\theta$  — угол дифракции от кристаллографической плоскости (hkl),  $f^2$  — квадрат атомного фактора рассеяния рентгеновских лучей от плоскости (hkl), p — фактор повторяемости кристаллографических плоскостей с индексом Миллера (hkl).

Вновь подчеркнем, что ПВО рентгеновских лучей является чисто поверхностным эффектом с малой глубиной выхода. Поэтому числа кристаллитов  $N_{\rm cr}^{(hkl)}$  в поверхностной зоне выхода рентгеновских лучей, испытавших ПВО, должны быть меньше чисел объемных кристаллитов в  $(h/H_{hkl})$  раз, где глубина проникновения  $H_{hkl}$  дифрагированных рентгеновских лучей в твердое тело при заданном угле дифракции  $\theta_{hkl}$  равна:

$$H_{hkl} = R\sin\theta_{hkl},\tag{7}$$

где *R* — практический пробег кванта рентгеновского излучения в  $\mu$ m. В таком случае для разных ориентаций кристаллических плоскостей числа поверхностных кристаллитов определяются из соотношений:

$$N_{\rm cr.p}^{hkl} = (H_{hkl}) N_{\rm cr}^{hkl}.$$
 (8)

## 3. Практическое применение методики исследования ПВО рентгеновских лучей от поверхности твердых тел

В качестве примера приведем результаты исследования ПВО рентгеновских лучей в случае полированного поликристаллического тантала, позволившие интерпретировать тонкую структуру дифференциальной кривой

Таблица 1.

| Величина  | Пик 1   | Пик 2   |  |  |
|---|---|---|--|--|
| lpha, deg.<br>$\delta$<br>$N_v$ , at/m <sup>3</sup> | $\begin{array}{c} 0.00995 \\ 1.51 \cdot 10^{-9} \\ 1.305 \cdot 10^{34} \end{array}$ | $\begin{array}{c} 0.07855\\ 9.4\cdot 10^{-7}\\ 1.088\cdot 10^{37}\end{array}$ |  |  |

отражения при скользящих углах падения первичного пучка. На рентгенограмме тантала в условиях ПВО (рис. 3) наблюдаются два пика при углах скольжения  $\alpha_1 = 0.00995^\circ = 0.597'$  и  $\alpha_2 = 0.07855^\circ = 4.713'$ .

Этим углам, согласно формуле (1), соответствуют два разных показателя преломления рентгеновских лучей и вычисленные из соотношения (2) два соответствующих декремента показателя преломления.

Для тантала с Z = 73 из соотношения (4) рабочая формула расчета объемной плотности рассеивающих атомов  $N_v$  в зоне выхода рентгеновских лучей, испытавших ПВО, имеет следующий вид:

$$N_v = 1.157 \cdot 10^{43} \delta \, \text{at/m}^3. \tag{9}$$

С помощью рабочей формулы (9) для тантала вычисляются две объемные плотности рассеивающих атомов  $N_v$ , соответствующие двум разным показателям преломления рентгеновских лучей в поликристаллическом тантале. Результаты расчетов приведены в табл. 1.

Для выяснения природы двух разных показателей преломления рентгеновских лучей в тантале предпринято изучение дифракции рентгеновских лучей на кристаллической решетке тантала. На рис. 3 изображена дифрактограмма поликристаллического полированного тантала кубической объемно-центрированной структуры.

По известной квадратичной формуле для кубической сингонии [14] рассчитаны индексы Миллера кристаллографических плоскостей для каждого угла Брэгга



**Рис. 3.** Дифрактограмма полированного поликристаллического тантала с указанием углов рассеяния 2*θ* и индексов Миллера (*hkl*) кристаллографических плоскостей.

| $2	heta^\circ$                | I, kV/s             | $\sin \theta / \lambda$       | f                             | hkl               | р             | $N_{ m cr}\cdot 10^{13}$       |
|-------------------------------|---------------------|-------------------------------|-------------------------------|-------------------|---------------|--------------------------------|
| 38.5274<br>55.6190<br>69.6765 | 3.1<br>61.3<br>17.9 | 0.21415<br>0.30282<br>0.37080 | 60.4900<br>54.3649<br>49.9641 | 110<br>200<br>211 | 12<br>6<br>24 | 1.121982<br>118.733<br>15.2046 |
| 107.7712                      | 68.7                | 0.52437                       | 41.5240                       | 222               | 8             | 452.131                        |

