

Разработка комплекса двухполяризационной рефлектометрии торсатрона Ураган-2М

© Д.Л. Греков, К.К. Третьяк, В.В. Филиппов

Институт физики плазмы, Национальный научный центр Харьковский физико-технический институт, 61108 Харьков, Украина
e-mail: grekov@ipp.kharkov.ua

(Поступило в Редакцию 11 июня 2015 г. В окончательной редакции 11 апреля 2016 г.)

Разработанный для торсатрона У-2М комплекс двухполяризационной рефлектометрии использует наряду с обыкновенной волной и необыкновенную волну. Это возможно потому, что магнитное поле У-2М создается внешними проводниками, не зависит от параметров плазмы и, следовательно, является известным. Зондирование плазмы происходит одновременно на большом количестве пар близких частот, что позволяет использовать супергетеродинные схемы и тем самым существенно увеличить помехозащищенность системы и точность измерения фазового сдвига, а использование необыкновенной волны расширяет диапазон измеряемых плотностей в заданной полосе частот генераторов. Для восстановления профиля плотности плазмы по данным зависимости набега фаз зондирующих волн от частоты разработаны оригинальные итерационные алгоритмы решения интегральных уравнений, устойчивые по отношению к ошибкам измерений.

Введение

Развитие исследований плазмы привело к необходимости разработки комплекса экспериментальных диагностических методов. Среди применяемых в настоящее время диагностических методов значительное место занимают методы, основанные на взаимодействии электромагнитных полей СВЧ диапазона (условно, частота 1 GHz и выше) с плазмой. Как отмечено в [1], разработке СВЧ методов исследования лабораторной плазмы предшествовало использование радиофизических методов для изучения внеземной плазмы. Еще в двадцатые–тридцатые годы двадцатого века были начаты эксперименты по зондированию ионосферы короткими радиоволнами, позволившие получить сведения о распределении концентрации электронов в различных слоях ионосферы. В конце пятидесятих годов были начаты работы по СВЧ методам зондирования плазмы, связанные с исследованиями по управляемому термоядерному синтезу. В этот период были разработаны методы определения параметров плазмы как с помощью проходящих через нее (интерферометрия), так и отраженных (рефлектометрия) волн. В развитии рефлектометрии пионерской работой была теоретическая и экспериментальная работа [2]. В ней было предложено измерять набег фазы обыкновенной (O -) волны, отраженной от слоя плазмы с плотностью электронов n_{cr} , в котором плазменная частота электронов $\omega_p = (4\pi n_e e^2 / m_e)^{1/2}$ равна частоте волны ω . Здесь n_e — плотность электронов, e — заряд электрона, m_e — масса электрона. По измеренному набегу фазы

$$\Phi(\omega) = 2 \int_{r_b}^{r_{cr}(\omega)} k_o(r) dr \quad (1)$$

находилась пространственное положение слоя. Здесь $k_o = \omega N_o / c$, c — скорость света, $N_o = \sqrt{1 - \omega_p^2(r) / \omega^2}$ —

показатель преломления обыкновенной волны при поперечном распространении, r_b — граница плазмы и r_{cr} — положение отражающего слоя. При этом для обработки результатов экспериментов не решалась обратная задача, а использовался в самом простом виде подход, известный сейчас как применение параметризационных функций [3]. Обратная задача теории рефракции — восстановление профиля монотонно возрастающей плотности плазмы — впервые была решена теоретически в [4], где было показано, что ее решение сводится к решению задачи Абеля. Профиль плотности восстанавливался по данным зависимости набега фазы зондирующей обыкновенной волны от частоты волны при постоянном угле зондирования

$$r_{cr}(\omega) = \frac{c}{\pi} \int_0^{\omega_p^2} \frac{d\Phi(\omega)}{d\omega} \frac{d\omega}{\sqrt{\omega^2 - \omega_p^2}} \quad (2)$$

или по зависимости набега фазы от угла зондирования при постоянной частоте волны. Первые экспериментальные результаты, использующие эту методику, опубликованы в [5]. В настоящее время рефлектометрия с использованием O -волны наряду с томпсоновским рассеянием и интерферометрией широко применяется для измерения профиля плотности плазмы в термоядерных ловушках [6–9] и др. Следует отметить, однако, что потенциал рефлектометрии для традиционного измерения профилей плотности далеко не исчерпан. Так, еще в работе [10] обсуждалась возможность применения рефлектометрии с использованием необыкновенной (X -) волны для измерения профиля плотности плазмы в токамаках. В этой работе полностью пренебрегалось влиянием полоидального магнитного поля токамака на набег фазы необыкновенной волны. Это позволило считать модуль магнитного поля заданным и построить алгоритм восстановления профиля плотности по зависимости набега фазы от частоты зондирующего сигнала. Все

же следует признать, что пренебрежение полоидальным полем при расчете набега фазы является достаточно грубым приближением.

Как следует из (2), для определения профиля плотности необходимо знать $d\Phi(\omega)/d\omega$. В действующих комплексах рефлектометрии для измерения $d\Phi(\omega)/d\omega$ используется быстрое свипирование частоты генератора [6,10]. При известных $d\omega/dt$ и сигнале с фазового детектора $d\Phi/dt$ получаем

$$\frac{d\Phi(\omega)}{d\omega} = \frac{d\Phi}{dt} / \frac{d\omega}{dt}. \quad (3)$$

Однако этот метод имеет некоторые недостатки.

Из-за того, что в реальных условиях нет возможности измерять фазовый сдвиг непосредственно в точке приема и генератор СВЧ излучения соединен с фазовым детектором длинной линией, при свипировании частоты к полезному сигналу будет добавляться паразитный сигнал $dL(\omega)/dt$, связанный с изменением электрической длины линии. Это усложняет обработку данных.

При свипировании частоты невозможно исследование флуктуаций плотности плазмы, период которых сравним с временем свипирования. Они только увеличивают погрешности измерений.

Необходимо использовать генераторы с заведомо точно известным изменением частоты во времени. При этом $d\omega/dt$ должно иметь очень высокие значения, поскольку изменение частоты должно происходить за времена, малые по сравнению с характерными временами процессов, происходящих в плазме. Это основные аспекты, в связи с которыми эти генераторы оказываются очень дорогостоящими.

