# Поверхностные и объемные волны в структуре ферродиэлектрик-магнитоактивный метаматериал

© Л.Д. Филатов, Д.И. Семенцов ¶

Ульяновский государственный университет, 432970 Ульяновск, Россия <sup>¶</sup> e-mail: sementsovdi@mail.ru

(Поступило в Редакцию 11 ноября 2015 г. В окончательной редакции 27 июня 2016 г.)

Исследована возможность распространения поверхностных волн на границе ферродиэлектрика и метаматериала, состоящего из решетки аморфных ферромагнитных микропроводков, помещенных в диэлектрическую матрицу. Получены и проанализированы дисперсионные зависимости для управляемой внешним магнитным полем ТЕ волны, найдены частотные области, в которых реализованы поверхностные, т.е. локализованные, частично локализованные и объемные волны. Для поверхностных волн определены основные волновые характеристики. Показано также, что ТМ волна в рассматриваемой структуре поверхностной быть не может.

DOI: 10.21883/JTF.2017.01.44020.1655

# Введение

В последнее время большое внимание уделяется исследованию электро-динамических свойств метаматериалов и различных волновых процессов в них [1-6]. К таким волновым процессам относятся поверхностные волны, локализованные вблизи границы раздела двух сред, одной из которых является метаматериал [7-10]. Известно, что в области частот, где диэлектрическая или магнитная проницаемости (ДП и МП) одной из граничащих сред принимает отрицательные значения, вдоль плоской границы раздела возможно распространение поверхностных волн или поверхностных поляритонов (ПП) [11,12]. В немагнитных структурах за счет отрицательности ДП одной из сред реализуются ПП с поляризацией ТМ типа, которые не управляются магнитным полем [13–15]. Для реализации в структуре ПП, управляемых магнитным полем, МП одной из сред в рабочем частотном диапазоне должна принимать отрицательные значения [16-18].

Важное прикладное значение приобретают метаматериалы, реализуемые на основе решеток из микропроводов в непроводящей матрице [19-22]. Так, в работе [21] реализована структура на основе матрицы из стекла и микропроводков из ферромагнитного аморфного сплава FeCoCrBSi, ее модель использовалась в работе [5]. В настоящей работе обсуждаются условия существования и волновые характеристики объемных и поверхностных волн в структуре с плоской границей раздела подобного метаматериала и ферродиэлектрика. Материальные параметры обоих сред в исследуемом частотном диапазоне зависят от приложенного магнитного поля. Под ферродиэлектриком мы понимаем материал, обладающий спонтанным магнитным моментом и не обладающий проводимостью, т.е. поглощением [23,24]. В СВЧ диапазоне данному определению наиболее полно отвечает феррит Y<sub>3</sub>Fe<sub>5</sub>O<sub>12</sub>, параметры которого далее мы будем использовать при численном анализе.

### 1. Материальные соотношения

Будем считать, что область z < 0 занимает феррит, для которого ДП  $\varepsilon_f$  в исследуемом СВЧ диапазоне является константой. Область z > 0 занимает метаматериал, представляющий собой помещенную в диэлектрическую матрицу с ДП  $\varepsilon_d$  решеточную структуру из параллельных оси X магнитных микропроводков радиуса a, расположенных на расстоянии b друг от друга. При статическом магнитном поле H, параллельном оси Y, тензоры МП каждой из сред имеют отличные от нуля диагональные компоненты  $\mu_{xx} = \mu_{zz} = \mu_{\alpha}, \ \mu_{yy} = 1$ и недиагональные  $\mu_{xz} = -\mu_{zx} = ik_{\alpha}$  (индексы  $\alpha = m, f$ относятся к метаматериалу и ферриту), где

$$\mu_{m,f} = 1 + \frac{\omega_{m,f}\omega_0}{\omega_0^2 - \omega^2}, \quad k_{m,f} = \frac{\omega\omega_{m,f}}{\omega_0^2 - \omega^2}.$$
 (1)

Здесь введены характерные частоты структуры  $\omega_m = (2\pi a/b)^2 \gamma M_c$ ,  $\omega_f = 4\pi \gamma M_f$  и частота магнитного резонанса  $\omega_0 = \gamma H$ , где  $\gamma$  — магнитомеханическое отношение,  $M_f$  и  $M_c$  — намагниченности феррита и магнитных микропроводков.