Таблица 2. Числа объемных кристаллитов  $N_{\rm cr}^{(hkl)}$  в зоне выхода дифрагированных рентгеновских лучей

Таблица 3. Числа поверхностных кристаллитов  $N_{ctp}^{(hkl)}$  в зоне формирования ПВО рентгеновских лучей

| N⁰ | 20       | $H \cdot 10^{-4} \mathrm{cm}$ | $x \cdot 10^{-8} \mathrm{cm}$ | $(x/H) \cdot 10^{-4}$ | $N_{ m cr.p}\cdot 10^9$ | hkl | $d, \mathrm{\AA}$ |
|----|----------|-------------------------------|-------------------------------|-----------------------|-------------------------|-----|-------------------|
| 1  | 38.5274  | 1.2273                        | 6.46                          | 5.2636                | 5.9057                  | 110 | 2.3348            |
| 2  | 55.6190  | 1.7355                        | 50.9                          | 29.3287               | 3482.28                 | 200 | 1.6511            |
| 3  | 69.6765  | 2.1251                        | 6.46                          | 3.0398                | 46.2189                 | 211 | 1.3484            |
| 4  | 107.7712 | 3.0052                        | 6.46                          | 2.1496                | 971.9                   | 222 | 0.9535            |

(рис. 3) и вычислена постоянная решетки *a*, равная 3.302Å.

По формуле (6) рассчитаны числа объемных кристаллитов  $N_{cr}^{(hkl)}$  для каждого угла Брэгта совместно с необходимыми для расчета данными (табл. 2).

В связи с тем что в отражении рентгеновских лучей в случае ПВО принимают участие кристаллиты только поверхностных слоев, для интерпретации наблюдаемых в поликристаллическом тантале различных показателей преломления рентгеновских лучей необходимо рассчитать для каждого угла Брэгга число поверхностных кристаллитов  $N_{\rm cr.s}^{(hkl)}$ , используя формулы (6), (7), и вычислить глубины выхода *х* рентгеновских лучей, испытавших ПВО, по формуле (5).

Из таблиц Блохина [13] и Кацнельсона [15] определяются следующие значения параметров для тантала:

$$\mu/
ho = 162 \,\mathrm{cm}^2/\mathrm{g}, \qquad 
ho = 16.6 \,\mathrm{g/cm}^3.$$

Подставляя эти значения для двух наблюдаемых углов скольжения  $\alpha$  первичного пучка в формулу (5), получаем две соответствующие глубины выхода x рентгеновских лучей, испытавших ПВО от тантала:

$$x_1 = 6.46$$
Å  $= 6.46 \cdot 10^{-10}$  m и  
 $x_2 = 50.9$ Å  $= 50.9 \cdot 10^{-10}$  m.

В табл. 3 приведены значения глубин отражения  $H_{hkl}$  дифрагированных рентгеновских лучей, рассчитанных по формуле (7), величины *x*, рассчитанные по формуле (5), межплоскостные расстояния  $d_{hkl}$  и с учетом табл. 2 значения  $N_{cr,p}^{(hkl)}$ , рассчитанные по формуле (8).

Сопоставляя отношение интенсивностей двух пиков  $I_2/I_1 = 5.6$ , присутствующих на рентгенограмме в области ПВО (рис. 3), с отношением числа поверхностных кристаллитов с кристаллографическими плоскостями (200) и (222)  $N_{\rm crp}^{(200)}/N_{\rm crp}^{(222)} = 3.8$  (табл. 3), можно сделать вывод о удовлетворительном совпадении этих

