## 04

## Аналитический расчет распределений электронной плотности и концентрации ионов примеси в термической пылевой плазме с применением модели "желе" для конденсированных частиц

© И.И. Файрушин<sup>1</sup>, И.Г. Даутов<sup>1,2</sup>, Н.Ф. Кашапов<sup>1</sup>, А.Р. Шамсутдинов<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Казанский федеральный университет <sup>2</sup> Казанский национальный исследовательский технический университет им. А.Н. Туполева — КАИ E-mail: wolobokr@gmail.com

## Поступило в Редакцию 5 июля 2016 г.

С применением модели "желе" к описанию частиц конденсированного вещества получены самосогласованные пространственные распределения электронной плотности во всем объеме частиц и окружающей их плазме, а также распределения концентрации ионов легкоионизирующихся примесных атомов. Установлено, что в термической пылевой плазме, содержащей примесь легкоионизирующегося элемента, при повышении температуры эмиссия электронов конденсированными частицами может ослабевать. Показано, что с уменьшением радиуса частиц при постоянной температуре эмиссия ими электронов увеличивается. Вблизи поверхности конденсированных частиц отмечается образование области плазмы с нарушением ионизационного равновесия.

Систему, состоящую из частично ионизованного газа и частиц конденсированного вещества микронных размеров, принято называть пылевой плазмой или плазмой с конденсированной дисперсной фазой (КДФ) [1]. Одной из разновидностей этого вида плазмы является термическая плазма, в которую вводят или же в ней образуются частицы микронных размеров [2–6]. Такая система, например, формируется при сгорании металлических частиц, сопровождающемся образованием оксидов металлов в форме микронных частиц [6,7]. Это связано с тем, что при температуре горения происходит тепловая ионизация

42

конденсированной и газовой сред, которая затрагивает все этапы становления и роста конденсированных частиц [7].

Исследования термической плазмы, содержащей заряженные микрочастицы конденсированного вещества, также актуальны в связи с возникновением такой плазмы в процессах получения функциональных покрытий плазменным напылением [8]. Необходимо отметить, что, так как термическая пылевая плазма (ТПП) является дисперсной системой, огромную роль в проявлении разнообразия ее свойств играют процессы, происходящие у поверхности конденсированных частиц. Таким образом, для описания данной системы необходимо привлекать и методы физики поверхности. На сегодняшний день в физике поверхности получено много результатов, описывающих электронные свойства поверхности веществ [9-15]. Рассмотрены также размерные зависимости различных параметров, а также влияние окружающей среды на свойства поверхности. Например, исследованы снижение работы выхода электрона из металла, покрытого диэлектрическими алмазоподобными, полимерными, оксидными пленочными покрытиями [9-11], а также влияние окружающей среды на свойства поверхности. При рассмотрении вопроса об описании распределения потенциала электрического поля внутри конденсированной среды и у ее поверхности широкое применение нашла модель "желе", согласно которой ионный остов конденсированной среды представляется в виде непрерывного однородного положительного фона, а электроны проводимости как электронный газ внутри этого положительного фона. Данный вопрос подробно рассматривался, например в [9–14]. Применительно к малым частицам эта задача была рассмотрена в работах [16-19], в которых при описании малых частиц также использована модель "желе".

Проблема определения распределения потенциала электрического поля также занимает одно из центральных мест в теоретическом описании ТПП. В ряде работ [3–5] по исследованию эмиссионной зарядки пылевых частиц в газе и плазме получены расчетные данные по распределению потенциала и электронной плотности в пространстве между частицами. Однако вопрос распределения потенциала и электронной плотности внутри самих частиц применительно к пылевой плазме обходится стороной, а заряд частиц определяется уравнением баланса с помощью формулы Ричардсона—Дешмана, в которой значение работы выхода электронов считается зависящим только от материала

частицы. Однако работа выхода зависит, кроме того, от радиуса частицы и ее температуры, что показано, в частности, в работе [20].

В данной работе решается задача объединенного описания распределения потенциала электрического поля для областей внутри пылевых частиц и окружающей их плазмы. Рассматриваются полупроводниковые частицы, в этом случае плотность положительного фона определяется концентрацией атомов, электроны которых способны свободно перемещаться внутри частицы. Температура компонент системы "пылевые частицы—плазма" считается одинаковой, что реализуется в ряде случаев при атмосферном или более высоком давлениях [2].

