# Режимы нелинейной акустической прозрачности для продольно-поперечных пикосекундных импульсов в низкотемпературном парамагнитном кристалле

© А.В. Гулаков, С.В. Сазонов

Калининградский государственный университет,
236041 Калининград, Россия

E-mail: nst@alg.kaliningrad.ru

(Поступила в Редакцию 4 декабря 2003 г.)

Проведено теоретическое исследование нелинейного распространения продольно-поперечных акустических видеоимпульсов (импульсов длительностью менее одного периода колебаний) в системе парамагнитных центров с эффективным спином $S = 1$. Показано, что в зависимости от соотношений между величинами продольной и поперечной компонент деформации, а также от отстройки их линейных скоростей могут быть реализованы режимы распространения, соответствующие различной динамике поля и среды. В случае близких значений скоростей продольного и поперечного гиперзвука проанализирован аналог самоиндуцированной прозрачности. При существенной же скоростной отстройке возможно распространение в виде рациональных солитонов. Если преобладает поперечная составляющая, данные солитоны способны полностью инвертировать населенности зеемановских подуровней. В противоположном пределе населенности практически не изменяются.

Работа поддержана Российским фондом фундаментальных исследований (проект № 02-02-17710a).

## 1. Введение

Одной из основных тенденций развития современной нелинейной оптики и физической акустики является все большее укорочение длительности генерируемых в лабораторных условиях импульсов. Сегодны можно получить импульсы, вмещающие внутри себя порядка одного (и даже половины) периода колебаний соответствующей физической природы [1–3]. В таких случаях говорят о предельно коротких импульсах (ПКИ) или о видеоимпульсах. Абсолютная длительность $\tau_p$ оптических ПКИ достигает 5–10 fs, акустических — порядка 10 ps [2].

Основным отличием ПКИ от квазимонохроматических импульсов (КМИ) является отсутствие у первых ярко выраженной несущей частоты. Поэтому при теоретических исследованиях взаимодействия таких импульсов с веществом не представляется возможным использование традиционного для КМИ приближения медленно меняющейся огибающей (ММО).

Анализ развития современной физики когерентных явлений выявляет, в частности, то обстоятельство, что оптические нестационарные эффекты рано или поздно обнаруживали свои акустические аналоги [4]. В [5] проведен соответствующий исторический анализ. Здесь же мы коснемся акустического аналога самоиндуцированной прозрачности (СИП) [6]. Эффект акустической самоиндуцированной прозрачности (АСИП) был предсказан и обнаружен через несколько лет после открытия оптической СИП [7–9].

Важно отметить не только сходства, но и отличия между оптическими и акустическими когерентными явлениями. Одно из основных отличий может являться следствием того, что акустическая волна в твердом теле имеет продольно-поперечную структуру, причем скорости продольной $a_{\parallel}$ и поперечной $a_{\perp}$ волн, вообще говоря, различны. В [10] изучено влияние данной двухкомпонентности на АСИП, выявлены различные солитонные режимы распространения при близких значениях $a_{\parallel}$ и $a_{\perp}$, а в [11,12] совершен отказ от приближения ММО при $a_{\parallel} = a_{\perp}$ и исследованы вопросы интегрируемости соответствующей системы материальных и волновых уравнений.

Явление СИП для оптических ПКИ детально исследовано в [13], где выявлены сходства и отличия от СИП для случая КМИ.

Взаимодействие акустических ПКИ с веществом в режиме АСИП также исследовалось ранее [14]. В качестве квантовых объектов, взаимодействующих с упругими импульсами, рассматривались парамагнитные ионы с эффективным спином $S = 1/2$. Обладая сравнительной математической простотой, такая модель не вполне адекватна экспериментальной ситуации. Дело в том, что как показывает опыт, наиболее сильную динамическую связь с колебаниями решетки испытывают парамагнитные ионы с эффективным спином $S = 1$ [15–17]. Примерами последних является $Fe^{2+}$ и $Ni^{2+}$ в кристаллической матрице MgO [7]. Поэтому весьма желательно теоретическое исследование взаимодействия акустических ПКИ с системой акустических спинов $S = 1$ в режиме АСИП, чему и посвящена настоящая работа.

## 2. Полуклассические уравнения движения

Рассмотрим случай, когда внешнее магнитное поле **B** направленно вдоль оси $z$, сооответствующей оси четвертого порядка кубического парамагнитного кристалла.

В этом случае гамильтониан некоторого спина, взаимодействующего с колебаниями решетки и находящегося в данном поле, имеет вид

$$\hat{H} = \hat{H}_s + \hat{V}, \tag{1}$$

где собственный гамильтониан спина

$$\hat{H}_s = g\mu_{\mathrm{B}} B \hat{S}_z. \tag{2}$$

Здесь $g$ — фактор Ланде, $\mu_{\mathrm{B}}$ — магнетон Бора, гамильтониан $\hat{V}$ спин-фононного взаимодействия представляется квадратичной формой по спиновым операторам [15–17]

$$\hat{V} = G_{ijml}\mathscr{E}_{ml}\hat{S}_i\hat{S}_j = \frac{1}{2}G_{ijml}\mathscr{E}_{ml}(\hat{S}_i\hat{S}_j + \hat{S}_j\hat{S}_i), \tag{3}$$

где $G_{ijml}$ — компоненты тензора спин-фононного взаимодействия, $\hat{S}_j$ $(j = x, y, z)$ — спиновые матрицы $3 \times 3$, имеющие в рассматриваемой геометрии вид [15]

$$\hat{S}_x = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \hat{S}_y = \frac{i}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\hat{S}_z = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}, \tag{4}$$

$\mathscr{E}_{ml}$ — тензор деформации, выражающейся через декартовы составляющие вектора $\mathbf{U}$ локальных смещений соотношением

$$\mathscr{E}_{ml} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial U_m}{\partial x_l} + \frac{\partial U_l}{\partial x_m}\right), \tag{5}$$

$m, l = x, y, z$; в (3) и далее повторяющиеся нижние индексы означают суммирование.

