# 05 Динамика магнитного момента ограниченных дипольных решеток в переменном поле

#### © А.М. Шутый, Д.И. Семенцов

Ульяновский государственный университет, Ульяновск, Россия E-mail: shuty@mail.ru

#### (Поступила в Редакцию 14 июня 2016 г.)

Исследованы динамические режимы магнитного момента квадратных дипольных решеток  $2 \times 2$ ,  $3 \times 3$  и  $4 \times 4$  в переменном магнитном поле с линейной и круговой поляризацией при ортогональном ему статическом магнитном поле. Показана возможность реализации регулярной и хаотической прецессионной динамики магнитного момента решеток. Выявлено смещение основного магнитного резонанса, обусловленное диполь-дипольным взаимодействием, а также дополнительные резонансы. Обнаружены квазипериодические режимы и состояния бистабильности с метастабильным хаотическим аттрактором.

Работа проведена в рамках выполнения задания Министерства образования и науки РФ (проекты № 3.175.2014К, 14.Z50.31.0015).

DOI: 10.21883/FTT.2017.01.43953.244

#### 1. Введение

В последние годы ведется активное изучение создаваемых с помощью нанотехнологий магнитных сверхструктур и ансамблей магнитных частиц [1-7]. Среди таких структур особый интерес представляют состоящие из однодоменных нанодиполей одномерные и двумерные структуры, в частности магнитоупорядоченные квадратные решетки. Подобные структуры могут быть сформированы, например, на основе наночастиц ферромагнитных металлов [8]. Основной вклад во взаимодействие магнитных моментов в таких решетках вносит дипольдипольное взаимодействие [8,9]. В работах [10-13] рассмотрены равновесные состояния в линейных цепочках и квадратных решетках магнитных моментов нанодиполей и динамические режимы, возникающие в процессе их перемагничивания во внешнем статическом магнитном поле. Дискретность структур приводит к существенным отличиям статических и динамических свойств подобных решеток от свойств макроскопических монодоменных объектов. К таким отличиям, в частности, могут быть отнесены бистабильные состояния систем, обусловленные наличием разных ориентационных конфигураций, различающихся суммарным магнитным моментом систем, а также осуществление управляемых переходов между данными конфигурациями и возникновение динамических колебательных режимов магнитного момента системы при их перемагничивании.

Следует ожидать различий и в динамическом поведении таких структур в переменных магнитных полях. В настоящей работе на примере плоских квадратных решеток типа  $n \times n$  с n = 2, 3, 4 исследуется резонансная динамика дипольных систем. С помощью бифуркационных диаграмм (БД) выявляются условия реализации периодических, квазипериодических и хаотических динамических режимов при различных значениях статического подмагничивающего поля, ориентированного перпендикулярно плоскости решетки, и разных поляризациях переменного поля.

#### 2. Исходные уравнения

Рассмотрим систему магнитных нанодиполей с одинаковыми магнитными моментами  $\mathbf{m}_i$ . Считаем, что они связаны диполь-дипольным взаимодействием. В этом случае уравнения Ландау–Лифшица для каждого из моментов решетки записываются следующим образом [14]:

$$\frac{\partial \mathbf{m}_i}{\partial t} = -\gamma \mathbf{m}_i \times \mathbf{H}_i^{\text{eff}} - \frac{\alpha_i}{m_i} \mathbf{m}_i \times \frac{\partial \mathbf{m}_i}{\partial t}, \qquad (1)$$

где  $\alpha_i$  — параметр диссипации,  $\gamma$  — гиромагнитное отношение. Эффективное поле, создаваемое в месте расположения *i*-го диполя остальными диполями и внешним магнитным полем **H**, определяется выражением:

$$\mathbf{H}_{i}^{\text{eff}} = \mathbf{H} + \sum_{n \neq i} \left[ \frac{3(\mathbf{m}_{n} \mathbf{r}_{in}) \mathbf{r}_{in} - \mathbf{m}_{n} r_{in}^{2}}{r_{in}^{5}} \right],$$
(2)