В случае распространения волны вдоль оси X константы распространения в каждой из сред  $\beta_{\alpha} = k_0 \sqrt{\varepsilon_{\alpha} \mu_{\alpha}^{\perp}}$ . В случае поперечного (по отношению к магнитному полю) распространения волны эффективная магнитная проницаемость феррита имеет вид [24]

$$\mu_f^{\perp} = 1 + \frac{\omega_f(\omega_0 + \omega_f)}{\omega_0(\omega_0 + \omega_f) - \omega^2}.$$
 (2)

Если длина распространяющейся в структуре волны  $\lambda \gg b$ , метаматериал можно считать однородной средой со средней намагниченностью  $M_m = \eta M_e$ , где  $M_e$  — намагниченность материала проводков, а  $\eta = \pi a^2/b^2$  — объемная концентрация проводника в среде. В случае поперечного подмагничивания эффективную МП метаматериала можно определить выражением [5]

$$\mu_m^{\perp} = \left(1 + \frac{\omega_m(\omega_0 + \omega_m)}{\omega_0(\omega_0 + \omega_m) - \omega^2}\right) F(\omega, \sigma).$$
(3)

Зависимость величины  $\mu_m^{\perp}$  от проводимости проводков  $\sigma$  определяется функцией

$$F(\omega, \sigma) = \frac{1}{2} \left( 1 + \sqrt{1 + \left(\frac{4\pi\eta\sigma}{\varepsilon_d\omega}\right)^2} \right).$$
(4)

С точки зрения симметрии, при заданной ориентации проводков метаматериал может быть отнесен к одноосным кристаллам с диагональным тензором ДП с компонентами, вид которых зависит от типа волны, распространяющейся в среде. Так, составляющей волнового поля  $E_x$  отвечает компонента тензора  $\varepsilon_x = \varepsilon_{\parallel}$ , а составляющим  $E_y$  и  $E_z$  отвечают компоненты  $\varepsilon_y = \varepsilon_z = \varepsilon_{\perp}$ . Указанные компоненты представляются в виде

$$\varepsilon_{\parallel} = (1 - \eta)\varepsilon_d + \eta\varepsilon_c \approx \varepsilon_d + \eta\varepsilon_c,$$
  
$$\varepsilon_{\perp} = \frac{\varepsilon_d\varepsilon_c}{(1 - \eta)\varepsilon_c + \eta\varepsilon_d} \approx \varepsilon_d,$$
 (5)

где  $\varepsilon_c$  — ДП проводника, которая в пренебрежении потерями запишется в виде

$$\varepsilon_c = \varepsilon_0 - (\omega_p/\omega)^2, \tag{6}$$

где  $\varepsilon_0$  — вклад кристаллической решетки проводника, а плазменная частота для микропроводков определяется соотношением [7,19]

$$\omega_p^2 = \frac{2\pi c^2}{b^2 \ln(b/2\pi a)}.$$
 (7)

Приближенные соотношения (5) записаны с учетом малости величины  $\eta$ .