Компоненты тензора $\hat{G}$ симметричны по отношению к перестановкам пар индексов $i, j$ и $m, l$, а также по отношению к перестановкам внутри этих пар.

Для самосогласованного описания динамики спина и акустических импульсов добавим к (2) и (3) гамильтониан упругого поля. Далее используем полуклассический подход, согласно которому спины будем описывать квантовомеханически, а упругое поле — классическими уравнениями механики сплошной среды. В соответствии с этим гамильтониан упругого поля имеет вид классического функционала [18]

$$H_a = \frac{1}{2}\int\left(\frac{p_i p_j}{\rho} + \lambda_{ijkl}\frac{\partial U_i}{\partial x_j}\frac{\partial U_k}{\partial x_l}\right)d^3\mathbf{r}, \tag{6}$$

где $\rho$ средняя плотность кристалла, $p_i$ $(i = x, y, z)$ — компоненты плотности импульса $\mathbf{p}$ локальных смещений, $\lambda_{ijkl}$ — компоненты модуля упругости среды.

Исходя из классический схемы полуклассического подхода [16], эволюцию спина будем описывать при помощи уравнения для матрицы плотности

$$i\hbar\frac{\partial\hat{\rho}}{\partial t} = \left[\hat{H}_s + \hat{V}, \hat{\rho}\right], \tag{7}$$

а динамику акустического поля — классическими уравнениями Гамильтона для непрерывной среды

$$\frac{\partial\mathbf{p}}{\partial t} = -\frac{\delta}{\delta\mathbf{U}}\left(H_a + \left\langle\hat{\tilde{V}}\right\rangle\right), \quad \frac{\partial\mathbf{U}}{\partial t} = \frac{\delta}{\delta\mathbf{p}}\left(H_a + \left\langle\hat{\tilde{V}}\right\rangle\right). \tag{8}$$

Здесь $\left\langle\hat{\tilde{V}}\right\rangle = \int n\langle\hat{V}\rangle d\mathbf{r}$, $n$ — концентрация парамагнитных центров, $\langle\hat{V}\rangle \equiv \mathrm{Sp}\,(\hat{\rho}\hat{V})$ — квантовое среднее гамильтониана взаимодействия. В (7) мы пренебрегли релаксационными слагаемыми, считая, что длительность импульса меньше всех времен релаксации.

Система уравнений (7) и (8) при использовании (1)–(6) позволяет описать распространение акустического импульса в любом заданном направлении по отношению к $\mathbf{B}$. Далее для определенности будем считать, что выполняются условия геометрии Фарадея, т. е. импульс распространяется вдоль $\mathbf{B}$. Пусть все динамические переменные зависят только от $z$ и $t$. Тогда остаются три ненулевые компоненты тензора деформации: $\mathscr{E}_{zz} = \mathscr{E}_{\parallel} = \partial U_z/\partial z$, $\mathscr{E}_{xz} = 0.5\partial U_x/\partial z$, $\mathscr{E}_{yz} = 0.5\partial U_y/\partial z$. Кроме того, в случае кубического кристалла ненулевые компоненты модуля упругости $\lambda_{xzxz} = \lambda_{yzyz} = \lambda_{\perp}$, $\lambda_{zzzz} = \lambda_{\parallel}$. Для компонент тензора $\hat{G}$ будем использовать обозначения Фохта [15]: $xx \to 1$, $yy \to 2$, $zz \to 3$, $yz \to 4$, $xz \to 5$, $xy \to 6$. В силу кубической симметрии $G_{23} = G_{13}$, $G_{33} = G_{22} = G_{11}$, $G_{55} = G_{44}$. В целях дальнейшего упрощения выражения для $\hat{V}$ в кубическом кристалле заметим, что при инверсии координатных осей $x$ и $y$ компоненты спинового оператора преобразуются следующим образом [16]: $x \to -x$, $\hat{S}_x \to \hat{S}_x$, $\hat{S}_y \to -\hat{S}_y$, $\hat{S}_z \to -\hat{S}_z$; $y \to -y$, $\hat{S}_x \to -\hat{S}_x$, $\hat{S}_y \to \hat{S}_y$, $\hat{S}_z \to -\hat{S}_z$. Учитывая инвариантность $\hat{V}$ по отношению к этим преобразованиям, запишем

$$\hat{V} = \frac{3}{2}G_{11}\hat{S}_z^2\frac{\partial u_z}{\partial z} + \frac{1}{2}G_{44}\left[\frac{\partial U_x}{\partial z}(\hat{S}_z\hat{S}_x + \hat{S}_x\hat{S}_z)\right.$$

$$\left. + \frac{\partial U_y}{\partial z}(\hat{S}_z\hat{S}_y + \hat{S}_y\hat{S}_z)\right]. \tag{9}$$

Суммируя все сказанное, после использования (8) и (9) получим

$$\frac{\partial^2\mathscr{E}_{\perp}}{\partial t^2} - a_{\perp}^2\frac{\partial^2\mathscr{E}_{\perp}}{\partial z^2} = \frac{n}{2\rho}G_{44}\frac{\partial^2}{\partial z^2}(\rho_{32}^* - \rho_{21}^*), \tag{10}$$

$$\frac{\partial^2\mathscr{E}_{\parallel}}{\partial t^2} - a_{\parallel}^2\frac{\partial^2\mathscr{E}_{\parallel}}{\partial z^2} = -\frac{3n}{2\rho}G_{11}\frac{\partial^2\rho_{22}}{\partial z^2}, \tag{11}$$

где поперечная деформация $\mathscr{E}_{\perp} \equiv (\mathscr{E}_{xz} + i\mathscr{E}_{yz})/\sqrt{2}$, $a_{\perp} = \sqrt{\lambda_{\perp}/\rho}$ и $a_{\parallel} = \sqrt{\lambda_{\parallel}/\rho}$ — скорости продольного и поперечного звука соответственно в отсутствие парамагнитных примесей.

