

## Формула Ланжевена для описания кривой намагничивания магнитной жидкости

© С.В. Дьяченко, А.И. Жерновой

Санкт-Петербургский государственный технологический институт (технический университет),  
198013 Санкт-Петербург, Россия  
e-mail: samyon2008@yandex.ru

(Поступило в Редакцию 21 апреля 2016 г.)

Показано, что на начальном участке кривой намагничивания магнитная восприимчивость магнитной жидкости, определяемая по формуле  $\chi = M\mu_0/B$  ( $M$  — намагниченность,  $B$  — магнитная индукция в образце), удовлетворяет закону Кюри, а магнитная восприимчивость, определяемая по формуле  $\chi = M/H$  ( $H$  — напряженность магнитного поля в образце), удовлетворяет закону Кюри–Вейса. Так как закон Кюри является частным случаем зависимости Ланжевена, сделано заключение, что экспериментальная кривая намагничивания описывается формулой Ланжевена с параметром Ланжевена  $\xi = PB/kT$  ( $P$  — магнитный момент частицы,  $T$  — температура). Экспериментальная проверка показала, что при таком параметре  $\xi$  среднее относительное отклонение измеренных и рассчитанных по формуле Ланжевена значений  $M$  составило 5%. Это отклонение может быть вызвано влиянием дисперсии магнитных моментов наночастиц.

### Введение

Магнитные жидкости являются парамагнетиками со значениями магнитных моментов  $P$  парамагнитных частиц на пять порядков больше магнетона Бора. Это дает возможность их применения в качестве термометрических веществ для измерения термодинамической температуры с использованием закона Кюри [1]. Однако взаимодействие таких больших магнитных моментов оказывает заметное влияние на вид экспериментальной кривой намагничивания. Для учета этого влияния теоретическую кривую намагничивания рассчитывают по формуле Ланжевена с параметром Ланжевена  $\xi = P\mu_0(H_0 + H_i)/kT$ , где  $H_0$  — напряженность внешнего магнитного поля,  $T$  — температура,  $H_i$  — создаваемая парамагнитными частицами напряженность локального магнитного поля, которая рассчитывается в согласии с какой-либо теоретической моделью межчастичных взаимодействий [2–5]. Наиболее простой является модель среднего действующего поля, в которой  $H_i = \lambda M$ , где  $M$  — создаваемая частицами намагниченность,  $\lambda$  — константа эффективного поля. По этой модели в магнитной жидкости вместо закона Кюри должен выполняться закон Кюри–Вейса. В следующем разделе на основании экспериментального исследования выполнения закона Кюри в магнитной жидкости предлагается гипотеза, согласно которой экспериментальная кривая намагничивания при наличии межчастичных взаимодействий и малой дисперсии магнитных моментов частиц описывается функцией Ланжевена с параметром Ланжевена:

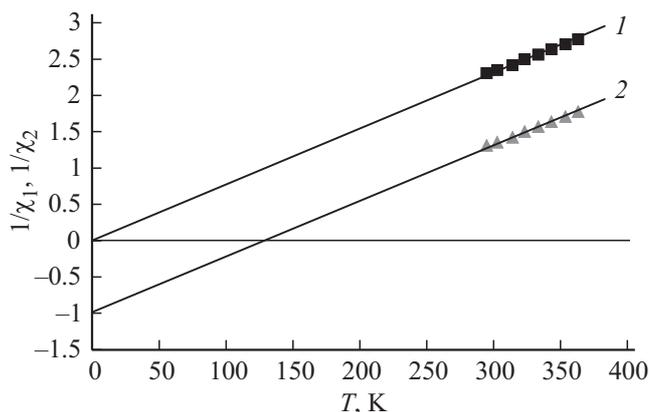
$$\xi = PB/kT, \quad (1)$$

где  $B$  — индукция магнитного поля в образце.

