

01

Управление статистическими характеристиками хаотических режимов колебаний с помощью шумового воздействия

© А.Н. Павлов^{1,2}, О.Н. Павлова¹

¹ Саратовский государственный университет им. Н.Г. Чернышевского

² Саратовский государственный технический университет им. Гагарина Ю.А.

E-mail: pavlov.alexeyn@gmail.com

Поступило в Редакцию 6 марта 2015 г.

Изучается возможность управления статистическими характеристиками хаотических режимов колебаний с помощью шума. Показано, что для синхронных режимов колебаний в динамике связанных автоколебательных систем шум приводит к существенным изменениям среднего показателя Гельдера. Наличие монотонной зависимости данной величины от интенсивности внешнего воздействия позволяет осуществлять генерацию хаотического сигнала с заданными корреляционными характеристиками.

Генерация хаотических режимов колебаний с заданными статистическими характеристиками является актуальной задачей в технике связи [1–3]. В частности, соответствующие колебательные процессы применяются в качестве несущих или маскирующих сигналов, обеспечивая повышенную защищенность информации, передаваемой по каналу связи, а также многоканальность коммуникационной системы [4–6]. В процессе передачи статистические характеристики хаотических колебаний могут перестраиваться, что способствует более высокой защищенности передаваемой информации. Смена режимов колебаний в области хаотической динамики может проводиться путем изменения управляющего параметра автоколебательной системы. Однако такой подход осложняется наличием „окон“ периодичности, не позволяя получать гладкие зависимости статистических характеристик при вариации параметра. В качестве альтернативы может использоваться подход, состоящий в применении дополнительного источника шума, воздей-

ствующего на генератор хаотических колебаний. Путем изменения интенсивности случайного воздействия осуществляются переключения между различными динамическими режимами в области мультистабильности, что отражается на статистических свойствах генерируемых колебательных процессов.

В данной работе проведены исследования, направленные на изучение возможности управления с помощью шума статистическими характеристиками хаотических колебаний для случаев синхронных и несинхронных режимов в динамике связанных автоколебательных систем. Исследования проводились на основе анализа последовательностей времен возврата в секущую Пуанкаре. В качестве статистической характеристики анализируемых динамических режимов был выбран средний показатель Гельдера $h(0)$, отражающий корреляционные свойства процесса. Он связан с такими характеристиками спектрально-корреляционного анализа, как скейлинговые показатели, описывающие частотную зависимость функции спектральной плотности мощности или закономерности спада автокорреляционной функции [7]. Величина $h(0)$ определялась на основе метода модуля максимумов вейвлет-преобразования [8]. В рамках этого метода проводится вейвлет-преобразование последовательности времен возврата в секущую Пуанкаре $x(i)$

$$W(a, k) = \frac{1}{\sqrt{a}} \sum_{i=0}^N x(i) \psi^* \left(\frac{i-k}{a} \right), \quad (1)$$

где вейвлет-функция ψ подвергается масштабным преобразованиям и переносам, которые задаются параметрами a и k . При наличии особенностей (сингулярностей) сигнала $x(i)$ в момент времени k^* для коэффициентов вейвлет-преобразования $W(a, k^*)$ характерно наличие экспоненциальной зависимости $W(a, k^*) \sim a^h$, где величина h (показатель Гельдера) описывает локальную нерегулярность сигнала и характеризует его корреляционные свойства. Обычно рассматривается спектр гильдеровских показателей $h(q)$, где индекс q характеризует масштаб наблюдения — мелкомасштабная структура ($q < 0$) или крупномасштабная ($q > 0$). Для вычисления спектра $h(q)$ применяется подход, основанный на расчете статистических функций [7]. После вычисления коэффициентов непрерывного вейвлет-преобразования $W(a, k)$ выделяется скелетон — множество линий локальных экстремумов поверхности вейвлет-коэффициентов, регистрируемых на каждом фиксированном

масштабе a . Далее вычисляются обобщенные статистические функции $Z(q, a)$ по формуле

$$Z(q, a) = \sum_{l \in L(a)} |W(a, k_l(a))|^q \sim a^{\tau(q)}, \quad (2)$$

где $L(a)$ — множество линий l максимумов модулей вейвлет-коэффициентов, существующих на выбранном масштабе a ; $k_l(a)$ определяет положение на данном масштабе максимума, который соответствует линии с номером l . Проводя численное дифференцирование функций $\tau(q)$, можно вычислить искомый спектр $h(q) = d\tau(q)/dq$. По сравнению с классическим корреляционным анализом рассматриваемый подход является более универсальным и может быть применен при изучении нестационарных процессов и сигналов сравнительно малой длительности.