Альтернативой быстрому свипированию частоты является зондирование плазмы одновременно на большом количестве пар близких частот. При этом используется приближение $d\Phi/d\omega \approx \Delta\Phi/\Delta\omega$, которое обсуждается в разд. 1.3. Применение близко лежащих частот требует более точной калибровки линии передачи сигналов, но в измеряемые сигналы электрическая длина линии входит как константа. Зондирование плазмы на близко лежащих частотах позволяет использовать супергетеродинные схемы и тем самым существенно увеличить помехозащищенность системы и точность измерения фазового сдвига. Повышение точности связано с использованием систем автоматической регулировки усиления на промежуточной частоте, благодаря чему сигнал становится не зависящим от амплитуды отраженной волны. Учитывая перечисленные достоинства подобной реализации и параметры плазмы торсатрона У-2М, было принято решение разработать СВЧ рефлектометр с восемнадцатью фиксированными частотами.

Магнитное поле торсатрона У-2М (так же, как и других стеллараторов/торсатронов) в отличие от токамаков создается внешними проводниками. Оно не зависит от параметров плазмы при характерных для современных экспериментов величинах давления плазмы и может считаться известным. Поэтому возможно применение

X-волны, показатель преломления которой определяется плотностью плазмы и величиной магнитного поля, для диагностики плотности плазмы. Это расширяет диапазон измеряемых плотностей в заданной полосе частот генератора. Предположим, что максимальная частота зондирования равна 26 GHz. Тогда максимальная плотность в слое, положение которого можно определить с помощью O-волны определяется из условия $\omega_p^2 = \omega^2$ и равна $n_{\max}^O = 8.4 \cdot 10^{12} \text{ cm}^{-3}$. Для стандартного режима работы У-2М магнитное поле в центре камеры равно 10 kGs, что соответствует циклотронной частоте $f_c = 28 \text{ GHz}$. Частоты зондирования лежат ниже циклотронной частоты, поэтому для измерения плотности может быть использована нижняя отсечка X-волны, для которой плотность в слое отражения определяется условием $\omega_p^2 = \omega^2 + \omega\omega_c$, $\omega_c = eB/m_e c$ — циклотронная частота, B — модуль магнитного поля торсатрона. Тогда максимальная плотность равна $n_{\max}^X = 17.4 \cdot 10^{12} \text{ cm}^{-3}$. Поэтому рефлектометр торсатрона У-2М будет одновременно использовать как O-, так и X-волну.

1. Техническая реализация СВЧ рефлектометра для торсатрона У-2М

1.1. Основные принципы разработки рефлектометра

Современная СВЧ техника в рассматриваемом диапазоне частот промышленно разрабатывалась для приема и передачи информации посредством спутникового телевидения и наземных систем связи. При конструировании комплекса СВЧ рефлектометрии важно учитывать современные технические достижения. Это позволит снизить затраты на конструирование и наладку ряда модулей, например, СВЧ модуляторов, усилителей, демодуляторов и т.д. Современные системы связи обычно строятся в СВЧ диапазоне 10–40 GHz с использованием диапазона промежуточных частот 1–2 GHz. На практике используют системы преобразования частоты вверх как с гетеродином с частотой выше формируемых частот (разностные частоты смесителя), так и с частотой ниже формируемых частот (суммарные частоты смесителя). Поэтому в измерительном комплексе целесообразно формировать сетку частот, используя как разностный сигнал со смесителей, так и суммарный. Это позволит для формирования двух диапазонов частот использовать один СВЧ гетеродин. Поскольку к нему предъявляются высокие требования по стабильности и малым фазовым шумам, его стоимость составляет значительную часть стоимости комплекса. Также целесообразно использовать для всех диапазонов зондирующих частот одинаковую сетку промежуточных частот. Это позволяет использовать один генераторный блок промежуточных частот и унифицированные приемники промежуточных частот.

Разработанный комплекс СВЧ рефлектометрии базируется на трех СВЧ высокостабильных генераторах, которые совместно с тремя генераторами промежуточных

Сводная таблица частот комплекса СВЧ рефлектометрии

Частоты гетеродинов, GHz	Частоты, получающиеся при преобразовании частоты вниз, GHz			Частоты, получающиеся при преобразовании частоты вверх, GHz		
	9.8	10.3	10.8	12.8	13.3	13.8
11.8	15.8	16.3	16.8	18.8	19.3	19.8
17.8	21.8	22.3	22.8	24.8	25.3	25.8

частот (ПЧ) сформируют сетку из восемнадцати частот. Использование такой системы позволит проводить измерения с равномерной сеткой зондирующих плазму частот, а также минимизировать затраты на разработку, изготовление и наладку СВЧ комплекса. Дополнительной особенностью СВЧ комплекса является его модульность, которая позволит использовать отдельные части этого комплекса и его дальнейшую модернизацию.

Частоты гетеродинов и формируемые ими диапазоны СВЧ частот приведены в таблице. „Слепые“ зоны, которые оказываются вне диапазонов зондирования, имеют такие размеры, что интерполяция данных для них по смежным частотам не приводит к существенным ошибкам измерения профиля плотности плазмы.

Создаваемый комплекс СВЧ рефлектометрии при использовании *O*- и *X*-волн позволит определять пространственное положение отражающего волну слоя в диапазоне плотностей плазмы от $n = 1.2 \cdot 10^{12} \text{ см}^{-3}$ до $n = 1.8 \cdot 10^{13} \text{ см}^{-3}$ при магнитном поле У-2М около 10 kGs.

Расположение приемо-передающих антенн было выбрано исходя из следующих соображений. При учете лишь основной гармоники в разложении магнитного поля винтовых проводников в ряды по тороидальным и полоидальным углам магнитные поверхности торсатрона представляют собой вращающийся по винту эллипс. В том сечении, где большая ось эллипса вертикальна, магнитные поверхности симметричны относительно экваториальной плоскости тора при учете любого числа гармоник разложения винтового поля. Их кривизна в направлении малой оси эллипса вблизи экваториальной плоскости тора минимальна. Зондирующий в экваториальной плоскости луч направлен по градиенту плотности плазмы и имеет минимальную рефракцию. Магнитная ось находится на пути зондирующего луча для любой магнитной конфигурации. (Благодаря своим конструктивным особенностям У-2М позволяет изменять конфигурации магнитных поверхностей в широких пределах.) В этом сечении винтовые проводники расположены в экваториальной плоскости тора. Однако винтовые проводники в У-2М разделены на две части, между которыми имеется щель. В этой щели расположены патрубки, размер которых позволяет поместить СВЧ антенны. Никакое иное малое сечение тора не имеет указанных выше преимуществ. Поэтому для размещения

СВЧ антенн выбрано одно из сечений торсатрона, в котором магнитные поверхности имеют вертикальную большую ось.