где  $\mathbf{r}_{in}$  и  $r_{in}$  — радиус-вектор и расстояние между *i*-м и *n*-м диполями. Поскольку магнитные моменты в системе являются идентичными, то  $|\mathbf{m}_i| = m$ ,  $\alpha_i = \alpha$ . Далее перейдем к безразмерным параметрам:  $\mathbf{e}_{in} = \mathbf{r}_{in}/r_{in}$ ,  $\tau = (m\gamma/a^3)t$ , где a — расстояние между ближайшими магнитными моментами,  $l_{in} = r_{in}/a$ ,  $\boldsymbol{\mu}_i = \mathbf{m}_i/m$ , внешнее поле в этом случае равно  $\mathbf{h} = \mathbf{H}a^3/m$  (для величин  $m \approx 3\mu_{\rm B}$ ,  $a \approx 5$  nm и  $\gamma = 1.76 \cdot 10^7$  Oe · s<sup>-1</sup> значения времени  $t \approx 2.55 \cdot 10^{-7}\tau$  [s] и поля  $H \approx 0.22h$  [Oe]). В безразмерных параметрах уравнения (1) примут вид

$$\frac{\partial \boldsymbol{\mu}_i}{\partial \tau} = -\boldsymbol{\mu}_i \times \mathbf{h}_i^{\text{eff}} - \alpha \boldsymbol{\mu}_i \times \frac{\partial \boldsymbol{\mu}_i}{\partial \tau}, \qquad (3)$$

где

76

$$\mathbf{h}_{i}^{\text{eff}} = \mathbf{h} + \sum_{n \neq i} \left[ \frac{3(\boldsymbol{\mu}_{n} \mathbf{e}_{in}) \mathbf{e}_{in} - \boldsymbol{\mu}_{n}}{l_{in}^{3}} \right].$$

При дальнейшем анализе векторное уравнение (3) представляется тремя скалярными уравнениями. Так, для x-компонент  $\partial \mu_i / \partial \tau$  получаем

$$(1+\alpha^2)\frac{\partial\mu_{ix}}{\partial\tau} = (\mu_{iz} + \alpha\mu_{ix}\mu_{iy})h_{iy}^{\text{eff}} - (\mu_{iy} - \alpha\mu_{iz}\mu_{ix})h_{iz}^{\text{eff}} - \alpha(1-\mu_{ix}^2)h_{ix}^{\text{eff}}.$$
 (4)

Уравнения для остальных компонент величины  $\partial \mu_i / \partial \tau$  имеют аналогичный вид и могут быть получены циклической перестановкой составляющих. Система координат выбрана таким образом, что ось *OX* перпендикулярна плоскости решетки, а две другие оси параллельны сторонам решетки.

## 3. Равновесные конфигурации

Равновесные конфигурации и динамические режимы определяются на основе численного анализа, который проводится с помощью метода Рунге–Кутта четвертого порядка с учетом связи всех элементов ансамбля друг с другом. При отсутствии внешних полей равновесные конфигурации находятся заданием произвольных начальных состояний магнитных моментов всех дипо-



**Рис. 1.** Зависимость нормальной компоненты суммарного магнитного момента систем  $2 \times 2$  (*I*),  $3 \times 3$  (*2*) и  $4 \times 4$  (*3*) от величины статического поля, приложенного перпендикулярно плоскости решеток, и конфигурации в плоскости *yz* решеток в отсутствие подмагничивающего поля.

лей, после чего система приходит к стационарному состоянию согласно приведенным уравнениям движения. При действии на решетку в заданном направлении внешнего статического поля система перемагничивается, в результате чего устанавливается новая конфигурация магнитных моментов.