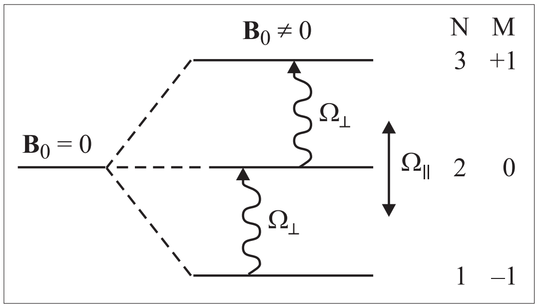


**Рис. 1.** Схема квантовых переходов при зеемановском расщеплении в трехуровневой системе. Здесь $N$ — номер квантового уровня, $M$ — магнитное квантовое число, волнистые линии означают квантовые переходы, вызванные поперечной компонентой акустического импульса, двойная стрелка $\leftrightarrow$ соответствует динамическому сдвигу частот данных переходов.

Используя (2)–(4), можно переписать выражение для оператора $\hat{H}_a + \hat{V}$ в матричной форме

$$\hat{H}_s + \hat{V}$$

$$= \begin{pmatrix} \hbar\omega_0 + \frac{3}{2}G_{11}\mathscr{E}_\parallel & \frac{G_{44}}{2}\mathscr{E}^*_\perp & 0 \\ \frac{G_{44}}{2}\mathscr{E}_\perp & 0 & -\frac{G_{44}}{2}\mathscr{E}^*_\perp \\ 0 & -\frac{G_{44}}{2}\mathscr{E}_\perp & -\hbar\omega_0 + \frac{3}{2}G_{11}\mathscr{E}_\parallel \end{pmatrix}, \quad (12)$$

где $\omega_0 = g\mu_B B/\hbar$ — частота зеемановского расщепления в эквидистантной трехуровневой системе со спином $S = 1$. Отметим, что нумерация квантовых уровней идет снизу вверх.

Из (10)–(12) видно, что в геометрии Фарадея поперечная компонента акустической волны вызывает каскадные квантовые переходы $1 \leftrightarrow 2$ и $2 \leftrightarrow 3$. В то же время продольная компонента динамическим образом изменяет частоты данных переходов (рис. 1). Физический механизм спин-фононного взаимодействия в рассматриваемом случае — это так называемый механизм Ван-Флека [4,15,17], в соответствии с которым акустическая волна создает градиенты внутрикристаллического электрического поля в местах расположения парамагнитных ионов. Последние вызывают в свою очередь квадрупольные переходы между зеемановскими подуровнями, а также динамический квадрупольный Штарк-эффект, при котором уровни с совпадающими модулями магнитных квантовых чисел $M$ смещаются одинаково [19]. В нашем случае одинаковому смещению подвержены первый ($M = -1$) и третий ($M = +1$) уровни.

В нулевом приближении по правым частям (10), (11) имеем две волны, распространяющиеся в разных направлениях со скоростями $a_\perp$ и $a_\parallel$. Рассмотрим только волну, распространяющуюся вдоль оси $z$, значения $a_\parallel$ и $a_\perp$ будем считать близкими, так что $(a_\parallel - a_\perp)/a_\parallel \ll 1$. Это приближение хорошо выполняется в толще среды и дает небольшую погрешность на входе из-за эффекта частичного отражения. В первом приближении по правым частям (10), (11) запишем $\mathscr{E}_\parallel = \mathscr{E}_\parallel(\tau, \xi)$, $\mathscr{E}_\perp = \mathscr{E}_\perp(\tau, \xi)$, где $\tau = t - z/a_\parallel$ — локальное время, а $\xi = \mu z$ — „медленная координата“ [20], $\mu$ — малый ($\mu \ll 1$) безразмерный параметр, смысл которого будет выяснен далее. Очевидно

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2} \to \frac{\partial^2}{\partial \tau^2}, \quad \frac{\partial}{\partial z} \to -\frac{1}{a_\parallel}\frac{\partial}{\partial \tau} + \mu\frac{\partial}{\partial \xi}.$$

Пренебрегая слагаемыми $\sim \mu^2$, запишем

$$\frac{\partial^2}{\partial z^2} \to \frac{1}{a_\parallel^2}\frac{\partial^2}{\partial \tau^2} - \frac{2\mu}{a_\parallel}\frac{\partial^2}{\partial \tau\, \partial \xi}.$$

Подставляя данные выражения в (10), (11), после интегрирования по $\tau$ и учитывая нулевые значения деформации и ее производных на бесконечности, получим волновые уравнения первого порядка для $\mathscr{E}_\parallel$ и $\mathscr{E}_\perp$.

