## 10,11,05

## Исследование термодинамических свойств и фазовых переходов в трехвершинной сильноразбавленной антиферромагнитной модели Поттса методом Монте-Карло

© А.К. Муртазаев<sup>1,2</sup>, А.Б. Бабаев<sup>1,3</sup>, Г.Я. Атаева<sup>1,4,¶</sup>

 <sup>1</sup> Институт физики им. Х.И. Амирханова Даг НЦ РАН, Махачкала, Россия
 <sup>2</sup> Дагестанский государственный университет, Махачкала, Россия
 <sup>3</sup> Дагестанский государственный педагогический университет, Махачкала, Россия
 <sup>4</sup> Дагестанский государственный университет народного хозяйства, Махачкала, Россия

<sup>¶</sup> E-mail: ataeva20102014@mail.ru

(Поступила в Редакцию 11 мая 2016 г.)

Методом Монте-Карло исследованы термодинамические свойства и фазовые переходы в двумерной сильноразбавленной антиферромагнитной модели Поттса на треугольной решетке. Рассмотрены системы с линейными размерами  $L \times L = N$ , L = 18-48. С использованием метода кумулянтов Биндера четвертого порядка показано, что внесение немагнитных примесей в спиновую систему, описываемую двумерной антиферромагнитной моделью Поттса, приводит к смене фазового перехода первого на фазовый переход второго рода.

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 16-02-00214-а и №16-32-00105-мол-а.

DOI: 10.21883/FTT.2017.01.43963.175

Изучение фазовых переходов (ФП) и связанных с ними критических явлений (КЯ) традиционно привлекают к себе весьма активное внимание физиков. Неидеальные черты присущие реальным системам оказывают значительное влияние на фазовые переходы и критические явления в магнитных системах, в частности присутствие немагнитных примесей в системе может изменить род фазового перехода, и эта проблема остается актуальной в течение последних двадцати лет [1,2]. Теоретические и лабораторные методы сталкиваются с рядом проблем при попытке рассмотрения данного вопроса, и, в связи с этим, данная проблема исследуется на основе моделей, которые отображают основные свойства реального тела и позволяют провести численное или аналитическое описание системы и таким образом описать фазовый переход. В итоге с развитием вычислительной физики и с применением методов Монте-Карло стало возможно изучать более реалистичные модели и учитывать усложняющие факторы всегда присутствующие в реальных материалах [2,3]. В качестве таких моделей реальных физических систем, могут выступать, двумерные статистические системы, такие как модель Поттса, критическое поведение которой весьма богато и интересно само по себе. Наиболее интересным на сегодня объектом для изучения является антиферромагнитная модель Поттса, которая мало изучена, о ней нет достоверных данных о влиянии немагнитных примесей на ФП, неустановлен класс универсальности

критического поведения, нет сведений о зависимости критических индексов от концентрации немагнитных примесей, особенно когда беспорядок реализован в виде вмороженных немагнитных примесей [4]. Достоверным фактом является лишь то, что в чистой беспримесной системе наблюдается фазовый переход первого рода [5].

В данной работе исследуются фазовые переходы в двумерной сильноразбавленной антиферромагнитной модели Поттса на треугольной решетке при концентрации спинов p = 0.70 и 0.65. При этом рассматривались системы с периодическими граничными условиями и линейными размерами  $L \times L = N$ , L = 18-48. Модель Поттса в чистом состоянии (p = 1.00) и в слаборазбавленном режиме (p = 0.90, 0.80) была исследована в работе [6].

Для вывода системы в равновесное состояние вычислялось время релаксации  $\tau_0$  для всех рассмотренных систем. Для моделирования спиновой конфигурации был применен стандартный алгоритм Метрополиса [7] в сочетании с однокластерным алгоритмом Вольфа метода Монте-Карло [8].

При построении сильно неупорядоченной модели Поттса следует учесть следующие особенности: в узлах треугольной решетки расположены спины  $S_i$ , которые могут находиться в одном из q > 2 состояний, и немагнитные примеси; немагнитные примеси расположены случайно и фиксированы в узлах решетки.

Гамильтониан подобной системы имеет вид [5].

$$H = -\frac{1}{2}J\sum_{i,j}\rho_i\rho_j\cos\theta_{i,j}, \quad S_i = 1, 2, 3, \qquad (1)$$

где J — параметр обменного антиферромагнитного взаимодействия ближайших соседей (J < 0);  $\rho_i = 1$ , если узел i занят магнитным атомом,  $\rho_i = 0$ , если в узле находится немагнитная примесь;  $\theta_{i,j}$  — угол между взаимодействующими спинами  $S_i - S_j$ .