Далее рассмотрим плоские квадратные дипольные решетки типа *n* × *n* при действии на них подмагничивающего поля, направленного вдоль нормали к плоскости решетки. На рис. 1 приведена зависимость *х*-компоненты суммарного магнитного момента  $\mathbf{M} = \sum \boldsymbol{\mu}_i$  от величины статического поля для решеток с n = 2, 3, 4 (кривые 1-3). Видно, что для решетки  $2 \times 2$  данная зависимость до поля насыщения, начиная с которого все диполи ориентированы по полю, является практически линейной. Для решеток с *n* = 3, 4 при приближении к насыщению скорость изменения величины М<sub>x</sub> уменьшается, и линейный характер зависимости  $M_x(h)$  нарушается. С увеличением числа диполей в решетке величина поля насыщения возрастает, что объясняется понижением магнитостатической энергии системы, обусловленной диполь-дипольным взаимодействием. На рисунке также приведены исходные конфигурации (в плоскости уz) магнитных моментов отдельных диполей решеток, реализуемые в отсутствие внешнего поля. Суммарный магнитный момент систем с n = 2, 4 в исходном состоянии равен нулю, система же с n = 3 имеет плоскостную компоненту магнитного момента.

# Динамические режимы суммарного магнитного момента

Рассмотрим колебания магнитного момента дипольных решеток при воздействии статического и переменного магнитных полей  $\mathbf{H} = \mathbf{H}_c + \mathbf{H}_p$ . Подмагничивающее поле направим перпендикулярно плоскости решетки, т.е.  $\mathbf{h}_c = h_c \mathbf{e}_x$ , а переменное поле зададим линейно поляризованным в плоскости решетки  $H_p = H_0 \sin(\omega t)$ , в приведенных величинах оно записывается в виде  $\mathbf{h}_p = h_0 \sin(\Omega \tau) \mathbf{e}_v$ , где  $\Omega = (a^3/m\gamma) \omega$ . Анализ будем проводить с помощью БД для у-компоненты магнитного момента решетки на плоскости (M<sub>ym</sub>, Ω) [15,16]. На данных диаграммах каждому значению частоты переменного поля Ω соответствуют экстремальные значения суммарной у-компоненты магнитного момента  $M_{y \max}$ и  $M_{y \min}$ . Если на диаграмме одному значению  $\Omega$  отвечают две или большее конечное число точек, то реализуются регулярные прецессионные режимы; множеству близкорасположенных точек отвечает хаотическая или квазипериодическая динамика.

На рис. 2 приведены БД для *у*-компонент изолированного диполя, а на рис. 3 — для *у*-компонент суммарного магнитного момента дипольных систем с n = 2, 3, 4 (диаграммы 1-3). Зависимости получены при значениях подмагничивающего поля  $h_c = 100, 50, 10, 5 (a-d)$  и амплитуде переменного поля  $h_0 = 1$ . Параметр диссипации здесь и далее принят равным  $\alpha = 0.01$ .



**Рис. 2.** Диаграммы зависимости экстремумов *у*-компоненты магнитного момента изолированного диполя от частоты переменного поля  $\Omega$  при его амплитуде  $h_0 = 1$  и величине подмагничивающего поля  $h_c = 100$  (*a*), 50 (*b*), 10 (*c*), 5 (*d*); параметр диссипации  $\alpha = 0.01$ . На вставке — зависимость от  $h_c$  амплитуды прецессии магнитного момента диполя на частоте  $\Omega_0 = h_c$  при  $h_0 = 1$ .

Резонансная частота изолированных магнитных моментов в статическом магнитном поле  $\omega_0 = \gamma H_c$  в безразмерном виде дается выражением

$$\Omega_0 = \frac{a^3 \omega_0}{m\gamma} = h_c, \qquad (5)$$

что подтверждается результатами численного анализа. На вставке к рис. 2 приведена зависимость от величины подмагничивающего поля  $h_c$  амплитуды прецессии магнитного момента диполя на резонансной частоте  $\Omega_0 = h_c$ , из которой следует, что при  $h_c \leq 50$  достигается амплитуда  $M_{y \max} \approx 1$ , а при увеличении подмагничивающего поля резонансная амплитуда падает.