1.2. Техническая реализация комплекса СВЧ рефлектометрии

Торсатрон Ураган-2М имеет четыре тороидальных периода. Зондирование *O*- и *X*-волной предполагается проводить в соседних по тору периодах. Для зондирования и приема излучения из плазмы предполагается использовать пирамидальные рупоры, которые будут подсоединены к диагностической аппаратуре одномодовым П-образным волноводом. Поляризация принимаемого и излучаемого поля будет определяться ориентацией рупорных антенн. Так как применяемый рупор способен принимать и излучать только одну поляризацию, искажения, связанные с влиянием излучения другой поляризации, будут крайне малы. Они будут определяться точностью установки угла поворота рупора относительно магнитного поля торсатрона.

Поскольку для обеих поляризаций части комплекса СВЧ рефлектометрии идентичны, далее рассмотрим работу комплекса СВЧ рефлектометрии на примере одной поляризации.

Общая схема однополяризационного рефлектометра для У-2М представлена на рис. 1. Повышающие частоту конвертеры ВUC1, ВUC3 и ВUC5 генерируют суммарные (по частотам) сигналы. Конвертеры ВUC2, ВUC4 и ВUC6 генерируют разностные (по частотам) сигналы.

Сначала рассмотрим формирование зондирующих плазму сигналов. Как видно из рис. 1, на конвертеры ВUC1 и ВUC2 приходят сигналы f_{LO1} от гетеродина LO1 и групповые сигналы из трех частот f_{IF1} , f_{IF2} и f_{IF3} от блока генераторов промежуточных частот. ВUC1 формирует на своем выходе групповой сигнал с частотами $f_{LO1} + f_{IF1}$, $f_{LO1} + f_{IF2}$ и $f_{LO1} + f_{IF3}$, а ВUC2 формирует групповой сигнал с частотами $f_{LO1} - f_{IF1}$, $f_{LO1} - f_{IF2}$ и $f_{LO1} - f_{IF3}$. Аналогично происходит формирование сигналов на выходах конвертеров ВUC3–ВUC6. Таким образом, на выходах конвертеров ВUC1–ВUC6 формируется восемнадцать сигналов в шести диапазонах частот, которые по СВЧ волноводам поступают на модуль суммирования СВЧ мощностей и далее через передающую антенну 3 зондируют плазму.

Принимаемый антенной сигнал распределен в шести диапазонах частот. Сначала он делится в блоке деления СВЧ мощностей на шесть частей так, что в каждой из них получается только один диапазон СВЧ частот. Далее эти сигналы поступают на понижающие конвертеры LNB1–LNB6, где происходит преобразование частот вниз. Так формируется шесть групповых сигналов, каждый из которых имеет три частоты. Хотя частоты групповых сигналов равны, они содержат информацию о фазовом сдвиге отраженных от плазмы волн на разных СВЧ частотах.