Для определения критических температур и рода фазового перехода был задействован метод кумулянтов Биндера четвертого порядка [9],

$$V_L(T, p) = 1 - \frac{\langle E^4 \rangle_L}{3 \langle E^2 \rangle_L^2},\tag{2}$$

$$U_{L}(T, p) = 1 - \frac{\left\langle m^{4}(T, p; L) \right\rangle_{L}}{3 \left\langle m^{2}(T, p; L) \right\rangle_{L}^{2}},$$
(3)

где E — энергия и m — намагниченность системы с линейным размером L. Выражения (2) и (3) позволяют определить  $T_c(p)$  с большой точностью в фазовых переходах первого и второго рода соответственно. Данный метод хорошо зарекомендовал себя и при определении рода ФП. Известным фактом является несколько отличительных черт характерных для ФП [10]: для ФП первого рода характерно то, что усредненная величина  $V_L(T, p)$ стремится к некоторому нетривиальному значению  $V^*$ согласно выражению

$$V(T, p) = V^* + bL^{-d},$$
 (4)

при  $L \to \infty$  и  $T = T_c(L)$ , где  $V^*$  отлична от 2/3; минимальная величина  $U_{L,\min}(T = T_{\min}, p)$  расходится  $U_{L,\min}(T = T_{\min}, p) \to -\infty$  при  $L \to \infty$ ; при ФП второго рода усредненная величина  $V_L(T, p)$  при  $T = T_c(L)$  будет стремиться к значению 2/3, а кривые температурной зависимости кумулянтов Биндера  $U_L(T, p)$  будут иметь четко выраженную точку пересечения. Методика определения рода ФП этим методом подробно описана в работах [11–15].

Характерные зависимости кумулянтов Биндера  $U_L(T, p)$  для сильноразбавленной антиферромагнитной модели Поттса от температуры для систем с разными линейными размерами L приведены на рис. 1. Здесь и далее на всех рисунках погрешность данных не превосходит размеров символов используемых для обозначения зависимости. Как видно из рис. 1 в критической области наблюдается четко выраженная точка пересечения, что и свидетельствует о ФП второго рода. Кроме того, этот рисунок демонстрирует насколько точно можно определить критическую температуру  $T_c$ . На рис. 2 показаны зависимости кумулянтов Биндера  $V_L(T, p)$  от температуры для систем с разными



**Рис. 1.** Температурная зависимость кумулянтов Биндера  $U_L(T, p)$  разбавленной АФ-модели Поттса при p = 0.65.



**Рис. 2.** Температурная зависимость кумулянтов Биндера  $V_L(T, p)$  разбавленной АФ-модели Поттса при p = 0.65.

линейными размерами при p = 0.65. Из рис. 2 хорошо видно стремление величины  $V_L(T, p)$  к 2/3 при  $L \to \infty$ .

Такое поведение, как отмечалось выше, характерно для ФП второго рода [10]. Аналогичное поведение наблюдалось и для систем при концентрации спинов p = 0.70. Определенные методом кумулянтов Биндера критические температуры  $T_N(p)$  в единицах  $|J|/k_B$  равны:  $T_N(1.00) = 0.940(1), T_N(0.90) = 0.79(1), T_N(0.80) = 0.65(2), T_N(0.70) = 0.42(3), T_N(0.65) = 0.35(4).$ 

Для наблюдения за температурным ходом поведения теплоемкости и восприимчивости нами использовались флуктуационные соотношения [16]

$$C = (NK^2) \left( \langle U^2 \rangle - \langle U \rangle^2 \right), \tag{5}$$

$$\chi = (NK) \left( \langle m^2 \rangle - \langle m \rangle^2 \right), \tag{6}$$

где  $K = |J|/k_{\rm B}T$ ,  $N = L^2$  — число магнитных узлов, U внутренняя энергия, m — параметр порядка системы, угловые скобки означают термодинамическое усреднение. В качестве параметра порядка антиферромагнитной