Дополнив полученную систему волновых уравнений материальными, будем иметь

$$\frac{\partial \Omega_\perp}{\partial z} + \left(\frac{1}{a_\perp} - \frac{1}{a_\parallel}\right)\frac{\partial \Omega_\perp}{\partial \tau} = \beta_\perp \frac{\partial}{\partial \tau}(\rho^*_{32} - \rho^*_{21}), \quad (13)$$

$$\frac{\partial \Omega_\parallel}{\partial z} = -\beta_\parallel \frac{\partial \rho_{22}}{\partial \tau}, \quad (14)$$

$$\frac{\partial \hat{\rho}}{\partial \tau} = -i\left[\hat{\Omega}, \hat{\rho}\right], \quad (15)$$

где

$$\hat{\Omega} = \begin{pmatrix} \Omega_\parallel + \omega_0 & \Omega^*_\perp/2\sqrt{2} & 0 \\ \Omega_\perp/2\sqrt{2} & 0 & -\Omega^*_\perp/2\sqrt{2} \\ 0 & -\Omega_\perp/2\sqrt{2} & \Omega_\parallel - \omega_0 \end{pmatrix},$$

$$\Omega_\parallel = 3G_{11}\mathscr{E}_\parallel/2\hbar, \qquad \Omega_\perp = G_{44}\mathscr{E}_\perp/2\hbar,$$

$$\beta_\perp = nG^0_{44}/\left(8\hbar\rho a_\parallel a^2_\perp\right), \quad \beta_\parallel = 9nG^2_{11}/\left(8\hbar\rho a^3_\parallel\right). \quad (16)$$

Согласно (15), запишем материальные уравнения для элементов матрицы плотности, содержащихся в правой части (13),

$$\frac{\partial \rho^*_{32}}{\partial \tau} = i(\omega_0 + \Omega_\parallel)\rho^*_{32} - \frac{i\Omega_\perp}{2\sqrt{2}}\left(\rho_{33} - \rho_{22}\right) + \frac{i\Omega^*_\perp}{2\sqrt{2}}\rho^*_{31},$$

$$\frac{\partial \rho^*_{21}}{\partial \tau} = i(\omega_0 - \Omega_\parallel)\rho^*_{21} - \frac{i\Omega_\perp}{2\sqrt{2}}\left(\rho_{11} - \rho_{22}\right) + \frac{i\Omega^*_\perp}{2\sqrt{2}}\rho^*_{31}.$$

С учетом последних уравнений производную в правой части (13) можно представить в следующем виде:

$$\frac{\partial}{\partial \tau}\left(\rho^*_{32} - \rho^*_{21}\right) = i\omega_0\left(\rho^*_{32} - \rho^*_{21}\right) + i\Omega_\parallel\left(\rho^*_{32} + \rho^*_{21}\right) + \frac{i\Omega_\perp}{2\sqrt{2}}\left(\rho_{11} - \rho_{33}\right). \quad (17)$$

Дальнейшее исследование базируется на анализе системы волновых и материальных уравнений (13)–(17).

## 3. Нелинейные волновые уравнение

Пусть длительность импульса $\tau_p$ настолько мала, что выполняется условие спектрального перекрытия [14,21]

$$\omega_0\tau_p \ll 1, \tag{18}$$

т.е. спектр импульса содержит Фурье-компоненты, резонансные переходам между зеемановскими подуровнями. При этом может осуществляться достаточно сильное взаимодействие между акустической волной и парамагнитными примесями. В то же время будем считать, что пространственный размер $l$ импульса значительно больше межатомных расстояний $h$, и поэтому все еще справедливо приближение сплошной среды. Выполнения обоих этих условий можно добиться, считая, что частота зеемановских переходов $\omega_0 \sim 10^{10}\,\mathrm{s}^{-1}$, при этом длительность импульса $\tau_p \sim 10^{-11}$ s, а $l \sim a_\perp\tau_p \sim 10^{-6}\,\mathrm{cm} \gg h \sim 10^{-8}\,\mathrm{cm}$.

Заметим, что при условии (18) неоднородное уширение не оказывает существенного влияния на взаимодействие спинов с акустическим импульсом. Действительно, характерный разброс $\delta\omega$ частот в контурах неоднородного уширения для зеемановских переходов составляет $\sim 10^8{-}10^9\,\mathrm{s}^{-1}$ [7]. В то же время спектральная ширина импульса $\delta\omega_p \sim 1/\tau_p \sim 10^{11}\,\mathrm{s}^{-1}$. Поэтому даже при учете неоднородного уширения спектр импульса эффективно захватывает все квантовые переходы.

Исключим из уравнений (13)–(15) материальные переменные с помощью операторного варианта асимптотического метода Вентцеля–Крамерса–Бриллюэна [10,22,23]. Из (16) видно, что матрица $\hat{\Omega}$ не коммутирует сама с собой в различные моменты времени. Однако, если импульсное воздействие достаточно мало, изменение $\hat{\Omega}$ в течение этого воздействия $\Delta\tau$ незначительно и можно говорить о приближенной коммутативности. Тогда [10]

$$\hat{\rho}(\tau) = \hat{U}\hat{\rho}(t_0)\hat{U}^+, \tag{19}$$

где оператор эволюции

$$\hat{U} = \lim_{\Delta\tau\to 0}\left[\exp(i\hat{\theta})\right], \tag{20}$$

$\hat{\theta}\int\limits_{t_0}^{t_0+\Delta\tau}\hat{\Omega}\,d\tau'$ — оператор площади, $t_0$ — время начала импульсного воздействия.

Операторную экспоненту можно вычислить по формуле Сильвестра [24]

$$\exp(i\hat{\theta}) = \sum_j\prod_{q\neq j}\frac{\hat{\theta}-\lambda_q\hat{I}}{\lambda_j-\lambda_q}\exp(i\lambda_j), \tag{21}$$

где $\hat{I}$ — единичная матрица, $\{\lambda_q\}$ — набор собственных значений оператора $\hat{\theta}$.

Неопределенности типа $0/0$ в множителях перед экспонентой раскроем по правилу Лопиталя, полагая, что в пределе $\Delta\tau\to 0$ $\lambda_j \approx p_j\Delta\tau \approx \int\limits_{t_0}^{t_0+\Delta\tau} p_j\,d\tau$, где $\{p_j\}$ — спектр собственных значений матрицы $\hat{\Omega}$.