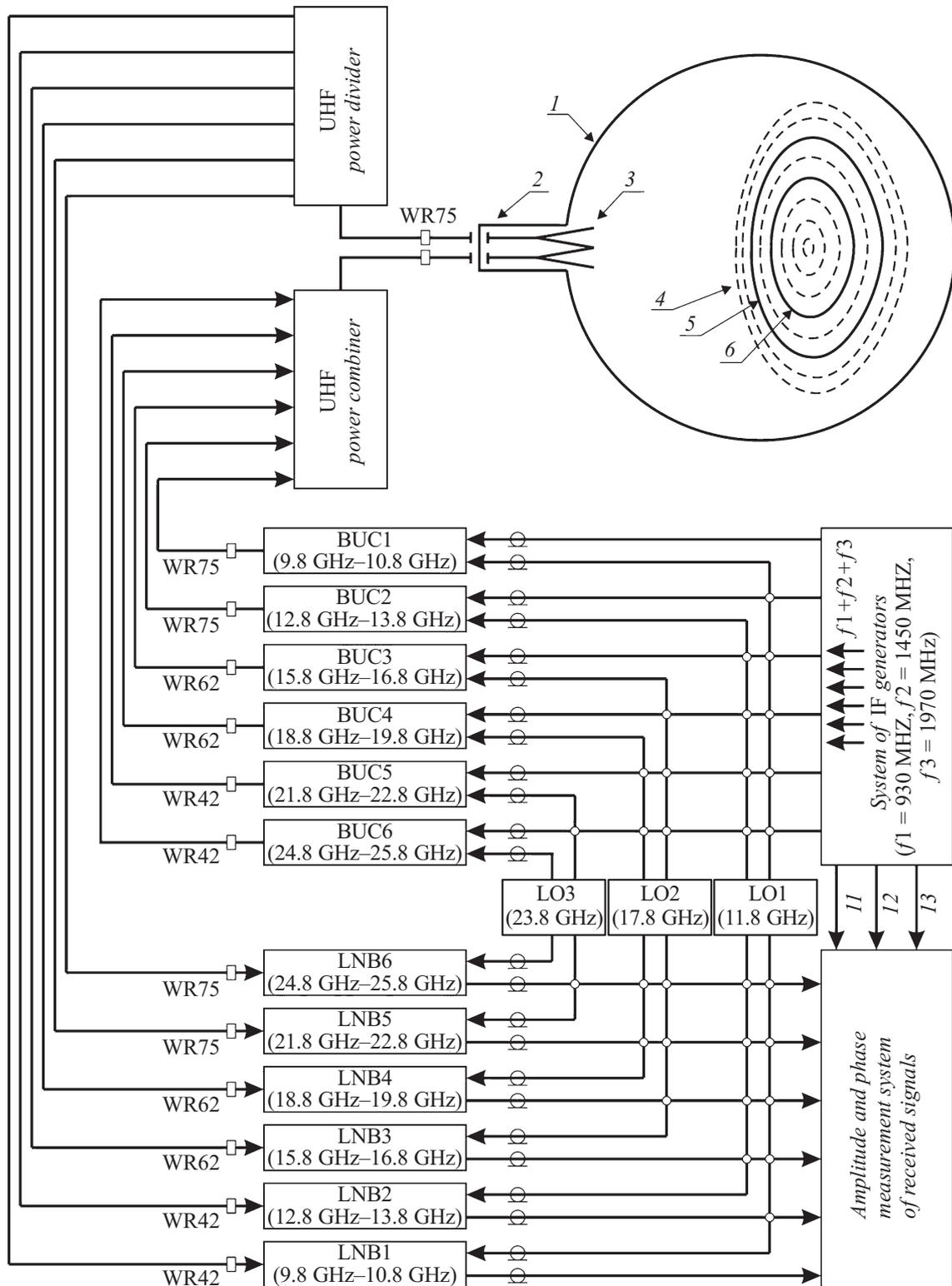


Рис. 1. Схема комплекса рефлектометрии на Урагане-2М для одной поляризации: 1 — вакуумная камера торсатрона, 2 — СВЧ вакуумные ввод и вывод, 3 — приемная и передающая антенна, 4 — крайняя замкнутая магнитная поверхность, 5 — пример отражающего слоя для O-волны, 6 — пример отражающего слоя для X-волны.

Отметим, что электрическая длина линий передачи сигналов достаточно мала. Благодаря цепям фазовой автоподстройки частоты гетеродины стабилизированы высокостабильным кварцевым генератором. Повышающие и понижающие частоту конвертеры используют одни и те же гетеродины. Поэтому влиянием нестабильности частоты гетеродинов на результаты измерений можно пренебречь.

Как видно из рис. 1, в систему измерения амплитуды и фазы принимаемых сигналов поступают шесть групповых сигналов от конвертеров LNB1–LNB6 и три сигнала (по одному на каждую промежуточную частоту) от блока генераторов ПЧ, которые выступают в роли опорных. В системе сначала происходит разделение групповых сигналов на сигналы с одной промежуточной частотой и после этого сравнение с опорными сигналами по фазе и амплитуде. В результате сравнения с использованием квадратурных фазовых детекторов получают сигналы $\sin \Phi(\omega_i)$ и $\cos \Phi(\omega_i)$ ($i = 1, 2, \dots, 18$). Получившиеся сигналы поступают на аналогово-цифровой преобразователь и вычисление $\Phi(\omega_i)$ происходит далее численно.

1.3. О возможности использования в измерениях набора фиксированных частот

Использование приближения $d\Phi/d\omega \approx \Delta\Phi/\Delta\omega$ связано с пренебрежением в выражении

$$\left. \frac{d\Phi}{d\omega} \right|_{\Omega} \approx \frac{\Phi(\Omega + \Delta\omega/2) - \Phi(\Omega - \Delta\omega/2)}{\Delta\omega} + \frac{1}{24} \left. \frac{d^3\Phi}{d\omega^3} \right|_{\Omega} \Delta\omega^2 + \dots = \phi_1 + \phi_2$$

слагаемым с третьей производной и слагаемыми более высоких порядков по $\Delta\omega$. Оценим отношение первого слагаемого ко второму на примере обыкновенной волны. Предположим, что плотность плазмы, а с ней и ω_p^2 возрастают при удалении от границы плазмы по закону $\omega_p^2 = k(r - r_b)^\alpha$. Тогда из (1) заменой переменных получаем $\Phi(\omega) = C\omega^{\frac{2+\alpha}{\alpha}}$, где C — константа. Отсюда с учетом $\Delta\omega \ll \Omega$ следует $\phi_1 \approx \frac{2+\alpha}{\alpha} \Omega^{\frac{2}{\alpha}}$. Чтобы оценить второе слагаемое, трижды проинтегрируем $\Phi(\omega)$ по частоте. Получим

$$\left. \frac{d^3\Phi}{d\omega^3} \right|_{\Omega} = C \frac{2(4 - \alpha^2)}{\alpha^3} \Omega^{\frac{2}{\alpha} - 2}.$$

С учетом этого справедлива оценка

$$\frac{\phi_2}{\phi_1} \approx \frac{2 - \alpha}{12\alpha^2} \left(\frac{\Delta\omega}{\Omega} \right)^2 = K \left(\frac{\Delta\omega}{\Omega} \right)^2.$$

Для линейного профиля $K = 1/12$ и не превосходит эту величину при $\alpha > 1$. С уменьшением α K растет и при $\alpha = 1/3$ становится порядка единицы. Для дальнейшей

оценки возьмем $K = 1$. Подставляя в полученное выражение $\Delta\omega = 2\pi \cdot 0.5 \text{ GHz}$, $\Omega = 2\pi \cdot 10 \text{ GHz}$, находим, что применение фиксированного набора частот приводит к систематическим ошибкам в измерениях $d\Phi/d\omega$, не большим чем 0.25% от измеряемой величины. Это значительно меньше погрешности измерений, достигнутой в экспериментах к настоящему времени. Влияние таких ошибок будет проанализировано в разд. 2.

1.4. Анализ влияния смещения плазменного шнура и шумового излучения из плазмы на точность измерений

В течение плазменного разряда давление плазмы изменяется, что приводит к изменению протекающих по плазменному шнуру токов равновесия. Изменение токов равновесия приводит к смещению плазменного шнура. Для установки Heliotron E (Киото, Япония), имеющей параметры, сравнимые с У-2М, такое смещение имело величину до $5 \cdot 10^{-3} a$ [11]. Здесь a — малый радиус плазмы, составляющий для этих установок примерно 20 см. Для волны с частотой 20 GHz смещение приводит к изменению фазового сдвига на 24° . Однако поскольку для восстановления профиля плотности используется разность фазовых сдвигов, то систематическая погрешность из-за смещения шнура не будет превышать 0.3° . Влияние этой погрешности мы рассмотрим в разд. 3.