### 1. Экспериментальное исследование

#### 1.1. Проверка выполнения закона Кюри в магнитных жидкостях

Для получения кривых намагничивания магнитных жидкостей была применена установка, описанная в работе [6]. Исследуемая магнитная жидкость помещалась в два цилиндрических контейнера высотой 40 и диаметром 20 mm, расположенных параллельно на расстоянии 3 mm друг от друга между полюсами постоянного магнита, создающего при отсутствии образца магнитное поле с напряженностью  $H_0$ . Между контейнерами и вблизи боковой поверхности одного из них помещены датчики ЯМР (датчики нутации [7]) для измерения магнитного поля. Согласно законам поведения магнитного поля на границе двух магнетиков [8], один из датчиков измеряет напряженность  $H$ , а другой индукцию  $B$  магнитного поля внутри парамагнетика. Намагниченность определялась по классической формуле  $M = (B/\mu_0) - H$ . Исследовалась магнитная жидкость на водной основе с объемной концентрацией наночастиц магнетита 2.7%, намагниченностью насыщения  $M_{\text{sat}} = 8100$  A/m и стабилизатором на основе олеиновой кислоты. Были получены зависимости от температуры начальных магнитных восприимчивостей  $\chi_1 = M\mu_0/B$  и  $\chi_2 = M/H$ . Эти зависимости приведены на рис. 1. Из рис. 1 следует, что для  $\chi_1$  выполняется закон Кюри (ранее это наблюдалось в работе [9]), а для  $\chi_2$  зависимость похожа на закон Кюри–Вейса с температурой Кюри–Вейса ( $T_{C-W}$ ) близкой к константе Кюри  $C$ . Выполнение закона Кюри для  $\chi_1$  и закона Кюри–Вейса для  $\chi_2$  можно объяснить тем, что экспериментальная кривая намагничивания описывается функцией Ланжевена с параметром Ланжевена  $\xi$ , определяемым формулой (1). Тогда на начальном участке кривой намаг-



**Рис. 1.** Экспериментальные зависимости магнитных восприимчивостей  $\chi_1$  (кривая 1) и  $\chi_2$  (кривая 2) от абсолютной температуры.

намагничивания  $M = nP^2B/3kT$ ,  $\chi_1 = nP^2\mu_0/3kT$  и для  $\chi_1$  выполняется закон Кюри:  $\chi_1 = C/T$ , где константа Кюри  $C = nP^2\mu_0/3k$  зависит только от концентрации  $n$  и магнитного момента  $P$  парамагнитных частиц. Для  $\chi_2$  при этом выполняется закон Кюри–Вейса:

$$\chi_2 = \frac{nP^2}{3kT} \cdot \frac{B}{H} = \frac{C}{T} \cdot \frac{B}{\mu_0 H} = \frac{C}{T} (1 + \chi_2).$$

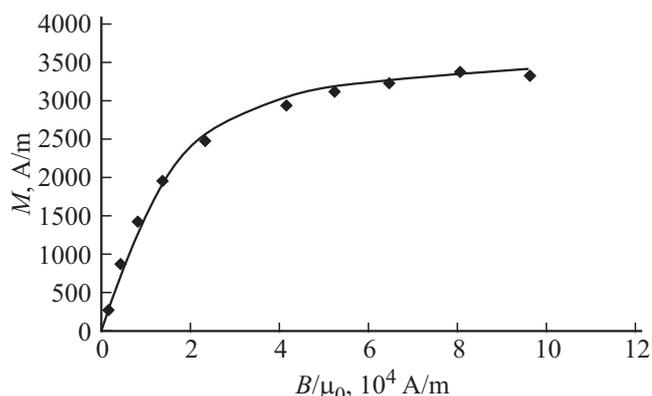
Откуда  $\chi_2 = C/(T - T_{C-W})$ , где  $T_{C-W} = C$ . (При выводе подставлено  $B = \mu_0 H + \mu_0 M$ ). Из полученного результата можно сделать заключение, что экспериментальная кривая намагничивания магнитной жидкости описывается функцией Ланжевена с параметром Ланжевена  $\xi$ , определяемым формулой (1), так как в противном случае закон Кюри не выполняется и, следовательно, формула Ланжевена несправедлива.

### 1.2. Проверка соответствия экспериментальной кривой намагничивания и теоретической зависимости Ланжевена

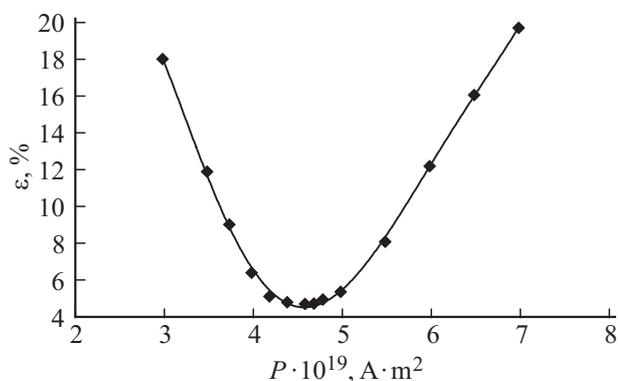
На той же экспериментальной установке исследовалась магнитная жидкость на водной основе с объемной концентрацией наночастиц магнетита 1.3% и стабилизатором на основе солей олеиновой кислоты. Полученная экспериментальная зависимость намагниченности  $M$  от магнитной индукции  $B$  приведена в виде экспериментальных точек на рис. 2.