В отличие от ранее выполнявшихся исследований [9] вначале была проведена модификация метода максимума модулей вейвлет-преобразования для более точного расчета показателей Гельдера. Данная модификация предусматривала оптимизацию выбора диапазона масштабов a при аппроксимации степенной зависимости статистической функции для определения диапазона масштабов с линейной зависимостью $\log Z(\log a)$. Это позволяло снизить влияние коротких линий локальных экстремумов вейвлет-коэффициентов, обусловленных осциллирующими „хвостами“ вейвлет-функций, а также влияние наиболее длинных линий, которые приводят к существенным погрешностям из-за недостаточной статистики при анализе относительно коротких процессов. Дополнительно проводилась оценка достоверности результатов расчета путем использования разных вейвлет-функций (WAVE, МНАТ и вейвлеты, соответствующие более высоким производным функции Гаусса).

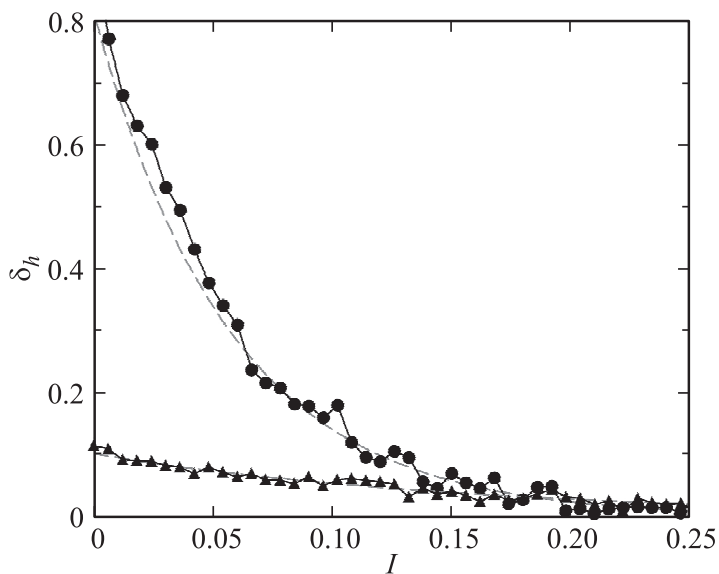
Основное внимание было уделено исследованию индуцированных шумом переключений между различными динамическими режимами в динамике связанных автоколебательных систем. С этой целью выбирались значения управляющих параметров в области сильно выраженной мультистабильности, а уровень шума варьировался для изменения частоты переключений между различными колебательными режимами.

В частности, на примере динамики связанных систем Ресслера

$$\begin{aligned} \frac{dx_1}{dt} &= -\omega_1 y_1 - z_1 + \gamma(x_2 - x_1) + I\xi(t), \\ \frac{dy_1}{dt} &= \omega_1 x_1 + a y_1, \quad \frac{dz_1}{dt} = b + z_1(x_1 - c), \\ \frac{dx_2}{dt} &= -\omega_2 y_2 - z_2 + \gamma(x_1 - x_2), \\ \frac{dy_2}{dt} &= \omega_2 x_2 + a y_2, \quad \frac{dz_2}{dt} = b + z_2(x_2 - c), \end{aligned} \quad (3)$$