В процессе измерений в приемную антенну поступает как полезный сигнал, так и шумовой сигнал из плазмы. Проведем оценку его влияния на точность измерений. Для оценки сверху можно предположить, что плазма излучает как абсолютно черное тело. Тогда, согласно закону Планка, спектральная плотность мощности излучения с единицы поверхности

$$\varepsilon(f, T) = \frac{2\pi h f^3}{c^2} \frac{1}{\exp\left(\frac{hf}{kT}\right) - 1},$$

где h — постоянная Планка, f — частота, T — температура черного тела, k — постоянная Больцмана.

Так как в интересующем нас диапазоне частот $\varepsilon(f, T)$ слабо растет с частотой, далее приведем оценки для наиболее высокой частоты, приняв $f = 25 \text{ GHz}$. Учитывая, что ожидаемая температура плазмы не превышает 1 keV, получаем $\varepsilon \approx 10^{-18} \text{ mW/Hz} \cdot \text{cm}^2 = -102 \text{ dBm/Hz} \cdot \text{cm}^2$.

Долю принимаемого излучения из плазмы можно примерно оценить, сравнив поверхность плазменного шнура ($2 \cdot 10^4 \text{ cm}^2$ по крайней замкнутой магнитной поверхности) с поверхностью камеры (примерно $4.3 \cdot 10^4 \text{ cm}^2$) и размерами приемной антенны (5 cm^2). Следует учесть, что антенна принимает только одну поляризацию и система суммирования/деления мощностей выделяет только одну моду колебаний в волноводном тракте, что приводит к тому, что лишь около 30% мощности шумового излучения, падающего на антенну, поступает

далее в измерительный тракт. Учитывая это, ожидаемая максимальная спектральная плотность мощности (СПМ) шумового сигнала из плазмы примерно равна -125 dBm/Hz. СПМ шума элементов тракта, соединяющего первый малошумящий усилитель в LNB и антенну, при условии, что они находятся при нормальной температуре, равна -174 dBm/Hz. Очевидно, что она много меньше, чем СПМ принимаемого шумового излучения из плазмы. Поэтому тепловыми шумами элементов СВЧ тракта, антенны и первых малошумящих усилителей, входящих в состав LNB, можно пренебречь.

Вносимые потери СВЧ сигналов от ВУС до приемной антенны на различных участках волноводного тракта, а также примерное ослабление сигнала между антеннами, связанное с потерями на рефракцию, в сумме примерно равны 25 dB. Так как мощность полезного сигнала равна 8 dBm на выходах ВУС (на каждую частоту), уровень полезного сигнала, принимаемого антенной, равен $8 - 25 = -17$ dBm.

Для того чтобы иметь возможность изучать флуктуации плотности плазмы, были выбраны квадратурные фазовые детекторы, работающие с полосой частот принимаемых сигналов 10 МГц. Таким образом, уровень шумового сигнала равен -55 dBm, а соотношение сигнал/шум равно 38 dB. Дальнейшие усилители и фильтры на промежуточной частоте практически не изменяют соотношение сигнал/шум вплоть до квадратурных фазовых детекторов. Если бы квадратурные фазовые детекторы работали идеально и можно было бы бесконечно точно измерить сигналы $\sin \Phi(\omega_i)$ и $\cos \Phi(\omega_i)$, то точность измерений была бы около 0.05° . Реально, квадратурный детектор, как заявляет производитель, имеет точность измерения фазы порядка 0.1° . Поэтому ожидаемая точность проведения измерений будет порядка 0.1° и ограничена точностью квадратурного фазового детектора.

Данной точности фазовых измерений в сочетании с разработанным алгоритмом обработки экспериментальных данных достаточно для восстановления профиля плотности электронов плазмы с необходимой точностью.

2. Алгоритмы обработки данных рефлектометра

Как показывает моделирование, прямое численное интегрирование решения Абеля (2) для полученных из эксперимента данных приводит к значительным ошибкам при восстановлении профиля плотности. В связи с этим были разработаны оригинальные итерационные алгоритмы обработки данных, изложенные в этом разделе.

2.1. Восстановление профиля плотности по измерениям набега фазы O -волны

Как описано в предыдущем разделе, измерения набега фазы производятся в трех диапазонах по шесть частот в

каждом диапазоне. При этом для каждой частоты набег фазы измеряется с точностью до величины, кратной 2π . Для каждой строки таблицы, состоящей из трех частот $\omega_1, \omega_2, \omega_3$, в точках $(\omega_1 + \omega_2)/2$ и $(\omega_2 + \omega_3)/2$ определим производные $d\Phi/d\omega$ как $d\Phi/d\omega \approx \Delta\Phi/\Delta\omega$, которые уже не будут иметь неопределенности, связанной с кратностью 2π . После этого получаем двенадцать значений $d\Phi/d\omega$, сгруппированных в шесть пар. В частотных промежутках между этими парами частот значения $d\Phi/d\omega$ получаем интерполяцией полиномами Лагранжа на сетке частот с интервалом, наиболее близким к $\omega_2 - \omega_1$. Таким образом, заполняем пять интервалов между шестью парами измеряемых производных сдвига фазы по частоте. Аналогично интерполируем значения $d\Phi/d\omega$ на интервал между первым измеренным значением $d\Phi/d\omega$ и границей плазмы, где $d\Phi/d\omega = 0$. В результате имеем набор частот $\omega_0, \omega_1, \dots, \omega_N$ ($\omega_0 = \omega_b$) и соответствующий ему набор производных от сдвига фазы $d\Phi/d\omega|_0, d\Phi/d\omega|_1, \dots, d\Phi/d\omega|_N$ ($d\Phi/d\omega|_0 = 0$). Требуется определить набор x_0, x_1, \dots, x_N (x будем отсчитывать от границы плазмы, поэтому $x_0 = 0$) таких, что $\omega_p(x_k) = \omega_k$.