По этим экспериментальным точкам построена зависимость  $M$  от  $(1/B)$  и при  $(1/B) = 0$  экстраполяцией определено значение намагниченности насыщения  $M_{sat} = 3700$  А/м. При этом значении  $M_{sat}$  для каждой экспериментальной точки по формуле Ланжевена с параметром  $\xi$ , определяемым формулой (1), найдены значения магнитных моментов  $P$ , при которых экспериментальные и теоретические значения  $M$  при одинаковых  $B$  совпадают, и определено среднее значение этих

моментов  $P_{aver} = 4.6 \cdot 10^{-19}$  А · м<sup>2</sup>. Затем при нескольких значениях момента  $P$ , близких к  $P_{aver}$ , по формуле Ланжевена  $M = M_{sat}La(\xi)$  с параметром  $\xi$ , определяемым по формуле (1), для каждой экспериментальной точки были рассчитаны теоретические значения  $M$ , определены относительные отклонения теоретических и экспериментальных значений  $M$  при одинаковых индукциях  $B$  и для каждого  $P$  найдены средние относительные отклонения  $\varepsilon$ . На рис. 3 приведена зависимость полученных значений  $\varepsilon$  от  $P$ . Из нее следует, что  $\varepsilon$  имеет минимальное значение, равное 0.05, при некотором оптимальном значении магнитного момента  $P_{opt} = 4.7 \cdot 10^{-19}$  А · м<sup>2</sup>, которое можно принять за истинное среднее значение магнитного момента парамагнитных частиц. При  $P = P_{opt}$  по формуле Ланжевена построена теоретическая кривая намагничивания, приведенная сплошной линией на рис. 2. Можно видеть, что эта теоретическая кривая практически адекватна зависимости, представленной экспериментальными точками.



**Рис. 2.** Экспериментальная зависимость намагниченности  $M$  магнитной жидкости от магнитной индукции  $B$  (экспериментальные точки) и теоретическая зависимость, построенная по формуле Ланжевена при оптимальном значении магнитного момента частиц  $P = P_{opt}$ .



**Рис. 3.** Зависимость средних относительных отклонений  $\varepsilon$  теоретических и экспериментальных значений намагниченности  $M$  от значения магнитного момента  $P$ , подставляемого в параметр Ланжевена  $\xi = PB/kT$ .

(Имеющееся относительное отклонение  $\varepsilon = 0.05$  можно объяснить влиянием дисперсии магнитных моментов.) Полученный результат показывает, что экспериментальная кривая намагничивания удовлетворительно описывается формулой Ланжевена с параметром Ланжевена  $\xi$ , определяемым формулой (1).

## 2. Обоснование возможности применения функции Ланжевена для описания кривой намагничивания с учетом межчастичных взаимодействий