Сделаем допущение, что электронный газ внутри частицы, как и в окружающей плазме, имеет концентрацию ниже порога вырождения, поэтому к нему можно применить распределение Больцмана

$$n_e = n_{e0} e^{\frac{q\varphi}{kT}},\tag{1}$$

где  $n_e$  — электронная плотность, q — абсолютное значение заряда электрона,  $\varphi$  — потенциал электрического поля,  $n_{e0}$  — электронная плотность при  $\varphi = 0$ , k — постоянная Больцмана, T — абсолютное значение равновесной температуры всех компонент системы. В данной работе рассматривается диапазон изменения T от 2000 до 2500 K, характерный для ТПП [2–6]. В качестве значений плотности положительного фона частицы и относительной диэлектрической проницаемости материала частицы в расчетах взяты соответственно значения  $n_i^{(1)} = 10^{21} \,\mathrm{m}^{-3}$  и  $\varepsilon = 10$ .

Когда газ, окружающий пылевые частицы, не содержит легкоионизирующихся примесей, ионизацией самого газа в рассматриваемом диапазоне температур можно пренебречь. В данной же работе примем, что в газе находится примесь легкоионизирующегося щелочного металла. Для определения концентрации заряженной компоненты в окружающей пылевые частицы плазме воспользуемся известным уравнением Саха

$$\frac{n_i^{(2)}n_e}{n_a} = \frac{2z_i}{z_a} \left(\frac{2\pi m_e kT}{h^2}\right)^{\frac{3}{2}} e^{\frac{q\varphi_a}{kT}}$$

где  $n_i^{(2)}$ ,  $n_a$  — концентрация ионов и атомов примеси соответственно, концентрация электронов (электронная плотность),  $z_i$ ,  $z_a$  — статистические суммы ионов и атомов примеси соответственно (в расчетах

далее используются значения, соответствующие калию),  $m_e$  — масса электрона, h — постоянная Планка,  $\varphi_u$  — потенциал ионизации примесного атома.

В рассматриваемом диапазоне температур частицы будут эмитировать в окружающие их плазму электроны и приобретать некоторый положительный заряд. Таким образом, вокруг пылевой частицы образуется электрическое поле, которое будет влиять на пространственное распределение концентраций электронов и ионов у поверхности частицы. Для простоты будем считать, что частицы имеют форму шара одного радиуса R и равномерно распределены в пространстве с расстоянием между центрами 2l.

Как известно, связь потенциала электрического поля и концентрации электрических зарядов задается уравнением Пуассона. В представленном случае, когда электронный газ во всем объеме ТПП невырожден, данное уравнение будет являться уравнением Пуассона—Больцмана. Учитывая то, что рассматриваемая задача является сферически симметричной и ионы примеси в плазме имеют больцмановское распределение, окончательно получим

$$\frac{l^2\varphi}{lr^2} + \frac{2}{r}\frac{d\varphi}{dr} = \frac{q}{\varepsilon_0} \left(\frac{n_{e0}e^{\frac{q\varphi}{kT}}}{(\varepsilon - 1)\theta(R - r) + 1} - \frac{n_i^{(1)}}{\varepsilon}\theta(R - r) - n_{i0}^{(2)}e^{-\frac{q\varphi}{kT}}\theta(r - R)\right),$$
(2)

где r — координата, отсчитываемая от центра частицы,  $\varepsilon_0$  — электрическая постоянная,  $\theta(r)$  — функция Хевисайда,  $n_{i0}^{(2)}$  — концентрация ионов примеси при  $\varphi = 0$ . За начало отчета потенциала примем поверхность частицы, т.е.  $\varphi(R) = 0$ . Задача симметрична относительно центра частицы, поэтому  $\varphi'(0) = 0$ . К задаче необходимо применить еще и условие равенства нулю суммарного заряда в объеме, приходящемся на одну частицу, т.е.  $\varphi'(l) = 0$ . В случае  $|q\varphi| \ll kT$  экспоненциальные множители в правой части уравнения (2) можно разложить в ряд и ограничиться первыми двумя членами, тогда данное уравнение решается аналитически. Далее будут рассмотрены только те решения, которые достаточно хорошо удовлетворяют данному условию. Решение произведено в два этапа: сначала рассматривается область  $0 \le r < R$ , а затем, принимая во внимание условия непрерывности электронной