Алгоритм восстановления профиля плотности плазмы следующий. Продифференцировав выражение (1) для фазового сдвига O -волны по частоте, получаем

$$\frac{d\Phi}{d\omega} = \frac{2\omega}{c} \int_0^x \frac{dx'}{\sqrt{\omega^2 - \omega_p^2(x')}}. \quad (4)$$

Пусть известны решения этого уравнения для точек x_1, \dots, x_{k-1} . Требуется найти точку x_k . Используя (4), запишем интегральное уравнение для x_k , в виде

$$B(\omega_k) - 2\omega_k \int_{x_{k-1}}^{x_k} \frac{dx'}{\sqrt{\omega_k^2 - \omega_p^2(x')}} = 0. \quad (5)$$

Здесь

$$B(\omega_k) = c d\Phi/d\omega|_k - \sum_{i=1}^{k-1} I_i,$$

$$I_i = \int_{x_{i-1}}^{x_i} [\omega_k^2 - \omega_p^2(x')]^{-1/2} dx'.$$

Чтобы вычислить I_i , представим $\omega_p^2(x')$ на интервале $x_{i-1} - x_i$ в виде $\omega_p^2(x') = a_i x' + b_i$, где

$$a_i = \frac{\omega_i^2 - \omega_{i-1}^2}{x_i - x_{i-1}}, \quad b_i = \frac{\omega_{i-1}^2 x_i - \omega_i^2 x_{i-1}}{x_i - x_{i-1}}.$$

Тогда получим

$$I_i = \frac{4\omega_k^2}{a_i} \left(\sqrt{1 - \omega_{i-1}^2/\omega_k^2} - \sqrt{1 - \omega_i^2/\omega_k^2} \right).$$

Таким образом, $B(\omega_k)$ полностью определено. Теперь решаем уравнение (5) итерациями. Предполагаем, что

на интервале $x_{k-1} - x_k$ $\omega_p^2(x) = a_k^{(0)}x + b_k^{(0)}$. Для первой итерации берем $a_k^{(0)} = a_{k-1}$, $b_k^{(0)} = b_{k-1}$. Тогда из условия $\omega_p^2(x_k^{(0)}) = \omega_k^2$ находим

$$x_k^{(0)} = (\omega_k^2 - b_k^{(0)})/a_k^{(0)}. \quad (6)$$

Подставляем полученное значение $x_k^{(0)}$ в интегральное уравнение (5) и находим невязку $B^{(1)}(\omega_k)$:

$$B^{(1)}(\omega_k) = B(\omega_k) - \frac{4\omega_k^2}{a_k^{(0)}} \sqrt{1 - \frac{\omega_{k-1}^2}{\omega_k^2}}. \quad (7)$$

После этого полагаем $B = \alpha x + \beta$, α и β находим из уравнений $\alpha x_{k-1} + \beta = B(\omega_k)$, $\alpha x_k^{(0)} + \beta = B^{(1)}(\omega_k)$. Затем из условия $B = 0$ получаем

$$x_k^{(1)} = \frac{B(\omega_k)x_k^{(0)} - B^{(1)}(\omega_k)x_{k-1}}{B(\omega_k) - B^{(1)}(\omega_k)}. \quad (7)$$

После чего находим новые значения $a_k^{(1)}$ и $b_k^{(0)}$ и повторяем итерирование до достижения требуемой точности.

2.2. Восстановление профиля плотности по измерениям набега фазы X-волны

Для необыкновенной волны выражение для набега фазы имеет вид

$$\Phi(\omega) = 2 \int_0^{r_{cr}(\omega)} k_x(r) dr, \quad (9)$$

где $k_x = \omega N_x/c$,

$$N_x = \left[\frac{(\omega^2 + \omega\omega_c - \omega_p^2)(\omega^2 - \omega\omega_c - \omega_p^2)}{\omega^2(\omega^2 - \omega_c^2 - \omega_p^2)} \right]^{1/2}$$

— показатель преломления необыкновенной волны при поперечном распространении. Продифференцировав выражение (9) для фазового сдвига X-волны по частоте, получаем

$$\frac{d\Phi}{d\omega} = \frac{2}{c} \int_0^x \frac{1}{N_x} \left[\frac{\omega_c^2(\omega_c^2 + 2\omega_p^2 - \omega^2)}{(\omega_c^2 + \omega_p^2 - \omega^2)^2} + \frac{\omega_p^2 - \omega^2}{\omega_c^2 + \omega_p^2 - \omega^2} \right] dx'. \quad (10)$$

Пусть известны решения этого уравнения для точек x_1, \dots, x_{k-1} . Требуется найти точку x_k . Используя (10), запишем интегральное уравнение для x_k в виде

$$B(\omega_k) - 2 \int_{x_{k-1}}^{x_k} \frac{1}{N_x} \left[\frac{\omega_c^2(\omega_c^2 + 2\omega_p^2(x') - \omega^2)}{(\omega_c^2 + \omega_p^2(x') - \omega^2)^2} + \frac{\omega_p^2(x') - \omega^2}{\omega_c^2 + \omega_p^2(x') - \omega^2} \right] dx'. \quad (11)$$

Здесь

$$B(\omega_k) = cd\Phi/d\omega|_k - \sum_{i=1}^{k-1} I_i, \\ I_i = \int_{x_{i-1}}^{x_i} \frac{1}{N_x} \left[\frac{\omega_c^2(\omega_c^2 + 2\omega_p^2(x') - \omega_k^2)}{(\omega_c^2 + \omega_p^2(x') - \omega_k^2)^2} + \frac{\omega_p^2(x') - \omega_k^2}{\omega_c^2 + \omega_p^2(x') - \omega_k^2} \right] dx'.$$

Чтобы вычислить I_i , $\omega_p^2(x')$ на интервале $x_{i-1} - x_i$ представляется в виде $\omega_p^2(x') = a_i x' + b_i$, где

$$a_i = \frac{\omega_i^2 + \omega_c \omega_i - (\omega_{i-1}^2 + \omega_c \omega_{i-1})}{x_i - x_{i-1}},$$

$$b_i = \frac{x_i(\omega_{i-1}^2 + \omega_c \omega_{i-1}) - x_{i-1}(\omega_i^2 + \omega_c \omega_i)}{x_i - x_{i-1}}.$$

Величина I_i находится с помощью численного интегрирования. Таким образом, $B(\omega_k)$ полностью определено. Теперь решаем уравнение (11) итерациями. Предполагаем, что на интервале $x_{k-1} - x_k$ $\omega_p^2(x) = a_k^{(0)}x + b_k^{(0)}$. Для первой итерации берем $a_k^{(0)} = a_{k-1}$, $b_k^{(0)} = b_{k-1}$. Тогда из условия $\omega_p^2(x_k^{(0)}) = \omega_k^2 + \omega_k \omega_c$ находим

$$x_k^{(0)} = (\omega_k^2 + \omega_k \omega_c - b_k^{(0)})/a_k^{(0)}. \quad (12)$$