На рис. 1 приведены частотные зависимости эффективной МП метаматериала  $\mu_m^{\perp}$  и феррита  $\mu_f^{\perp}$  (сплошная и штриховая линии), а также частотная зависимость компонент ДП метаматериала  $\varepsilon_{\parallel}$  и  $\varepsilon_{\perp}$  (сплошная и штриховая линии). При построении указанных зависимостей использовались следующие параметры: для метаматериала  $M_c = 500$  Gs,  $\sigma = 10^{16}$  s<sup>-1</sup>,  $\varepsilon_d = 2.25$ ,  $\varepsilon_0 = 2.5, a = 10^{-3} \text{ cm}, b = 10^{-1} \text{ cm}, \omega_p = 1.25 \cdot 10^{12} \text{ s}^{-1},$  $\omega_m = 3.47 \cdot 10^7 \, \mathrm{s}^{-1}$ , для феррита намагниченность насыщения  $4\pi M_f = 1760 \,\mathrm{Gs}, \, \gamma = 1.76 \cdot 10^7 \,(\mathrm{s} \cdot \mathrm{Oe})^{-1} \,\varepsilon_f = 14$ (в СВЧ диапазоне). На рисунке приведены несколько характерных частот, каждая из которых определяется следующим образом. Частота  $\omega_1 = \sqrt{\omega_0(\omega_0 + \omega_m)}$  является резонансной частотой метаматериала и определяется полюсом функции  $\mu_m^{\perp}$ , а частота  $\omega_2 = \omega_0 + \omega_m$  — нулем этой функции. Аналогичные частоты определяются и для поперечно намагниченного феррита:  $\mu_f^\perp \to \infty$  имеет место при  $\omega_3 = \sqrt{\omega_0(\omega_0+\omega_f)}, \, \mu_f^\perp = 0$  при  $\omega_4 = \omega_0 + \omega_f.$ На частоте

$$\omega_5 = \omega_p / \sqrt{\varepsilon_0 + (\eta^{-1} - 1)\varepsilon_d} \tag{8}$$

величина  $\varepsilon_{\parallel}$  обращается в нуль, а при  $\omega \leq \omega_5$  она становится отрицательной.



**Рис. 1.** Частотные зависимости МП  $\mu_m^{\perp}$  и  $\mu_f^{\perp}$  (сплошная и штриховая линии) и ДП  $\varepsilon_{\perp}$  и  $\varepsilon_{\parallel}$  (сплошная и штриховая линии).

Эффективными параметрами метаматериала можно управлять с помощью внешнего магнитного поля, изменяя частоту  $\omega_0$ . Так, при фиксированной частоте  $\mu_m^{\perp}$  принимает отрицательные значения в области значений поля

$$(\omega - \omega_m)/\gamma < H < (\sqrt{\omega_m^2 + 4\omega^2} - \omega_m)/2\gamma.$$
 (9)

Наличие частотных областей, для которых  $\mu_m^{\perp} < 0$ ,  $\mu_f^{\perp} < 0$  и  $\varepsilon_{\parallel} < 0$ , указывает на возможность реализации в структуре поверхностных волн плазмон-поляритонного типа обеих ортогональных поляризаций — ТМ и ТЕ.

# 2. Дисперсионное соотношение для ТМ волны

В этом случае волновыми компонентами поля являются  $E_x$ ,  $H_y$ ,  $E_z$ . Для указанной поляризации в волновые уравнения для каждой из граничащих сред входит компонента тензора МП  $\mu_{yy}$ , которая при выбранной ориентации внешнего магнитного поля от величины этого поля не зависит и равна единице. Поэтому на динамику волны этого типа внешнее поле не влияет. С учетом гармонических зависимостей волновых полей от времени их величины пропорциональны фактору  $\exp(i\omega t)$ , который далее опускаем. При этом уравнения для тангенциальных (по отношению к границе раздела



**Рис. 2.** Дисперсионная зависимость  $\omega(\beta)$  для объемной TM волны в структуре.

сред) компонент волнового поля имеют вид

$$\frac{d^2 H_y}{dz^2} - q_{f,m}^2 H_y = 0, \quad E_x = -\frac{i}{k_0 \varepsilon_{f,m}} \frac{dH_y}{dz}, \quad (10)$$

где поперечные компоненты волнового вектора в каждой из сред

$$q_f^2 = \beta^2 - k_0^2 \varepsilon_f, \quad q_m^2 = (\varepsilon_{\parallel} / \varepsilon_{\perp}) (\beta^2 - k_0^2 \varepsilon_{\perp}), \qquad (11)$$

где  $\beta$  — продольная компонента волнового вектора (константа распространения),  $k_0 = \omega/c$ , c — скорость света в вакууме,  $\varepsilon_m = \varepsilon_x = \varepsilon_{\parallel}$ . Если волна является поверхностной, то ее магнитное поле может быть представлено в виде

$$H_{y}(x, z) = H_{0} \exp(-i\beta x) \begin{cases} \exp(-q_{m}z), & z > 0, \\ \exp(q_{f}z), & z < 0. \end{cases}$$
(12)