плотности и электрического поля на поверхности частицы, получается распределение потенциала и в области  $R \leq r \leq l$ . Аналитическая запись выражений, описывающих распределение потенциала, будет следующей:

$$\begin{split} \psi(x) &= (\overline{n}_i^{(1)} - 1) \left( \frac{e^{-ax} - e^{ax}}{x(e^a - e^{-a})} + 1 \right) \text{ для } 0 \leqslant x < 1, \\ \psi(x) &= \frac{1}{\overline{n}_{i0}^{(2)} + 1} \left( \frac{C_2 e^{bx} + C_3 e^{-bx}}{x} + \overline{n}_{i0}^{(2)} - 1 \right) \text{ для } 1 \leqslant x \leqslant \lambda. \end{split}$$

Здесь

$$\psi = \frac{q\phi}{kT}; \quad \overline{n}_{i}^{(1)} = \frac{n_{i}^{(1)}}{n_{e0}}; \quad x = \frac{r}{R}; \quad a = qR\sqrt{\frac{n_{e0}}{\varepsilon\varepsilon_{0}kT}};$$
$$\overline{n}_{i0}^{(2)} = \frac{An}{n_{e0}^{2} + An_{e0}}; \quad A = \frac{2z_{i}}{z_{a}} \left(\frac{2\pi m_{e}kT}{h^{2}}\right)^{\frac{3}{2}} e^{\frac{q\phi_{u}}{kT}};$$

 $n = n_a + n_{i0}^{(2)}$  — концентрация атомов примеси до ионизации, а  $n_a$  — после ионизации;  $b = a \sqrt{\epsilon (1 + \overline{n}_{i0}^{(2)})}; \lambda = \frac{l}{R}$ . Кроме того,

$$\overline{n}_{i}^{(1)} = 1 - C_{1}(e^{a} - e^{-a}); \quad C_{1} = \frac{C_{2} - (b+1)(1 - \overline{n}_{i0}^{(2)})}{(\overline{n}_{i0}^{(2)} + 1)(e^{a}(a-1) + e^{-a}(a+1))};$$

$$C_2 = \frac{(b\lambda + 1)(1 - \overline{n}_{i0}^{(2)})e^{b(1 - 2\lambda)}}{(b\lambda + 1)e^{b(1 - 2\lambda)} + b\lambda - 1}; \quad C_3 = e^b(1 - \overline{n}_{i0}^{(2)} - C_2 e^b).$$

Зная распределение потенциала, через формулу (1) несложно определить распределения электронной плотности и концентрации ионов примеси. На рис. 1 приведен график распределения концентраций электронов и ионов в области  $0 \le r \le l$ .

Как видно из рис. 1, с повышением температуры величина электронной плотности на всем интервале от центра частицы до r = l растет. Рост электронной плотности в плазме, очевидно, объясняется повышением ее степени ионизации при увеличении температуры. Внутри же частицы плотность электронов с повышением температуры должна была бы понизиться, так как в этом случае следовало бы ожидать увеличения эмиссии электронов, как это происходит, когда ионизация



**Рис. 1.** Распределения электронной плотности (кривые *I*, *2*, *3*) и концентрации ионов примеси (кривые l', 2', 3') при  $n = 10^{23} \text{ m}^{-3}$ ,  $R = 10^{-6} \text{ m}$ , l = 3R и различных значениях температуры (*I* и *I'* при *T* = 2000 K, *2* и *2'* при *T* = 2250 K, *3* и *3'* при *T* = 2500 K); кривая *4* соответствует величине  $n_i^{(1)}$ .

газа, окружающего частицу, пренебрежимо мала [21]. В рассматриваемом случае выходу электронов из частиц начинает препятствовать увеличивающаяся концентрация электронов самой плазмы, возникающих благодаря процессу ионизации атомов примеси. При понижении температуры видно, что увеличение концентрации свободных электронов в плазме происходит в основном за счет электронной эмиссии из конденсированных частиц, а ионизация атомов примеси достаточно низкая (кривые 1 и 1').

Также наблюдается изменение характера пространственного распределения электронной плотности в зависимости от радиуса частицы (рис. 2). С уменьшением размера частиц увеличивается выход электронов из частицы в окружающую плазму. Это объясняется увеличением удельной поверхности с уменьшением радиуса частиц. Таким образом,



**Рис. 2.** Распределения электронной плотности (кривые *I*, *2*, *3*) и концентрации ионов примеси (кривые l', 2', 3') при  $n = 10^{23} \text{ m}^{-3}$ ; T = 2250 K; l = 3R и различных значениях радиуса частиц (*I* и *I'* при  $R = 10^{-6} \text{ m}$ , *2* и *2'* при  $R = 2 \cdot 10^{-6} \text{ m}$ , *3* и *3'* при  $R = 3 \cdot 10^{-6} \text{ m}$ ); кривая *4* соответствует величине  $n_i^{(1)}$ .