Подставляем полученное значение $x_k^{(0)}$ в интегральное уравнение (11) и находим невязку $B^{(1)}(\omega_k)$:

$$B^{(1)}(\omega_k) = B(\omega_k) - 2 \int_{x_{k-1}}^{x_k} \frac{1}{N_x} \left[\frac{\omega_c^2(\omega_c^2 + 2\omega_p^2(x_k^{(0)}) - \omega_k^2)}{(\omega_c^2 + \omega_p^2(x_k^{(0)}) - \omega_k^2)^2} + \frac{\omega_p^2(x_k^{(0)}) - \omega_k^2}{\omega_c^2 + \omega_p^2(x_k^{(0)}) - \omega_k^2} \right] dx'. \quad (13)$$

После этого полагаем $B = \alpha x + \beta$, α и β находим из уравнений $\alpha x_{k-1} + \beta = B(\omega_k)$, $\alpha x_k^{(0)} + \beta = B^{(1)}(\omega_k)$. Затем из условия $B = 0$ получаем

$$x_k^{(1)} = \frac{B(\omega_k)x_k^{(0)} - B^{(1)}(\omega_k)x_{k-1}}{B(\omega_k) - B^{(1)}(\omega_k)}. \quad (14)$$

После чего находим новые значения $a_k^{(0)}$ и $b_k^{(1)}$ и повторяем итерирование до достижения требуемой точности.

2.3. Тестирование алгоритмов обработки данных и анализ устойчивости по отношению к ошибкам измерений

Для тестирования алгоритмов обработки данных рефлектометра создана программа, которая генерирует набег фазы для указанных в разд. 1.1 восемнадцати частот

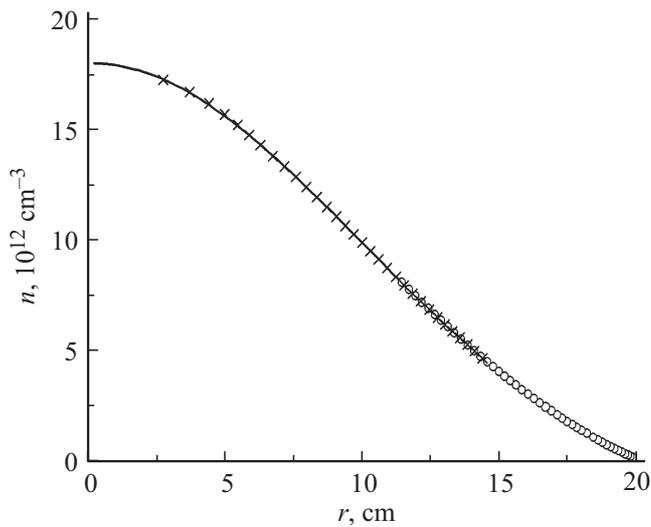


Рис. 2. Восстановление радиальной зависимости плотности плазмы (сплошная линия) по данным O -волны (кружки) и X -волны (крестики). Нулевые случайная и систематическая ошибки измерений.

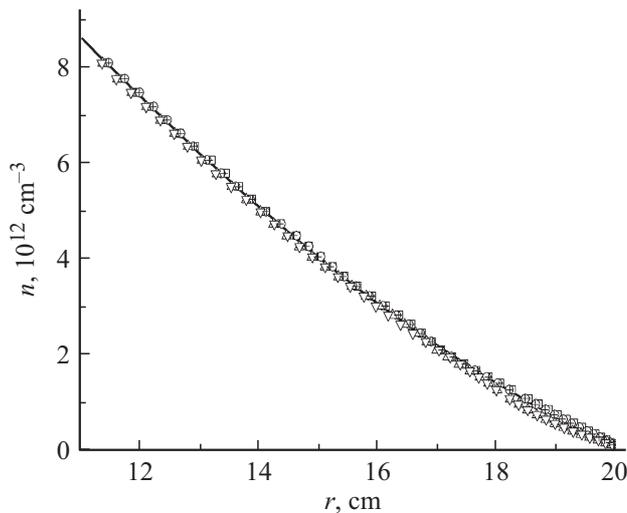


Рис. 3. Восстановление радиальной зависимости плотности плазмы (сплошная линия) по данным O -волны с добавлением случайных ошибок амплитудой 1.5° (результаты пяти измерений).

и выдает двенадцать значений $d\Phi/d\omega$ для O -волны и двенадцать значений $d\Phi/d\omega$ для X -волны, как описано в разд. 2.1. Входными данными для программы являются значения максимальной и граничной плотностей плазмы, а также зависимость плотности плазмы от радиуса. Пример восстановления профиля плотности плазмы показан на рис. 2. Как видно из рисунка, где точки для O - и X -волн нанесены с учетом интерполяции данных, восстановленный профиль хорошо совпадает с предварительно заданным профилем. На рис. 3, 4 приведены результаты восстановления радиальной зависимости плотности

плазмы по зашумленным данным. Причем величина шума значительно превосходит оценки, полученные в разд. 1.4. Эти рисунки демонстрируют устойчивость применяемых алгоритмов обработки данных по отношению к случайным ошибкам измерений. Зависимость среднеквадратичного отклонения восстановленного профиля плотности от амплитуды случайного шума для X -волны, приведенная на рис. 5, свидетельствует об устойчивой работе алгоритма даже за пределами ожидаемых погрешностей измерений. И наконец, о последствиях систематических ошибок измерений, вызванных, например, движением границы плазмы. На рис. 6 показано влияние на результат восстановления плотности по данным O -волны систематической ошибки, в 2 ра-

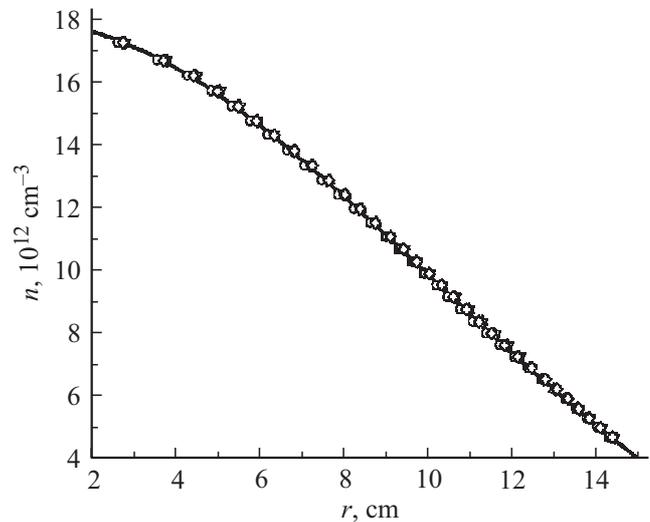


Рис. 4. Восстановление радиальной зависимости плотности плазмы (сплошная линия) по данным X -волны с добавлением случайных ошибок амплитудой 1.5° (результаты пяти измерений).