Функция, описывающая кривую намагничивания парамагнетика, была получена Ланжевым из условия минимума средней энергии магнитного момента частицы в действующем на него внутри образца магнитном поле с индукцией  $B$ :  $W = -PB \cos \alpha$  ( $\alpha$  — угол между векторами  $P$  и  $B$ ). В результате интегрирования по углам  $\alpha$  с учетом распределения Больцмана по энергиям  $W$ , получается функция Ланжевена с параметром Ланжевена  $\xi$ , определяемым формулой (1). Индукция магнитного поля внутри образца  $B = \mu_0 H + \mu_0 M$  складывается из индукции  $\mu_0 H$ , создаваемой магнитом и размагничивающим полем образца, и индукции  $\mu_0 M$ , создаваемой намагниченностью жидкости  $M$ . Поэтому энергия магнитного момента частицы внутри образца включает энергию частицы в магнитном поле  $H$ , равную  $(-P\mu_0 H \cos \alpha)$ , и энергию межчастичных взаимодействий, равную  $(-P\mu_0 M \cos \alpha)$ . Из способа получения функции Ланжевена следует, что она описывает кривую намагничивания, полученную из условия минимума суммарной энергии частицы во внешнем поле и в поле других частиц. То, что  $(-P\mu_0 M \cos \alpha)$  есть энергия магнитного момента в магнитном поле других парамагнитных частиц, можно показать на примере электрического дипольного момента в полярном диэлектрике. Представим себе электрический дипольный момент  $P_E$ , находящийся в жидком диэлектрике, расположенном между заряженными пластинами плоского конденсатора, заряд которых создает между ними электрическое поле с напряженностью  $E_0$ . В результате поляризации диэлектрика в нем возникает поляризованность  $M_E$  (суммарный электрический дипольный момент единицы объема), направленная параллельно  $E_0$ , и на поверхностях диэлектрика параллельных пластинам конденсатора появляется связанный заряд с поверхностной плотностью  $\sigma_{\text{bound}} = M_E$ . Связанный заряд создает внутри диэлектрика напряженность поля  $E_{\text{bound}} = (\sigma_{\text{bound}}/\varepsilon_0) = (M_E/\varepsilon_0)$ , направленную антипараллельно  $E_0$ . В результате, энергия дипольного момента  $P_E$  внутри диэлектрика равна  $P_E(E_0 - E_{\text{bound}}) \cdot \cos \alpha = [(P_E M_E/\varepsilon_0) - P E_0] \cdot \cos \alpha$  ( $\alpha$  — угол между  $P_E$  и  $E_0$ ). Она складывается из его энергии во внешнем электрическом поле, равной  $(-P_E E_0 \cos \alpha)$  и энергии его взаимодействия с дипольными моментами других частиц, равной  $(P_E M_E \cos \alpha)/\varepsilon_0$ .

Этот результат показывает, что энергия межчастичных взаимодействий диполя в электрическом поле пропорциональна поляризованности, создаваемой дипольными моментами других частиц. Учитывая аналогию формул, описывающих электрическое и магнитное диполь-дипольные взаимодействия, из этого можно сделать вывод, что энергия межчастичных взаимодействий магнитного момента  $P$  внутри магнетика равна  $(-P\mu_0 M \cos \alpha)$ .

## Заключение

Составляющее 5% расхождение приведенных на рис. 2 экспериментальной кривой намагниченности и теоретической кривой, построенной по формуле Ланжевена с параметром Ланжевена (1), можно объяснить присутствием дисперсии магнитных моментов наночастиц. При построении теоретической кривой с использованием формулы Ланжевена с параметром Ланжевена, содержащим теоретически рассчитываемые локальные поля наночастиц, в принципе, можно добиться совпадения теории с экспериментом, подобрав подходящую модель межчастичных взаимодействий, однако для того, чтобы эта модель была истинной, нужно исключить влияние на вид экспериментальной кривой намагничивания дисперсии магнитных моментов, что практически невозможно. Применение в формуле Ланжевена параметра Ланжевена (1) учитывает межчастичные взаимодействия, так как средняя напряженность создаваемого наночастицами локального магнитного поля по определению равна создаваемой ими намагниченности коллоидного раствора. Полученное при этом расхождение теоретической и экспериментальной кривых намагничивания можно использовать для нахождения функции распределения магнитных моментов частиц.

## Список литературы

- [1] Жерновой А.И. Пат. 2452940 РФ, МПК G01N24/08, B82Y99/00 // БИ. 2012. № 16.
- [2] Полунин В.М. Акустические свойства нанодисперсных магнитных жидкостей. М.: Физматлит, 2011. 425 с.
- [3] Pshenichnikov A.F., Mekhonoshin V.V., Lebedev A.V. // JMMM. 1996. N 161. P. 94–102.
- [4] Блум Э.Я., Майоров М.М., Цеберс А.О. Магнитные жидкости. Рига: Зинатне, 1989. 386 с.
- [5] Берковский Б.М., Медведев В.Ф., Краков М.С. Магнитные жидкости. М.: Химия, 1989. 289 с.
- [6] Жерновой А.И., Дьяченко С.В. // ЖТФ. 2015. Т. 85. Вып. 4. С. 118–122.
- [7] Жерновой А.И. Измерение магнитных полей методом нутации. Л.: Энергия, Ленингр. отд-ние, 1979. 104 с.
- [8] Калашников С.Г. Электричество. М.: Наука, 1985. 576 с.
- [9] Жерновой А.И., Рудаков Ю.Р., Дьяченко С.В. // Научное приборостроение. Т. 22. № 1. С. 52–54.