Тогда, используя (20) и (21), получим

$$\hat{U} = \sum_j\prod_{q\neq j}\frac{\hat{\Omega}-p_q\hat{I}}{p_j-p_q}\exp\left(i\int\limits_{-\infty}^{\tau}p_j\,d\tau'\right). \tag{22}$$

Здесь мы формально устремили $t_0$ к $-\infty$.

Используя (16), находим

$$p_1 = \Omega_\parallel, \qquad p_{2,3} = (\Omega_\parallel \pm \Omega)/2,$$
$$\Omega = \sqrt{\Omega_\parallel^2 + |\Omega_\perp|^2}. \tag{23}$$

Считая, что до импульсного воздействия

$$\hat{\rho}(t_0) = \hat{\rho}(-\infty) = \begin{pmatrix} W_3 & 0 & 0\\ 0 & W_2 & 0\\ 0 & 0 & W_1\end{pmatrix},$$

где $W_j$ $(j = 1, 2, 3)$ начальные населенности зеемановских подуровней, удовлетворяющие условиям $W_1 + W_2 + W_3 = 1$; из (16), (19), (22) и (23) получим

$$\rho_{32}^* + \rho_{21}^* = -\frac{\Omega_\perp}{\sqrt{2}\,\Omega}\Big[(W_1 - W_3)\sin\frac{\theta_\parallel}{2} + i(1-3W_2)\cos\frac{\theta}{2}\Big]\sin\frac{\theta}{2}, \tag{24}$$

$$\rho_{32}^* - \rho_{21}^* = \frac{\Omega_\perp}{\sqrt{2}\,\Omega}\Big[(1-3W_2)\frac{\Omega_\parallel}{\Omega}\sin\frac{\theta}{2} + i(W_1 - W_3)\cos\frac{\theta_\parallel}{2}\Big]\sin\frac{\theta}{2}, \tag{25}$$

$$\rho_{11} - \rho_{33} = (W_1 - W_3)\times\left(\cos\frac{\theta_\parallel}{2}\cos\frac{\theta}{2} + \frac{\Omega_\parallel}{\Omega}\sin\frac{\theta_\parallel}{2}\sin\frac{\theta}{2}\right). \tag{26}$$

Здесь $\theta_\parallel = \int\limits_{-\infty}^{\tau}\Omega_\parallel\,d\tau'$, $\theta = \int\limits_{-\infty}^{\tau}\Omega\,d\tau'$.

Общим свойством решений, полученных с помощью метода ВКБ, является то, что коэффициенты перед периодическими функциями меняются во времени значительно медленнее [22,23], чем эти функции. Тогда запишем приближенно

$$\frac{\partial\rho_{22}}{\partial\tau} = \frac{1-3W_2}{2}\frac{\partial}{\partial\tau}\left(\frac{|\Omega_\perp|}{\Omega}\right)^2\sin^2\frac{\theta}{2} \approx \frac{1-3W_2}{2}\left(\frac{|\Omega_\perp|}{\Omega}\right)^2\frac{\partial}{\partial\tau}\left(\sin^2\frac{\theta}{2}\right) = \frac{1-3W_2}{4}\frac{|\Omega_\perp|^2}{\Omega}\sin\theta.$$

Отсюда, а также из (13), (14) и (24)–(26) после замены переменных $\Omega_\perp = |\Omega_\perp| e^{i\varphi}$ получим систему интегро-дифференциальных волновых уравнений.

$$\frac{\partial|\Omega_\perp|}{\partial z} + \left(\frac{1}{a_\perp} - \frac{1}{a_\parallel}\right)\frac{\partial|\Omega_\perp|}{\partial\tau} = -\alpha_\perp \frac{\omega_0|\Omega_\perp|}{\Omega}\cos\frac{\theta_\parallel}{2}\sin\frac{\theta}{2}$$

$$+ \sigma_\perp \frac{\Omega_\parallel|\Omega_\perp|}{\Omega}\sin\theta, \tag{27}$$

$$\frac{\partial\varphi}{\partial z} + \left(\frac{1}{a_\perp} - \frac{1}{a_\parallel}\right)\frac{\partial\varphi}{\partial\tau} = \frac{\alpha_\perp}{2}\cos\frac{\theta_\parallel}{2}\cos\frac{\theta}{2}$$

$$+ \frac{\Omega_\parallel}{\Omega}\left(2\sigma_\perp\frac{\omega_0}{\Omega}\sin\frac{\theta}{2} + \frac{3\alpha_\perp}{2}\sin\frac{\theta_\parallel}{2}\right)\sin\frac{\theta}{2}, \tag{28}$$

$$\frac{\partial\Omega_\parallel}{\partial z} = -\alpha_\parallel \frac{|\Omega_\perp|^2}{\Omega}\sin\theta, \tag{29}$$

где $\alpha_\perp = \beta_\perp(W_1 - W_3)/\sqrt{2}$, $\sigma_\perp = \beta_\perp(1 - 3W_2)/2\sqrt{2}$, $\alpha_\parallel = \beta_\parallel(1 - 3W_2)/4$.

Система (27)–(29) описывает нелинейное взаимодействие между продольной и поперечной компонентами упругой волны посредством резонансных парамагнитных примесей. Из (29) видно, что поперечная компонента может генерировать продольную составляющую, в то время как обратный процесс невозможен. Это легко видеть, если в правой части (27) положить $|\Omega_\perp| = 0$. $\Omega_\parallel \neq 0$, что соответствует входным условиям. Тогда и в толще среды будем иметь по-прежнему $|\Omega_\perp| = 0$.