С учетом (12) и граничного условия  $E_{x1}(0) = E_{x2}(0)$  приходим к дисперсионным соотношениям для этого типа волны

$$\frac{q_f}{\varepsilon_f} + \frac{q_m}{\varepsilon_{\parallel}} = 0, \quad \beta = k_0 N_{\text{eff}} = k_0 \sqrt{\frac{\varepsilon_f \varepsilon_{\perp} (\varepsilon_f - \varepsilon_{\parallel})}{\varepsilon_f^2 - \varepsilon_{\perp} \varepsilon_{\parallel}}}, \quad (13)$$

где  $N_{\rm eff}$  — эффективный показатель преломления TM волны в рассматриваемой стуктуре. Для волны, локализованной вблизи границы раздела со стороны обеих сред, должны выполняться условия  $q_{m,f} > 0$ . Так как  $\varepsilon_f > 0$ , в частотной области существования ПП необходимо выполнение условия  $\varepsilon_{\parallel} < 0$ . Такая область существует ( $\omega < \omega_5$ ), однако для этой области в соответствии с (11)  $q_m^2 < 0$ , что противоречит условию существования поверхностной волны. Дисперсионные соотношения (13) описывают поведение волны ТМ типа, которая может быть локализованной вблизи границы раздела только в феррите, тогда как в метаматериале она остается объемной. Зависимость  $\omega(\beta)$  для волны этого типа представлена на рис. 2 сплошной кривой. Асимптотами для этой кривой в разных областях частотного спектра являются две линейные зависимости  $\omega = c_{d,f}\beta$  (штриховые линии 1 и 2) — фотонные линии в матрице метаматериала и в феррите, а также зависимость  $\omega = c_{\parallel}\beta$  (штриховая кривая 3) — дисперсионная кривая для объемной волны в эффективной среде с ДП  $\varepsilon_{\parallel}(\omega)$ . Здесь  $c_{d,f} = c/\sqrt{\varepsilon_{d,f}}$  и  $c_{\parallel}(\omega) = c/\sqrt{\varepsilon_{\parallel}(\omega)}$  — фазовые скорости объемных волн в соответствующих средах.

# Дисперсионное соотношение для ТЕ волны

В этом случае волновыми компонентами поля являются  $H_x$ ,  $E_y$ ,  $H_z$ . При этом уравнения для тангенциальных компонент волнового поля имеют вид

$$\frac{d^2 E_y}{dz^2} - q_{f,m}^2 E_y = 0, \quad H_x = -\frac{i}{k_0 \mu_\perp^\alpha} \left( \frac{dE_y}{dz} + \frac{\kappa_\alpha}{\mu_\alpha} \beta E_y \right), \tag{14}$$

где поперечные компоненты волнового вектора в каждой из сред

$$q_f^2 = \beta^2 - k_0^2 \varepsilon_f \mu_{\perp}^f, \quad q_m^2 = \beta^2 - k_0^2 \varepsilon_{\perp} \mu_{\perp}^m.$$
 (15)

Координатную зависимость электрического поля этой поверхностной волны запишем в виде

$$E_y(x,z) = E_m \exp(-i\beta x) \begin{cases} \exp(-q_m z), & z > 0, \\ \exp(q_f z), & z < 0, \end{cases}$$
(16)

где  $k_0 = \omega/c$ , c — скорость света в вакууме. Учитывая равенство  $H_{x1}(0) = H_{x2}(0)$ , приходим к дисперсионному соотношению

$$\frac{q_m}{\mu_m^{\perp}} + \frac{q_f}{\mu_f^{\perp}} = \beta G(\omega, H), \tag{17}$$

где зависящая от частоты и внешнего поля функция  $G(\omega, H)$  имеет вид

$$G(\omega, H) = \frac{\kappa_m}{\mu_m \mu_m^{\perp}} - \frac{\kappa_f}{\mu_f \mu_f^{\perp}}.$$
 (18)