рассмотренных при значении управляющих параметров $\omega_1 = 1.0093$, $\omega_2 = 0.9907$, $a = 0.15$, $b = 0.2$, $\gamma = 0.02$ [10,11], было сопоставлено влияние шума $I\xi(t)$ на статистические характеристики синхронных и асинхронных автоколебательных режимов, где $\xi(t)$ — стандартный нормальный белый шум, I — интенсивность шума. При больших значениях I (например, $I > 0.5$) шум приводит к переходам между всевозможными динамическими режимами, вследствие чего статистические характеристики не зависят от аттрактора, существовавшего до введения флуктуаций. Однако для меньших интенсивностей шума его влияние на синхронные и несинхронные хаотические режимы автоколебаний существенно отличается. В целом спектры сингулярностей синхронных режимов (как хаотических, так и регулярных) являются более чувствительными к флуктуациям, и подстройкой интенсивности шума для них возможно управление статистическими характеристиками в более широких пределах.

На рисунке приведены результаты расчета изменения величины $h(0)$ для синхронных и асинхронных хаотических режимов автоколебаний, возникших в результате каскада бифуркаций удвоения периода. Для асинхронного режима добавление аддитивного шума позволяет управлять статистическими характеристиками в небольшом диапазоне (изменение среднего показателя Гельдера не превышает 0.1), тогда как для синхронного хаоса соответствующее изменение $h(0)$ почти на порядок больше. Это существенное изменение корреляционных характеристик сигнала. Отметим, например, что изменение показателя Гельдера на 1 для белого шума соответствует переходу к винеровскому случайному процессу, являющемуся существенно более „гладким“.



Зависимость изменения среднего значения показателя Гельдера от интенсивности шума для режима синхронного (круги) и асинхронного хаоса (треугольники). Значения по оси ординат приведены по модулю.

Таким образом, меняя параметр I , можно менять в широких пределах статистические свойства колебательного процесса, генерируемого системой (3). Вычисленные зависимости (см. рисунок) хорошо аппроксимируются степенной функцией, и отклонения от данной аппроксимации являются незначительными. Полученная аппроксимация позволяет определять требуемое значение интенсивности I , которая обеспечивает генерацию хаотического сигнала с заданными статистическими свойствами.

Исследование выполнено при поддержке грантов РФФИ № 14-52-12002 и SFB-910, а также грантов Министерства образования и науки РФ в рамках проектной части государственного задания в сфере научной деятельности № 3.23.2014/К (тема СГТУ-157) и базовой части государственного задания (тема СГТУ-141).

Список литературы

- [1] Pecora L.M., Carroll T.L. // Phys. Rev. Lett. 1990. V. 64. P. 821.
- [2] Roy R. // Nature. 2005. V. 438. P. 298.
- [3] Jaeger H., Haas H. // Science. 2008. V. 304. P. 78.
- [4] Dmitriev A.S., Panas A.I., Starkov S.O. // Int. J. Bifurcat. Chaos. 1995. V. 5. P. 1249.
- [5] Короновский А.А., Москаленко О.И., Храмов А.Е. // УФН. 2009. Т. 179. С. 1281. (Koronovskii A.A., Moskalenko O.I., Hramov A.E. // Phys. Usp. 2009. V. 52. P. 1213.)
- [6] Anishchenko V.S., Pavlov A.N. // Phys. Rev. E. 1998. V. 57. P. 2455.
- [7] Muzy J.F., Bacry E., Arneodo A. // Phys. Rev. E. 1993. V. 47. P. 875.
- [8] Muzy J.F., Bacry E., Arneodo A. // Phys. Rev. Lett. 1991. V. 67. P. 3515.
- [9] Павлов А.Н., Анищенко В.С. // УФН. 2007. Т. 177. С. 859. (Pavlov A.N., Anishchenko V.S. // Phys. Usp. 2007. V. 50. P. 819.)
- [10] Postnov D.E., Vadivasova T.E., Sosnovtseva O.V., Balanov A.G., Anishchenko V.S., Mosekilde E. // Chaos. 1999. V. 9. P. 227.
- [11] Pavlov A.N., Sosnovtseva O.V., Ziganshin A.R., Holstein-Rathlou N.H., Mosekilde E. // Physica. A. 2002. V. 316. P. 233.