Из приведенных на рис. 2 и 3 зависимостей следует, что влияние диполь-дипольного взаимодействия смещает данную частоту в сторону меньших значений. При этом увеличивается ширина резонансной кривой, и резонанс, как правило, имеет нелинейный характер:



**Рис. 3.** Диаграммы зависимости экстремумов *y*-компоненты суммарного магнитного момента решеток 2 × 2 (1), 3 × 3 (2) и 4 × 4 (3) от частоты переменного поля Ω при  $h_0 = 1$  и  $h_c = 100$  (*a*), 50 (*b*), 10 (*c*) и 5 (*d*).



**Рис. 4.** Зависимость от времени *у*-компоненты магнитного момента системы  $3 \times 3$  и проекции на плоскости решетки траектории прецессионных режимов при подмагничивающем поле  $h_c = 50$  (*a*), 10 (*b*), 5 (*c*) и амплитуде переменного поля  $h_0 = 1$  на частотах  $\Omega = 45.3$  (*1*), 46.9 (*2*), 47 (*3*) (*a*), 4.7 (*b*) и 5.2 (*c*).

с увеличением частоты переменного поля наблюдается медленный рост амплитуды прецессии до резонансных значений и резкое ее падение. В случае систем с n = 3, 4 при  $100 < h_c < 10$  имеет место явно выраженный второй резонанс, причем в наибольшей степени он проявляется у решеток  $3 \times 3$ . При относительно слабых подмагничивающих полях  $h_c \leq 5$  преобладают частотные интервалы, отвечающие хаотической динамике магнитного момента системы. Интервалы же, отвечающие регулярным колебаниям, сокращаются с увеличением числа диполей в решетке.

На рис. 4 для решеток  $3 \times 3$  приведена зависимость от времени *у*-компоненты суммарного магнитного момента и проекции на плоскость *у*<sub>Z</sub> траекторий колебательных режимов при подмагничивающем поле  $h_c = 50$ , 10, 5 (*a*-*c*) и амплитуде переменного поля  $h_0 = 1$  на частотах  $\Omega = 45.3$ , 46.9, 47 (*a*), 4.7 (*b*), 5.2 (*c*). Частоты на рис. 4, *a* близки к двум резонансным значениям и промежуточному значению, отвечающему минимальной амплитуде прецессии. Видно, что во всех случаях колебания близки к гармоническим, переменными являются плоскостные компоненты суммарного магнитного момента, а компонента, перпендикулярная плоскости системы, близка к константе. Рис. 4, *b* отвечает квази-периодическому режиму, когда при  $\tau \to \infty$  траектория



8



**Рис. 5.** Диаграммы зависимости динамических режимов магнитного момента системы  $3 \times 3$  от частоты переменного поля при его амплитуде  $h_0 = 0.5$  (a; c — кривая 1) и 1.5 (b; c — кривая 2) и подмагничивающем поле  $h_c$  (a, b) и 50 (c).



**Рис. 6.** Диаграммы  $(M_{ym}; \Omega)$  динамических режимов магнитного момента системы  $3 \times 3$  при правой (1 - на a, b; c) и левой (2 - на a, b; d) круговой поляризации переменного поля; амплитуда переменного поля  $h_0 = 1$ , величина подмагничивающего поля  $h_c = 50$ , 10 (a, b) и 5 (c, d).

полностью зачерчивает аттрактор, представляющий собой тор. Рис. 4, c отвечает состоянию бистабильности, т.е. наличию при одних и тех же параметрах двух аттракторов, выбор между которыми реализуется в результате действия различных флуктуаций в динамической системе. В данном случае первым режимом, входящим в бистабильность, является режим регулярных колебаний (1 на рис. 4, c), а вторым — метастабильный режим хаотической динамики (2 на рис. 4, c). Из второго режима после значительного времени хаотических колебаний магнитный момент может выйти на стационарный гармонический режим.