Уравнение (28) характеризует фазу поперечной компоненты упругого импульса, т. е. быстроту вращения ее плоскости поляризации. Анализ (28) позволяет выявить два соответствующих механизма. Первое слагаемое правой части не исчезает при $\Omega_\parallel = 0$ и описывает динамику вращения плоскости поляризации, обусловленную изменением момента импульса упругой волны при ее взаимодействии с парамагнитными примесями. Заметим, что эффект является линейным по полю, т. е. имеет место при сколь угодно малых значениях $|\Omega_\perp|$. Оставшиеся члены в правой части (28) описывают влияние продольной составляющей на вращение плоскости поляризации поперечной компоненты. Как отмечалось выше, продольная составляющая динамическим образом смещает частоты квантовых переходов, а потому оказывает влияние на эффективность взаимодействия данных переходов с поперечной компонентой, а следовательно, на эффективность обмена моментов импульса между полем и средой. Механизм вращения плоскости поляризации, обусловленный наличием продольной компоненты, является сугубо нелинейным (см. (28) и (29)) и исчезает в пределе малых полей. Далее два отмеченных механизма вращения плоскости поляризации будем называть соответственно линейным и нелинейным.

Отметим еще раз, что в уравнениях (27)–(29) не делалось приближения медленно меняющейся огибающей. Они получены из исходных волновых уравнений второго порядка с помощью предположения о малых правых частях в (10) и (11). Теперь можно конкретизировать использованный при данной редукции малых параметр $\mu$, заданный отношением правых частей к одному из слагаемых в левых частях. Из (27) видно, что

$$\mu \sim \max\left(\eta\,\frac{\omega_0^2\tau_p}{\Omega},\ \eta\,\frac{\omega_0\tau_p\Omega_\parallel}{\Omega}\right) \sim \eta\omega_0\tau_p,$$

где безразмерный параметр $\eta \sim nG_{44}^2/(\hbar\omega_0\rho a_\perp^2)$. Взяв $n \sim 10^{17}\,\mathrm{cm}^{-3}$, $G_{44} \sim 10^{-13}\,\mathrm{erg}$, $\rho \sim 5\,\mathrm{g/cm^3}$, $a_\perp \sim 3\cdot10^5\,\mathrm{cm/s}$ [7,15,16], найдем $\eta \sim 10^{-3}$. Отсюда и из (18) имеем с хорошей точностью $\mu \ll 1$. Аналогичный результат получается из уравнения (29).

## 4. Самоиндуцированная прозрачность для акустических видеоимпульсов

Пусть продольная компонента относительна мала, так что $\Omega_\parallel^2 \ll |\Omega_\perp|^2$. В этом случае $\Omega \simeq |\Omega_\perp|$. Введя новые переменные $\theta_\perp = \theta/2 = \int_{-\infty}^{\tau}\Omega_\perp d\tau'/2$, из (27) получим уравнение синус-Гордона

$$\frac{\partial^2\theta_\perp}{\partial z\,\partial\tau_\perp} = -\frac{\alpha_\perp\omega_0}{2}\sin\theta_\perp, \tag{30}$$

где $\tau_\perp = t - z/a_\perp$.

Односолитонное решение уравнения (30) имеет вид

$$\theta_\perp = 4\,\mathrm{arctg}\left[\exp\left(\frac{t - z/v}{\tau_p}\right)\right], \tag{31}$$

где скорость распространения в лабораторной системе координат

$$\frac{1}{v} = \frac{1}{a_\perp} + \frac{\alpha_\perp\omega_0}{2}\tau_p^2, \tag{32}$$

$\tau_p$ — длительность солитона поперечной компоненты, имеющей вид

$$|\Omega_\perp| = 2\,\frac{\partial\theta_\perp}{\partial\tau} = \frac{4}{\tau_p}\,\mathrm{sech}\left(\frac{t - z/v}{\tau_p}\right). \tag{33}$$

Выражения для населенностей $\rho_{11}$ и $\rho_{33}$, получаемые из (19), (22) и (23), в общем случае достаточно громоздкие. Для их упрощения будем считать температуру $T$ парамагнитного кристалла настолько малой, что $T < \hbar\omega_0/k_\mathrm{B}$, где $k_\mathrm{B}$ — постоянная Больцмана. При $\omega_0 \sim 10^{10}\,\mathrm{s}^{-1}$ будем иметь $T < 0.1\,\mathrm{K}$. Тогда можно считать что $W_1 = 1$, $W_2 = W_3 = 0$. В этом случае из (19), (22) и (23) найдем

$$\rho_{11} = \frac{1}{4}\left(1 + \cos^2\frac{\theta}{2} + 2\cos\frac{\theta_\parallel}{2}\cos\frac{\theta}{2}\right.$$

$$\left. + 2\,\frac{\Omega_\parallel}{\Omega}\sin\frac{\theta_\parallel}{2}\sin\frac{\theta}{2} + \frac{\Omega_\parallel^2}{\Omega^2}\sin^2\frac{\theta}{2}\right), \tag{34}$$

$$\rho_{22} = W_2 + \frac{1 - 3W_2}{2}\left(\frac{|\Omega_\perp|}{\Omega}\right)^2\sin^2\frac{\theta}{2}. \tag{35}$$

Выражения для $\rho_{33}$ может быть найдено из соотношения $\rho_{33} = 1 - \rho_{11} - \rho_{22}$. Отсюда, а также из (34), (35) и (31) получим

$$\rho_{11} = \operatorname{th}^4\left(\frac{t - z/v}{\tau_p}\right),$$

$$\rho_{22} = 2\operatorname{th}^2\left(\frac{t - z/v}{\tau_p}\right)\operatorname{sech}^2\left(\frac{t - z/v}{\tau_p}\right),$$

$$\rho_{33} = \operatorname{sech}^4\left(\frac{t - z/v}{\tau_p}\right). \qquad (36)$$

Для учета продольной компоненты можно положить в (29) $\Omega = |\Omega_\perp|$, $\theta = 2\theta_\perp$. Тогда, используя (31) и (33), получим

$$\Omega_\parallel = \frac{16\alpha_\parallel}{\alpha_\perp \tau_p^2}\operatorname{th}^2\left(\frac{t - z/v}{\tau_p}\right)\operatorname{sech}^2\left(\frac{t - z/v}{\tau_p}\right). \qquad (37)$$

Такой учето $\Omega_\parallel$ относится к случаю $|\Omega_\perp|^2 \gg \Omega_\parallel^2$.