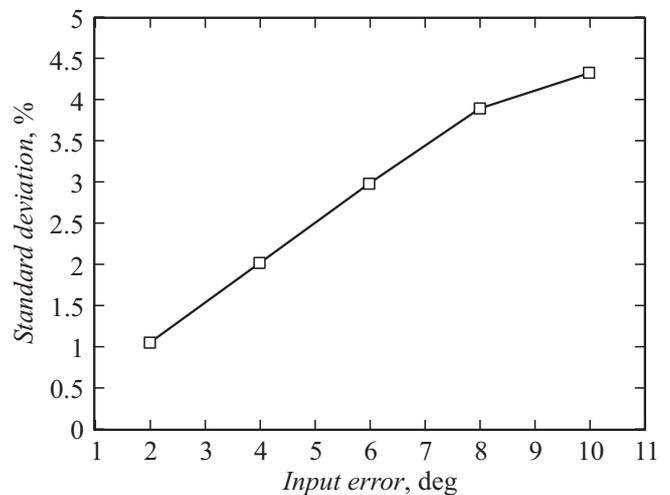


Рис. 5. Зависимость среднеквадратичной ошибки измерений по данным X -волны от амплитуды шума.

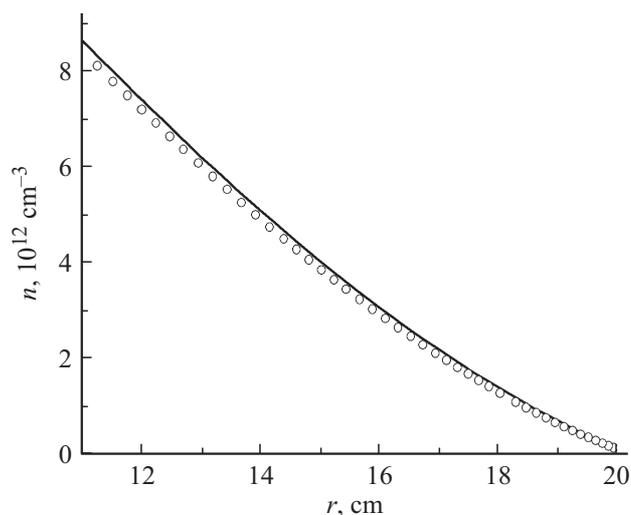


Рис. 6. Восстановление радиальной зависимости плотности плазмы (сплошная линия) по данным O -волны с добавлением систематической ошибки, эквивалентной смещению плазменного шнура на 2 мм.

за превышающей ожидаемую максимальную величину. Такая ошибка приводит к незначительному смещению плотности плазмы в сторону меньших радиусов.

Заключение

Разработанный для торсатрона У-2М рефлектометр отличается от действующих на других установках рефлектометров тем, что использует для зондирования плазмы фиксированный набор частот. Это существенно удешевляет создание рефлектометра, делает его более защищенным от помех, что весьма актуально в условиях больших мощностей высокочастотного нагрева, применяемого на установке. Применение фиксированного набора частот позволит также исследовать флуктуации плотности плазмы. Использование в рефлектометре обыкновенной и необыкновенной волн существенно, в 2 раза, расширяет диапазон измеряемых плотностей. Тестирование разработанных алгоритмов восстановления профиля плотности плазмы показало их эффективную работу и устойчивость к случайным и систематическим ошибкам измерений.

Список литературы

- [1] Голант В.Е. Сверхвысокочастотные методы исследования плазмы. М.: Наука, 1968. 328 с.
- [2] Анисимов А.И., Виноградов Н.И., Голант В.Е., Константинов В.П. // ЖТФ. 1960. Т. 30. № 9. С. 1009–1018.
- [3] Van Milligen B.Ph., Soltwisch H., Lopes-Cardozo N.J. // Nuclear Fusion. 1991. Vol. 31. N 2. P. 309–318.
- [4] Сизоненко В.Л., Степанов К.Н. // Физика плазмы и проблемы управляемого термоядерного синтеза. Сер. Высокочастотные свойства плазмы / Под ред. К.Д. Синельникова. Киев: Наукова думка, 1965. С. 109–117.

- [5] Душин Л.А., Кононенко В.И., Скибенко А.И. // ЖТФ. 1966. Т. 36. № 10. С. 1842–1849.
- [6] Simonet F. // Rev. Sci. Instrum. 1985. Vol. 56. N 5. P. 664–669.
- [7] Conway G.D., Vayakis G., Fessey J.A., Bartlett D.V. // Rev. Sci. Instrum. 1999. Vol. 70. N 10. P. 3921–3929.
- [8] Paume M., Chareau J.M., Clairet F., Zou X.L. // Proc. IAEA Tech. Com. Meeting „Microwave reflectometry for Fusion Plasma Diagnostics“. Vienna: IAEA, 1992. P. 21–30.
- [9] Manso M.E., Silva A., Serra F., Matias J., Soldner F., Cupido L., Pereira J., Neves J., Nunes F., Leitao L., Varela P., Moreira A., Fernandes C., Correia C., Loureiro C., Santos J. // Proc. IAEA Tech. Com. Meeting „Microwave reflectometry for Fusion Plasma Diagnostics“. Vienna: IAEA, 1992. P. 1–10.
- [10] Bottollier-Curtet H., Ichchenko G. // Rev. Sci. Instrum. 1987. Vol. 58. N 4. P. 539–546.
- [11] Besshou S., Pustovitov V.D., Fujita N., Kondo K. et al. // J. Plasma Fusion Res. SERIES. 1998. Vol. 1. P. 452–455.