На рис. 5 приведены БД для динамических режимов при подмагничивающем поле  $h_c = 5 (a, b)$  и 50 (c) и двух амплитудах переменного поля:  $h_0 = 0.5 (a; c - кри$ вая 1) и 1.5 (b; c - кривая 2). Видно, что в случае достаточно больших подмагничивающих полей (рис. 5, c) увеличение амплитуды переменного поля приводит к сдвигу резонансных частот в область бо́льших значений, а также к росту амплитуды прецессии как при основном резонансе, так и на дополнительных резонансных частотах. В случае же малых подмагничивающих полей наряду с отмеченным происходит расширение частотных интервалов, отвечающих хаотической динамике. Заметим также, что при малых  $h_c$  имеют место "резонансные" интервалы частот, в которых амплитуда колебаний магнитного момента практически не изменяется.

В случае круговой поляризации плоскостного переменного поля БД динамических режимов для решеток  $3 \times 3$  приведены на рис. 6 при подмагничивающем поле  $h_c = 50, 10 (a, b)$  и 5 (c, d) и амплитуде переменного поля  $h_0 = 1$ . Зависимости *1* на рис. 6, *a*, *b* и зависимость



**Puc. 7.** Проекции на плоскость решетки траекторий регулярных (*a*) и хаотических (*b*-*d*) режимов прецессии магнитного момента системы  $3 \times 3$  при левой круговой поляризации переменного поля с  $h_0 = 1$  на частотах  $\Omega = 0.6$  (*1*), 1.2 (*2*), 2.5 (*3*), 7 (*4*) (*a*), 1.3 (*b*), 2.6 (*c*) и 2.9 (*d*);  $h_c = 5$ .

на рис. 6, *с* отвечают правой круговой поляризации переменного поля  $h_{py} = h_0 \cos(\Omega \tau)$  и  $h_{pz} = h_0 \sin(\Omega \tau)$ ; зависимости 2 на рис. 6, *a*, *b* и зависимость на рис. 6, *d* отвечают левой круговой поляризации:  $h_{py} = h_0 \cos(\Omega \tau)$ и  $h_{pz} = -h_0 \sin(\Omega) \tau$ . Видно, что в большинстве случаев положение и амплитуда резонанса при правой круговой поляризации переменного поля близки к соответствующим характеристикам при линейной поляризации. При левой круговой поляризации резонанс отсутствует. Только в случае достаточно малых подмагничивающих полей (рис. 6, *c*, *d*) на малых частотах устанавливаются высокоамплитудные хаотические колебания ( $M_{y \max} \approx 6$ ) и имеют место узкие частотные интервалы, отвечающие регулярным колебаниям с амплитудой  $M_{y \max} \approx 3$ . На рис. 7 приведены проекции на плоскость решеток траекторий регулярных (*a*) и хаотических (*b*-*d*) режимов прецессии магнитного момента системы  $3 \times 3$  при левой круговой поляризации переменного поля с  $h_0 = 1$ на частотах  $\Omega = 0.6, 1.2, 2.5, 7$  (*a*, кривые 1-4) и 1.3, 2.6, 2.9 (*b*-*d*) при подмагничивающем поле  $h_c = 5$ . Видно, что при данной поляризации переменного поля на аттракторах как регулярных, так и хаотических режимов сказывается геометрия (в данном случае квадратная) дипольной решетки: аттракторы имеют ось симметрии четвертого порядка. Исключение составляют регулярные режимы низкоамплитудных колебаний (рис. 7, *a*, кривая *4*), которые могут быть различно ориентированы (когда ось прецессии не совпадает с нормалью к системе диполей). Отметим, что проведенный анализ может быть обобщен на случай наличия в структуре одноосной анизотропии с осью анизотропии, направленной вдоль нормали к решетке. При этом статическое поле необходимо заменить на  $H_c \rightarrow H_c + \beta m$ , где константа анизотропии  $\beta$  может быть как положительной ("легкая ось"), так и отрицательной ("легкая плоскость").