Уравнение (17) можно представить следующим образом:

$$A\beta^4 + B\beta^2 - C = 0, \qquad (19)$$

где введены обозначения:

$$A = \left[ (\kappa_m / \mu_m \mu_m^{\perp} - \kappa_f / \mu_f \mu_f^{\perp})^2 - (\mu_m^{\perp})^{-2} - (\mu_f^{\perp})^{-2} \right]^2 - 4 / (\mu_m^{\perp} \mu_f^{\perp})^2,$$

$$B = 4(\mu_f^{\perp}\varepsilon_f + \mu_m^{\perp}\varepsilon_{\perp})/(\mu_m^{\perp}\mu_f^{\perp})^2 + 2(\varepsilon_{\perp}/\mu_m^{\perp} + \varepsilon_f/\mu_f^{\perp})$$
$$\times \left[(\kappa_m/\mu_m\mu_m^{\perp} - \kappa_f/\mu_f\mu_f^{\perp})^2 - (\mu_m^{\perp})^{-2} - (\mu_f^{\perp})^{-2}\right],$$
$$C = (\varepsilon_{\perp}/\mu_m^{\perp} - \varepsilon_f/\mu_f^{\perp})^2.$$

Решение уравнения (19) можно представить в виде

$$\beta_{\pm}^2 = k_0^2 \frac{-B \pm \sqrt{B^2 + 4AC}}{2A}.$$
 (20)

Анализ приведенных выражений показывает, что распространяющемуся ПП может отвечать только одна ветвь  $\beta_+$ , для которой на всем интервале частот  $\beta_+^2 > 0$  (далее  $\beta_+$  будем обозначать  $\beta$ ).

Одной из важных характеристик является глубина залегания поля поверхностной волны в каждой из сред, которая в отсутствие поглощения определяется выражением  $\lambda = 1/q$ . На характер волны в структуре указывает знак величины  $q^2$  в каждой из сред. Там, где  $q^2$  положительно, и для феррита, и для метаматериала реализуется поверхностная волна. Видно, что в спектре имеется только один узкий частотный интервал  $\omega_1 < \omega < \omega_2$ , где это условие выполняется. Вне этого интервала реализуются состояния либо с частичной локализацией волны со стороны одной из сред (это области ( $\omega_2, \omega_f$ ) и  $\omega > \omega_4$ ), либо с отсутствием локализации, когда в структуре распространяется объемная волна (это область  $\omega_f < \omega < \omega_4$ ). Видно, что в узкой частотной области  $\omega_1 < \omega < \omega_2$  наблюдается максимум локализации и следующий за ним резкий переход волны из поверхностной в объемную. Степенью локализации поля ТЕ волны можно управлять с помощью внешнего магнитного поля, которое реализует перестройку дисперсионного спектра ПП.

#### 4. Численный анализ

В отличие от стандартного дисперсионного соотношения (13) для поверхностных волн с нулевой правой частью, которое требует отрицательности диэлектрической проницаемости одной из сред, в случае волны ТЕ типа знак правой части уравнения (17) может быть как отрицательным, так и положительным. Знак величины G меняется с ростом частоты, и выше частоты  $\omega_2$  эта величина остается положительной. С учетом возможности разного знака величины  $G(\omega, H)$  требованием существования ПП в структуре является только положительность величин  $q_m^2$  и  $q_f^2$ , частотная зависимость которых приведена на рис. З (сплошная и штриховая кривые). Существование в структуре ПП возможно в частотных областях, отвечающих совместному выполнению условий  $q_m^2 > 0$  и  $q_f^2 > 0$ . В соответствии с приведенными зависимостями такие области могут находиться лишь в узком частотном интервале, выделенном на рисунке рамкой. На остальных частотных интервалах распространяющаяся в структуре волна является либо полностью объемной (где  $q_m^2 < 0$  и  $q_f^2 < 0$ ), либо локализованной вблизи границы раздела со стороны феррита (где  $q_m^2 < 0$ , а  $q_f^2 > \hat{0}$ ).



**Рис. 3.** Частотные зависимости величин  $q^2$  для метаматериала и феррита (сплошная и штриховая линии) на большом (*a*) и малом (*b*) частотном интервалах, пунктирная линия — Im  $q^2(\omega)$  на интервале ( $\omega_1, \omega_2$ ).