частицы меньших размеров более эффективно эмитируют электроны в окружающую плазму.

Нужно заметить, что у поверхности частицы ионизационное равновесие нарушается. На больших расстояниях от частицы концентрации ионов и электронов выравниваются, плазма здесь квазинейтральная. Нарушение ионизационного равновесия более отчетливо наблюдается при уменьшении температуры плазмы и радиуса частиц.

Следует отметить, что решенная в данной работе задача подобна той, которая возникает при определении распределения концентрации электронов в контакте двух полупроводников *n*-типа с разной концентрацией свободных носителей заряда (в данном случае электронов) [см., например, 22]. Разница, по существу, состоит в том, что в нашем случае, когда рассматривается контакт равновесной плазмы с полупроводником, носители положительного заряда со стороны плазмы подвижны и испытывают влияние от возникающего вследствие перераспределения зарядов электрического поля.

В заключение можно сказать следующее, подбирая параметры термической плазмы, окружающей конденсированные частицы, появляется возможность влиять на величину и распределение электронной плотности в пространстве между пылевыми частицами, а значит, и на электропроводность пылевой плазмы в целом. Это важно для ряда приложений, таких, например, как получение покрытий плазменным напылением и плазмохимический синтез дисперсных материалов.

Работа выполнена за счет средств субсидии, выделенной в рамках государственной поддержки Казанского федерального университета в целях повышения его конкурентоспособности среди ведущих мировых научно-образовательных центров.

## Список литературы

- [1] Фортов В.Е., Храпак А.Г., Якубов И.Т. Физика неидеальной плазмы: Учебное пособие. М.: Физиатлит, 2004.
- [2] Vishnyakov V.I. // Phys. Rev. E. 2012. V. 85. P. 026 402.
- [3] Фортов В.Е., Филинов В.С., Нефедов А.П. и др. // ЖЭТФ. 1997. В. 111. С. 889.
- [4] Дьячков Л.Г., Храпак А.Г., Храпак С.А. // ЖЭТФ. 2008. В. 133. С. 197.
- [5] Khrapak S.A., Morfill G.E., Fortov V.E. et al. // Phys. Rev. Lett. 2007. V. 99. P. 055 003.
- [6] Драган Г.С. // ЖЭТФ. 2004. В. 125. С. 507.
- [7] Золотко А.Н., Полетаев Н.И., Вовчук Я.И. // ФГВ. 2015. В. 2. С. 125.
- [8] *Пузряков А.Ф.* Теоретические основы технологии плазменного напыления. М.: МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2003.
- [9] Юмагузин Ю.М., Корнилов В.М., Лачинов А.Н. // ЖЭТФ. 2006. В. 130. С. 303.
- [10] Лошицкая К.П., Созаев В.А., Чернышова Р.А. // Поверхность. 2005. В. 9. С. 104.
- [11] Смогунов А.Н., Куркина Л.И., Фарберович О.В. // ФТТ. 2000. В. 42. С. 1848.
- [12] Коротков П.К., Созаев В.А., Тхакахов Р.Б., Уянаева З.А. // Изв. РАН. Сер. Физ. 2009. В. 73. С. 1038.
- [13] Мамонова М.В., Прудников В.В., Прудникова И.А. Физика поверхности. Теоретические модели и экспериментальные методы. М.: Физматлит, 2011.
- [14] Ролдугин В.И. Физикохимия поверхности. Долгопрудный: Интеллект, 2011.
- [15] Партенский М.Б. // УФН. 1979. В. 128. С. 69.
- [16] Партенский М.Б. // Поверхность. 1982. В. 10. С. 15.
- [17] Смирнов М.Б., Крайнов В.П. // ЖЭТФ. 1999. В. 115. С. 2014.
- 4 Письма в ЖТФ, 2016, том 42, вып. 23

- [18] Ekardt W. // Phys. Rev. B. 1984. V. 29. P. 1558.
- [19] Иванов В.К., Ипатов А.Н. // ЖЭТФ. 1996. В. 109. С. 902.
- [20] Смирнов Б.М. // УФН. 2000. В. 170. С. 495.
- [21] Dautov G., Fayrushin I., Dautov I., Kashapov N. // J. Phys.: Conf. Ser. 2013. V. 479. P. 012 014.
- [22] Бонч-Бруевич В.Л., Калашников С.Г. Физика полупроводников. М.: Наука, 1977.