**Рис. 3.** Температурная зависимость теплоемкости *C* разбавленной АФ-модели Поттса при *p* = 0.65.



**Рис. 4.** Температурная зависимость восприимчивости  $\chi$  разбавленной АФ-модели Поттса при p = 0.65.



**Рис. 5.** Температурная зависимость намагниченности *m* разбавленной АФ-модели Поттса при *p* = 0.65.



**Рис. 6.** Температурная зависимость энергии E разбавленной А $\Phi$ -модели Поттса при p = 0.65.

(*m*<sub>AF</sub>) модели Поттса использовалось следующее выражение [17]:

$$m_{\rm AF} = \left\langle \frac{3}{2} \sum_{\alpha \neq \beta \neq \gamma} \left( \frac{(N_{\alpha} + N_{\beta} + N_{\gamma})}{N} - \frac{1}{3} \right)^2 \right\rangle^{1/2}, \qquad (7)$$

где  $N_{\alpha} = \{N_1, N_2, N_3\}, N_1$  — число спинов в состоянии с  $q = 1, N_2$  — число спинов в состоянии с  $q = 2, N_3$  число спинов в состоянии с  $q = 3, N_{\alpha}, N_{\beta}, N_{\gamma}$  — число спинов в подрешетке A, B и C соответственно,  $N = L^2$ .

На рис. 3, 4 и 5 представлены характерные зависимости теплоемкости C, восприимчивости  $\chi$  и намагниченности m от температуры T для систем с разными линейными размерами.

Отметим, что в зависимостях теплоемкости *C* и восприимчивости  $\chi$  от температуры для всех исследуемых нами систем проявляются четко выраженные максимумы, и эти максимумы в пределах погрешности приходят на одну температуру. Так же нами была исследована зависимость энергии *E* от температуры для двумерной сильноразбавленной антиферромагнитной модели Поттса на треугольной решетке при p = 0.65, которая показана на рис. 6. Отсутствие гистерезиса в ходе кривых энергической зависимости говорит о том, что данное поведение характерно для фазового перехода второго рода.

Таким образом, в настоящей работе с соблюдением единой методики исследовано влияние сильного беспорядка на фазовые переходы в двумерной антиферромагнитной модели Поттса на треугольной решетке при p = 0.70 и 0.65 Полученные данные свидетельствуют о том, что внесение сильного вмороженного беспорядка в виде немагнитных примесей в двумерную чистую структуру, описываемой антиферромагнитной моделью Поттса, приводит к смене ФП первого рода на ФП второго рода. Такая смена рода фазового перехода связана с тем, что примеси приводят к подавлению флуктуационной неустойчивости.

## Список литературы

- [1] В.С. Доценко. УФН 165, 5, 481 (1995).
- [2] Р. Фольк, Ю. Головач, Т. Яворский. УФН 173, 175 (2003).
- [3] А.К. Муртазаев, И.К. Камилов, А.Б. Бабаев. ЖЭТФ 126, 1377 (2004).
- [4] X. Qian, Y. Deng, W. Blote. Phys. Rev. E 72, 056132 (2005).
- [5] F.Y. Wu. Rev. Mod. Phys. 54, 235 (1982).
- [6] А.К. Муртазаев, А.Б. Бабаев, Г.Я. Атаева. ФТТ 57, 7, 1410 (2015).
- [7] N. Metropolis, W. Rosenbluth. J. Chem. Phys. 21, 6, 1087 (1953).
- [8] U. Wolff. Phys. Lett. 62, 361 (1989).
- [9] K. Eichhorn, K. Binder. J. Phys.: Cond. Matter 8, 5209 (1996).
- [10] D. Loison, K.D. Schotte. Eur. Phys. J. 5, 735 (1998).
- [11] A.K. Murtazaev, A.B. Babaev, G.Y. Aznaurova. Solid State Phenomena 168–169, 357 (2011).
- [12] A.K. Murtazaev, A.B. Babaev. J. Magn. Magn. Mater. 324, 3870 (2012).
- [13] А.К. Муртазаев, А.Б. Бабаев, Г.Я. Азнаурова. ФТТ 50, 703, (2008).
- [14] A.K. Murtazaev, A.B. Babaev. J. Magn. Magn. Mater. 321, 2630 (2009).
- [15] А.К. Муртазаев, А.Б. Бабаев. Письма в ЖЭТФ 99, 618 (2014).
- [16] P. Peczac, A.M. Ferrenberg, D.P. Landau. Phys.Rev. B 43, 6087 (1991).
- [17] Y. Saito. J. Phys. A 15, 1885 (1982).