В увеличенном масштабе приведены частотные зависимости величин  $q_m^2$  и  $q_f^2$  на частотном интервале, выделенном на рис. 3, *а* рамкой. Видно, что ПП могут распространяться в структуре на частотных участках (1, 2), (4, 5), (6, 7) и (9, 10). На интервалах (2, 3) и (4, 5) величины  $q_m^2$  и  $q_f^2$  становятся равными и чисто мнимыми, при этом  $q_m = q_f = (1 - i)q/\sqrt{2}$ , где q — действительная величина. Это означает, что распространяных частотных интервалах также является поверхностной с экспоненциально спадающей амплитудой и зависящей от координаты *z* фазой.

На рис. 4 приведены дисперсионные зависимости  $\omega(\beta)$  для ТЕ волны, полученные при значениях внешнего магнитного поля  $H_0 = (100, 115)$  Ое (сплошные и штриховые кривые). Окрестность области аномальной дисперсии  $\omega_1 < \omega < \omega_2$ , в которой проницаемость метаматериала  $\mu_m^{\perp} < 0$  приведена в увеличенном по частоте масштабе. Из приведенных зависимостей следует, что с ростом внешнего поля указанная область смещается в область более высоких частот. Как было показано выше, существование ПП возможно лишь в области  $\omega_1 < \omega < \omega_2$ . На остальных участках спектра имеет место либо частичная локализация волнового поля вблизи границы раздела со стороны одной из сред, либо реализуется объемная волна.



**Рис. 4.** Дисперсионные зависимости  $\omega(\beta)$  для ТЕ волны при H = (100, 150) Ос (сплошная и штриховая кривые).

Рассматриваемый тип волны является магнитоуправляемым. На рис. 5 представлена зависимость от внешнего магнитного поля константы распространения, которая отвечает частотам  $\omega = (1.77, 2.1) \cdot 10^9 \text{ s}^{-1}$  (рис. 5, *a*, кривые *1*, *2*). На рис. 5, *b* в увеличенном по полю масштабе приведен участок указанной зависимости (для  $\omega = 2.1 \cdot 10^9 \text{ s}^{-1}$ ), на котором точками выделены характерные поля  $h_i$ . Ниже приведены выражения для этих полей

 $h_{1,3} =$ 

$$\frac{\sqrt{4[\omega(1+F)\mp(F\omega_m-\omega_f)](F+1)\omega-(F\omega_m+\omega_f)^2}-F\omega_m-\omega_f}{2\gamma(F+1)},$$

$$h_2 = \frac{\omega}{\gamma} + \frac{\omega_f - F\omega_m}{\gamma(F-1)}, \quad h_4 = \frac{\omega}{\gamma}.$$
(21)

Указанные поля для частоты  $\omega = 2.1 \cdot 10^9 \,\mathrm{s^{-1}}$  принимают следующие значения:  $h_{1-4} = 117.35$ , 117.77, 118.9, 119.32 Ое. Поля  $h_{2-4}$  определяют асимптотические значения для дисперсионных ветвей  $\beta(H)$  при фиксированной частоте.

Одной из важных характеристик является глубина залегания поля волны в каждой из сред, которая в отсутствие поглощения определяется выражением  $\lambda_{m,f} = 1/q_{m,f}$ . Если обе величины  $q_{m,f}$  действительны, то глубина залегания поля волны в каждой из сред конечна и возможно существование поверхностной волны. Возможны также состояния с одной действительной величиной — q<sub>f</sub>. В этом случае имеет место частичная локализация волны — только со стороны феррита. Если же  $q_{m,f}$  являются чисто мнимыми, то локализация отсутствует и в структуре распространяется объемная волна. Максимумы локализации наблюдаются на частотах, близких к точкам 4 (справа) и 7 (слева). Минимальные значения глубины залегания  $\lambda_m \approx 1.35 \cdot 10^{-2} \,\mathrm{cm}$ и  $\lambda_f \approx 1.51 \cdot 10^{-2}$  ст. При переходе через эти точки наблюдается резкий переход поверхностной волны в объемную.