В рассматриваемом пределе из (28) и (31), а также учитывая, что (см. (32))

$$\frac{\partial\varphi}{\partial z} = -\left(\frac{1}{v} - \frac{1}{a_\perp}\right)\frac{\partial\varphi}{\partial\tau_\perp} = -\frac{\alpha_\perp\omega_0}{2}\tau_p^2\frac{\partial\varphi}{\partial\tau_\perp},$$

получим для локальной скорости поворота плоскости поляризации поперечной составляющей $\omega_{\text{rot}} = \partial\varphi/\partial\tau_\perp$

$$\omega_{\text{rot}} = -\frac{1}{\omega_0\tau_p^2}\left(1 - 2\operatorname{sech}^2\left(\frac{t - z/v}{\tau_p}\right)\right). \qquad (38)$$

Вращение плоскости поляризации вызвано в данном случае линейным механизмом. В процессе распространения импульса спины парамагнитных ионов совершают каскадные переходы $1 \to 2 \to 3$, возвращаясь затем в обратном порядке $3 \to 2 \to 1$ к исходному состоянию. При переходе $1 \to 2$ поперечная компонента импульса отдает проекцию своего момента импульса среде ($\Delta M = +1$), что сопровождается замедлением вращения плоскости поляризации. Этот же процесс происходит и на переходе $2 \to 3$. Как результат, вращение плоскости поляризации противоположно исходному (см. (38) при $t = z/v$). Переводя затем спины каскадным образом из возбужденного состояния в основное, акустический импульс приобретает исходное значение своей проекции углового момента.

На рис. 2 показаны бегущие профили $|\Omega_\perp|$, $\Omega_\parallel$, $\omega_{\text{rot}}$, а также населенности квантовых уровней, соответствующие пределу $|\Omega_\perp|^2 \gg \Omega_\parallel^2$.

Заметим, что площадь импульса, соответствующая данному решению, равна $4\pi$, что является следствием трехуровневости среды. Но если обратить внимание на (34), очевидно, что только импульсы кратные $4\pi$ будут возвращать среду в исходное состояние.

Покажем, что в противоположном предельном случае, когда $\Omega_\parallel^2 \gg |\Omega_\perp|^2$ и $a_\parallel = a_\perp$, солитонный режим распространения с нулевыми значениями деформации на бесконечности невозможен. Полагая в этом пределе

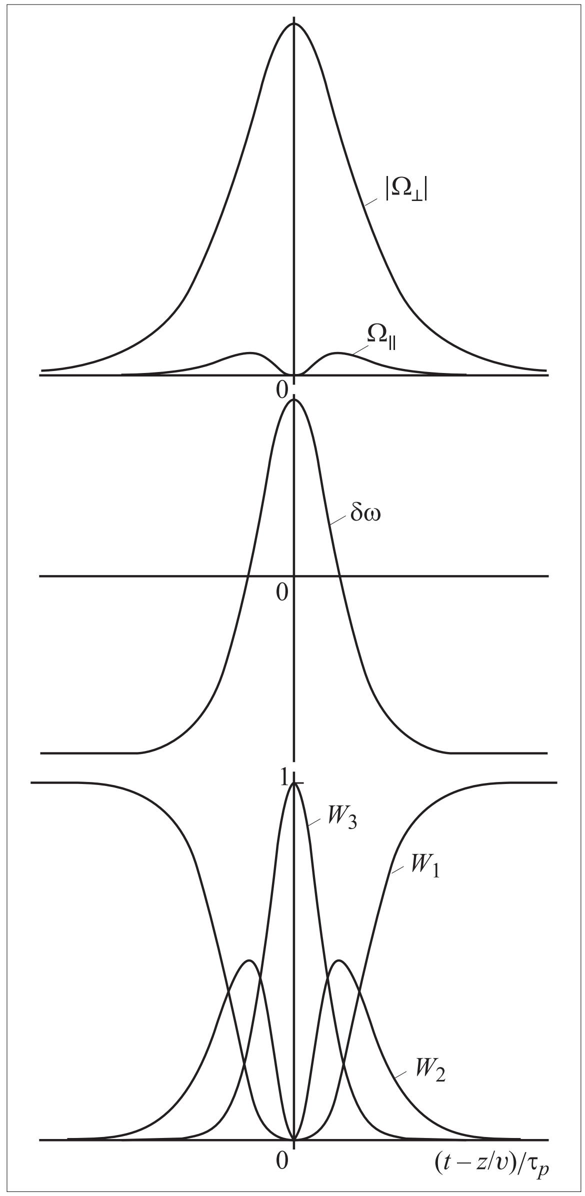


**Рис. 2.** Профили $|\Omega_\perp|$, $\Omega_\parallel$, $\delta\omega$ и населенностей квантовых уровней в случае $|\Omega_\perp|^2 \gg \Omega_\parallel^2$ (режим АСИП).

в (27) $\theta = \theta_\parallel$ и используя (29), после интегрирования получим

$$|\Omega_\perp|^2 = \frac{1}{\alpha_\parallel}\left(\alpha_\perp\omega_0\Omega_\parallel - \sigma_\perp\Omega_\parallel^2\right).$$

Величины $\alpha_\perp$ и $\sigma_\perp$ одного порядка, в то же время $\Omega \approx |\Omega_\parallel| \gg \omega_0$. Поэтому правая часть данного выражения отрицательна и, следовательно, оно лишено смысла.