отношений. Следовательно, два угла скольжения α, наблюдаемые на рентгенограмме для ПВО от поверхности поликристаллического тантала, означают два разных показателя преломления рентгеновских лучей при отражении от двух типов кристаллитов с различными кристаллографическими плоскостями: для большего показателя преломления рентгеновских лучей в тантале  $(n_1 = 0.99999999849)$  рентгеновские лучи отражаются от кристаллографической плоскости (222), параллельной поверхности образца с межплоскостным расстоянием  $d_{222} = 0.9535$  Å, а для меньшего показателя преломления ( $n_2 = 0.99999906$ ) отражение рентгеновских лучей происходит от плоскости (200) с большим межплоскостным расстоянием  $d_{200} = 1.6511$  Å. Таким образом, для ПВО рентгеновских лучей от поликристаллического тантала наблюдается обратная зависимость показателя преломления от межплоскостного расстояния. Для физического объяснения этой зависимости наряду с показателем преломления рентгеновских лучей, введем понятие о силе преломления, определяемой углом преломления α, которая пропорциональна объемной плотности рассеивающих атомов N<sub>v</sub> в зоне выхода рентгеновских лучей, испытавших ПВО (табл. 1). Увеличение показателя преломления сопровождается уменьшением силы преломления и, следовательно, уменьшением объемной плотности рассеивающих атомов N<sub>v</sub>. Как показали приведенные выше расчеты для тантала, объемная плотность рассеивающих атомов Nv1 для большего показателя преломления на три порядка меньше объемной плотности N<sub>v2</sub> для меньшего показателя преломления. Это качественно соответствует рентгенограмме для ПВО от тантала. Однако огромная разница между N<sub>v1</sub> и N<sub>v2</sub> связана с природой объемной плотности рассеивающих атомов. По-видимому, рассеяние рентгеновских лучей, формирующее объемную плотность атомов, в отличие от наблюдаемого ПВО происходит от всех возможных кристаллографических плоскостей в зоне выхода ПВО *x*, приводя к существенному увеличению числа рассеивающих атомов.

#### Заключение

Разработанная комплексная методика измерения ПВО и дифракции рентгеновских лучей позволяет получить дифференциальные кривые ПВО от поликристаллов, соответствующие в общем случае разным показателям преломления рентгеновских лучей. Для интерпретации наблюдаемых аномалий в ПВО рентгеновских лучей от поликристаллических веществ разработаны принципы теоретической обработки кривых отражения от поверхности твердых тел. Применение экспериментальной и теоретической методик исследования ПВО в сочетании с измерениями дифракции рентгеновских лучей от поликристаллического тантала позволило объяснить различные показатели преломления в тантале полным внешним отражением рентгеновских лучей от кристаллитов с разными ориентациями. Для исследованного поликристаллического тантала установлена обратно пропорциональная зависимость показателя преломления *n* рентгеновских лучей от межплоскостного расстояния d. Что касается эмпирически рассчитанных из декрементов показателя преломления объемных плотностей N<sub>v</sub> рассеивающих атомов, то их прямая зависимость от показателя преломления в принципе объясняет обратную зависимость n(d), хотя носит лишь качественный характер.

Чтобы наблюдаемую в тантале обратную зависимость n(d) считать общим законом для поликристаллов, необходимо продолжить исследования ПВО других поликристаллических веществ.

#### Список литературы

- [1] Compton A.H. // Phil. Mag. 1923. Vol. 45. P. 1112–1120.
- [2] Linnik W., Laschkarev W. // Zeitschrift fur Phys. 1926. Vol. 38. 8Heft. P. 659–670.
- [3] Стоячая волна рентгена. / Сб. статей под ред. М.В. Ковальчука. 2013. М.
- [4] Автореф. канд. дис. Разномазов В.М. Микроструктура и элементный анализ пленок на основе оксидов со структурой перовскита по данным рентгеновского флуоресцентного анализа с полным внешним отражением. 2010. Ростов-на-Дону.
- [5] Cocks F.R., Gettlifee R. // Mater. Lett. 1985. Vol. 3. № 4. P. 133–136.
- [6] Renner O., Czech. J. // Phys. B. 1972. Vol. 22. № 10. P. 1007– 1016.
- [7] Marra W.C., Eisenberger P., Cho A.J. // J. Appl. Phys. 1979.
   Vol. 50. № 11. P. 6927–6933.
- [8] Sinha S.K., Sirota E.B., Garroff S., Stanley S. // Phys. Rev. B. 1988. Vol. 38. P. 2297–2302.
- [9] Tolan M., Konig O., Brugemann S. // Europhys. Lett. 1992.
   Vol. 20. № 3. P. 223–228.
- [10] Parrat L.G. // Phys. Rev. 1954. Vol. 95. № 2. P. 359–369.
- [11] Touryanski A.G., Pirshin I.V. // JETP Lett. 2007. Vol. 85. № 9. P. 422–425.

- [12] Джеймс Р. Оптические принципы дифракции рентгеновских лучей. М.: ИЛ. 1950. С. 7–572.
- [13] Блохин М.А. Физика рентгеновских лучей. М. Из-во Технико-теоретической литературы. 1957. С. 7–511.
- [14] Миркин Л.И. Справочник по рентгеноструктурному анализу поликристаллов. М.: ФМ. 1961. С. 3–860.
- [15] Кацнельсон А.А. Рассеяние рентгеновских лучей конденсированными средами. М.: Из-во МГУ, 1991. С. 1–96.