**Рис. 5.** Полевая зависимость константы распространения ТЕ волны при  $\omega = (1.77, 2.1) \cdot 10^9 \text{ s}^{-1}$  (*a*, кривые *I*, *2*) и увеличенная по масштабу зависимость на частоте  $\omega = 2.1 \cdot 10^9 \text{ s}^{-1}$  (*b*).

#### Групповая и фазовая скорости

На основе приведенных выше дисперсионных соотношений построены частотные зависимости фазовой  $v_{ph} = \omega/\beta = c/N_{\text{eff}}$  и групповой скоростей собственных волн структуры. Для ТМ волны групповая скорость [25]

$$\nu_g = \frac{d\omega}{d\beta} = c \left( N_{\rm eff} + \omega dN_{\rm eff} / d\omega \right)^{-1}$$
(22)

на исследуемом участке спектра положительна и больше фазовой скорости, так как в рассматриваемой области частот для данного типа волны реализуется нормальная дисперсия, т.е.  $dN_{\rm eff}/d\omega > 0$ . Из представленных на рис. 6 зависимостей следует, что на всем частотном интервале  $v_g < v_{ph}$ , но с ростом частоты обе скорости асимптотически стремятся к величине  $v_{\rm TM} = c/\sqrt{\varepsilon_d + \eta \varepsilon_0}$ , которая для выбранных параметров структуры принимает значение  $v_{\rm TM} = 0.67$  с. При этом существенного замедления TM волна не испытывает.

Для ТЕ волны в исследуемом диапазоне имеется несколько частот, на которых наблюдаются особенности в поведении групповой и фазовой скоростей (рис. 7). Так, на частотах  $\omega_1$ ,  $\omega_2$  и  $\omega_3$  имеет место стремление к нулю групповой скорости со сменой знака и фазовой — без смены знака, что указывает на существенное замедление волны вблизи этих частот. Вблизи частот  $\omega_7$  и  $\omega_8$  групповая скорость не только становится больше световой, но и имеет противоположные знаки. Согласно (22) такое поведение  $v_g$  и  $v_{ph}$ объясняется либо сильной нормальной дисперсией, при которой групповая скорость может оказаться намного меньше c, либо аномальной дисперсией  $(dN_{\rm eff}/d\omega < 0)$ , при которой  $v_g > c$ . Более того, достаточно сильная аномальная дисперсия  $(N_{\rm eff} - |\omega dN_{\rm eff}/d\omega| < 0)$  приводит к отрицательному значению vg, что принято считать указанием на формирование в рассматриваемой структуре обратной волны, у которой направление потока энергии противоположно направлению фазовой скорости. В слабо диспергирующей среде групповая скорость совпадает со скоростью переноса энергии  $v_e = S/w$ ,



**Рис. 6.** Частотная зависимость фазовой и групповой скоростей для TM волны в структуре при H = 100 Oe.



**Рис. 7.** Частотная зависимость групповой (a) и фазовой (b) скоростей для ТЕ и волны в структуре при H = 100 Ое.

где S и w — модуль плотности потока и плотность энергии волны [25,26]. В области сильной нормальной и аномальной дисперсий групповая скорость уже не определяет скорость переноса волной "физической субстанции", а является лишь математическим понятием, определяющим скорость переноса фазовых возмущений в волне [26–28].

## Заключение

В настоящей работе для плоской границы раздела феррита и метаматериала, состоящего из помещенной в немагнитную диэлектрическую матрицу решетки параллельных металлических магнитных микропроводков, определены частотные области существования объемных и поверхностных волн. Проведенный анализ показал, что в такой структуре возможны только объемные волны ТМ типа, тогда как волны ТЕ типа могут быть и объемными, и поверхностными. Волны ТМ типа не управляемы внешним магнитным полем, тогда как ТЕ волны магнитоуправляемы. В частности, с помощью поперечного магнитного поля можно управлять степенью локализации волнового поля вблизи границы раздела сред, групповой и фазовой скоростями распространяющихся волн, сдвигать частотную область существования ПВ в структуре. Объемная ТМ волна имеет только положительную групповую скорость во всем спектральном интервале, тогда как и объемная, и поверхностная ТЕ волны могут иметь как положительную, так и отрицательную групповые скорости. И прямые, и обратные волны могут испытывать существенное замедление.

Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства образования и науки РФ в рамках проектов № 3.175.2014K, № 14.Z50.31.0015.

# Список литературы

- Shelby R.A., Smith D.R., Schultz S. // Science. 2001. Vol. 292. P. 77.
- [2] Виноградов А.П. Электродинамика композитных материалов. М.: УРСС Эдиториал, 2001.
- [3] Sihvola A. // Metamaterials. 2007. Vol. 1. № 1. P. 2.
- [4] Гуляев Ю.В., Лагарьков А.Н., Никитов С.А. // Вестник РАН. 2008. Т. 78. Вып. 5. С. 438.
- [5] Иванов А.В., Шалыгин А.Н., Ведяев А.В., Иванов В.А. // Письма в ЖЭТФ. 2007. Т. 85. Вып. 11. С. 694.
- [6] Вендик И.Б., Вендик О.Г. // ЖТФ. 2013. Т. 83. Вып. 1. С. 3.
- [7] Sarychev A.K., Shalaev V.M. // Phys. Report. 2000. Vol. 335.
   P. 275.
- [8] Caloz C., Itoh T. Electromagnetic metamaterial. NY.: J. Wiley and Sons, 2006.
- [9] Filatov L.D., Eliseeva S.V., Sementsov D.I. // Appl. Surf. Sci. 2015. Vol. 351. P. 48.
- [10] Башарин А.А., Меньших Н.Л. // Письма в ЖЭТФ. 2011. Т. 93. Вып. 12. С. 770.
- [11] *Maradudin A.A.* Surface waves. Festkoperprobleme. 1981.Vol. 21. P. 25.
- [12] Поверхностные поляритоны / Под ред. В.М. Аграновича, Д.Л. Миллса. М.: Наука, 1985.
- [13] Nanophotonics with Surface Plasmons / Ed. by V.M. Shalaev, S. Kawata. Amsterdam: Elsevier, 2007.
- [14] Zayats A.V., Smolyaninov I.I., Maradudin A.A. // Phys. Rep. 2005. Vol. 408. P. 131.
- [15] Жирнов С.В., Семенцов Д.И. // ФТТ. 2007. Т. 49. № 5. С. 773.
- [16] Семенов А.А., Карманенко С.Ф., Мелков А.А. и др. // ЖТФ. 2001. Т. 71. № 10. С. 13.
- [17] Беспятых Ю.И., Бугаев А.С., Дикштейн И.Е. // ФТТ. 2001. Т. 43. № 11. С. 2043.
- [18] Санников Д.Г., Семенцов Д.И. // ФТТ. 2013. Т. 55. Вып. 11. С. 2209.
- [19] Pendry J.B., Holden A.J., Stewart W.J. et al. // Phys. Rev. Lett. 1996. Vol. 76. P. 4773.
- [20] Reynet O., Adenot A.L., Deprot S. et al. // Phys. Rev. B. 2002.
   Vol. 66. P. 0994412.
- [21] Makhnovskiy D.P., Panina L.V., Garcia C. et al. // Phys. Rev. B. 2006. Vol. 74. P. 064 205.
- [22] Молоканов В.В., Умнов П.П., Куракова Н.В. и др. // Перспективные материалы. 2006. Т. 2. С. 5.
- [23] Ахиезер А.И., Барьяхтар В.Г., Каганов М.И. // УФН. 1960.
   Т. 71. Вып. 4. С. 333.
- [24] Гуревич А.Г., Мелков Г.А. Магнитные колебания и волны. М.: Наука, 1994.
- [25] Ахиезер А.И., Ахиезер И.А. Электромагнетизм и электромагнитные волны. М.: Высшая школа, 1985.
- [26] Шевченко В.В. // УФН. 2007. Т. 177. № 4. С. 301.
- [27] Давидович М.В. // УФН. 2009. Т. 179. № 4. С. 443.
- [28] Давидович М.В. // ЖТФ. 2010. Т. 80. Вып. 5. С. 40.