## 5. Заключение

Исследование динамических режимов магнитного момента квадратных дипольных решеток в случае лежащего в плоскости системы переменного поля и ориентированного по нормали подмагничивающего поля показало, что в сравнении с единичным диполем частота резонанса оказывается смещенной в область меньших значений. При этом выявляются дополнительные резонансы, в которых амплитуда колебаний может быть сравнима с амплитудой на основной (более низкой) частоте и определяется величинами подмагничивающего и переменного полей, а также размером дипольной решетки. При рассмотрении систем  $2 \times 2$ ,  $3 \times 3$  и  $4 \times 4$ наибольшая амплитуда колебаний магнитного момента в дополнительном резонансе выявлена для решеток  $3 \times 3$ .

Среди динамических режимов имеют место близкие к гармоническим регулярные колебания, при которых переменными являются плоскостные компоненты магнитного момента системы, а также хаотические колебания, возникающие в случае слабых подмагничивающих полей (сравнимых с амплитудой переменного поля). При увеличении числа диполей в решетке частотные интервалы, соответствующие хаотической динамике, расширяются. Обнаружены также квазипериодические режимы и бистабильные состояния, в которые входят регулярный режим и хаотический режим колебания с более низкой амплитудой. Входящий в бистабильность хаотический режим является метастабильным, так как осуществляется самопроизвольный переход от хаотического аттрактора к аттрактору периодических колебаний. В области слабых подмагничивающих полей имеют место интервалы резонансных частот, в которых амплитуда колебаний близка к максимальной (к значению насыщения магнитного момента системы). В случае круговой поляризации переменного поля резонанс возникает только при правой поляризации. При левой круговой поляризации поля в случае слабых подмагничивающих полей устанавливающиеся регулярные и хаотические колебания имеют траектории, отражающие геометрию дипольной решетки.

## Список литературы

- [1] R. Skomski. J. Phys.: Condens. Matter 15, R841 (2003).
- [2] А.А. Фраерман. УФН 182, 1345 (2012).
- [3] П.В. Бондаренко, А.Ю. Галкин, Б.А. Иванов. ЖЭТФ 139, 1127 (2011).

- [4] С.А. Дзян, Б.А. Иванов. ЖЭТФ 142, 969 (2012).
- [5] С.А. Дзян, Б.А. Иванов. ЖЭТФ 143, 1131 (2013).
- [6] Ю.П. Иванов, А.И. Ильин, Е.В. Пустовалов, Л.А. Чеботкеич. ФТТ 52, 1576 (2010).
- [7] В.А. Кособукин, Б.Б. Кричевцов. ФТТ 52, 759 (2010).
- [8] С.А. Гусев, Ю.Н. Ноздрин, М.В. Сапожников, А.А. Фраерман. УФН 170, 331 (2000).
- [9] И.Р. Каретникова, И.М. Нефедов, М.В. Сапожников, А.А. Фраерман, И.А. Шерешевский. ФТТ 43, 2030 (2001).
- [10] A.M. Shutyĭ, S.V. Eliseeva, D.I. Sementsov. Phys. Rev. B 91, 024421 (2015).
- [11] A.M. Shutyĭ, D.I. Sementsov. J. Magn. Magn. Mater. 401, 1033 (2016).
- [12] А.М. Шутый. ЖЭТФ 145, 1048 (2014).
- [13] А.М. Шутый, Д.И. Семенцов. Письма в ЖЭТФ 99, 806 (2014).
- [14] А.Г. Гуревич, Г.А. Мелков. Магнитные колебания и волны. Наука, М. (1994). 464 с.
- [15] А.Ю. Лоскутов, А.С. Михайлов. Основы теории сложных систем. НИЦ "РХД", Ижевск (2007). 620 с.
- [16] Д.И. Семенцов, А.М. Шутый. УФН 177, 831 (2007).