## 5. Рациональные солитоны

В настоящем разделе будем считать, что выполняется условие $|\Omega_\parallel| \gg \omega_0$. Отсюда получим для относительной деформации $\mathscr{E}_\parallel \gg \hbar\omega_0/G_{11} \sim 10^{-4}$. Значения $\mathscr{E}_\parallel \sim 10^{-3}$

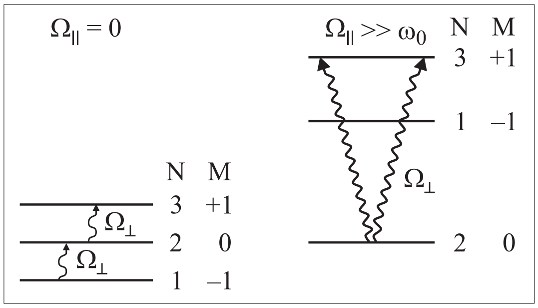


**Рис. 3.** Деформация квантового спектра спина $S = 1$ под действием мощной продольной компоненты акустического импульса. Обозначения имеют тот же смысл, что и на рис. 1.

все еще соответствуют упругой деформации. В этом случае можно пренебречь первым слагаемым в правой части (27). Будем искать решение (27)−(29), удовлетворяющее условию $\Omega_{\parallel} = q\Omega_{\perp}$, где $q$ некоторая константа. Тогда, очевидно,

$$\Omega_{\perp} = \frac{1}{\sqrt{1+q^2}}\frac{\partial\theta}{\partial\tau}.$$

Учитывая все указанное выше, уравнения (27), (29) можно переписать в следующем виде:

$$\frac{\partial\theta}{\partial\tau} = \frac{2(\alpha_{\parallel} + \sigma_{\perp}q^2)}{\delta q\sqrt{1+q^2}}\sin^2\frac{\theta}{2}, \quad \frac{\partial\theta}{\partial z} = -\frac{2\alpha_{\parallel}}{q\sqrt{1+q^2}}\sin^2\frac{\theta}{2}, \tag{39}$$

где $\delta = 1/a_{\perp} - 1/a_{\parallel}$.

Односолитонное решение полученной системы в лабораторной системе координат имеет вид

$$\theta = -2\,\mathrm{arcctg}\left(\frac{t - z/v}{\tau_p}\right), \tag{40}$$

где $\tau_p = \delta q\sqrt{1+q^2}/(\alpha_{\parallel} + \sigma_{\perp}q^2)$ — длительность импульса, а его скорость $v$ определяется выражением

$$\frac{1}{v} = \frac{1}{a_{\parallel} + \sigma_{\perp}q^2}\left(\frac{\alpha_{\parallel}}{a_{\perp}} + \frac{\sigma_{\perp}q^2}{a_{\parallel}}\right). \tag{41}$$

Для импульсных компонент с учетом (40) имеем

$$|\Omega_{\perp}| = \frac{2(\alpha_{\parallel} + \sigma_{\perp}q^2)}{\delta q(1+q^2)(1+\xi^2)},$$

$$\Omega_{\parallel} = \frac{2(\alpha_{\parallel} + \sigma_{\perp}q^2)}{\delta(1+q^2)(1+\xi^2)}, \tag{42}$$

где $\xi = (t - z/v)/\tau_p$.

Импульсы (42) в отличие от (33) и (37) локализованы не экспоненциальным, а степенным образом. По этой причине будем называть их рациональными солитонами. Поскольку $a_{\parallel} > a_{\perp}$, то $\delta, \Omega_{\parallel} > 0$ (см. (42)). Поэтому первый и третий квантовые уровни динамически смещаются вверх относительно среднего. В силу того, что $\Omega_{\parallel} \gg \omega_0$, эффективные частоты переходов $1 \leftrightarrow 2$ и $2 \leftrightarrow 3$ много больше частоты $2\omega_0$ перехода $1 \leftrightarrow 3$ (рис. 3). Таким образом, продольная компонента эффективно создает среду, обладающую инверсной населенностью по отношению к среднему уровню. Поперечная составляющая, вызывая в такой схеме квантовые переходы, согласно (41), обладает скоростью $v > a_{\perp}$ (в то же время $v < a_{\parallel}$). Здесь напрашивается некоторая аналогия со сверхсветовыми импульсами в инвертированных средах [25–27]. Только в нашем случае роль скорости света играет скорость поперечного звука $a_{\perp}$. Неравновесная же населенность создается не изначально, а за счет эффективной перестройки энергетического спектра атомов продольной компонентой упругого поля, распространяющейся вместе с поперечной составляющей.

Для анализа динамики населенностей и $\omega_{\mathrm{rot}}$ рассмотрим теперь предельные случаи. Пусть вначале свободный параметр $q \ll 1$. Это означает, что преобладает поперечная компонента. Тогда

$$|\Omega_{\perp}| = \frac{2\alpha_{\parallel}}{\delta q(1+\xi^2)}, \qquad \Omega_{\parallel} = \frac{2\alpha_{\parallel}}{\delta(1+\xi^2)}. \tag{43}$$

Здесь $\tau_p = \delta q/\alpha_{\parallel}$, $v = a_{\perp}$. Населенности в данном случае меняются согласно выражениям

$$\rho_{11} = \frac{1}{4}\left(1 - \frac{\xi}{\sqrt{1+\xi^2}}\right)^2, \quad \rho_{22} = \frac{1}{2(1+\xi^2)},$$

$$\rho_{33} = 1 - \rho_{11} - \rho_{22}.$$

Плоскость поляризации в данном пределе вращается в соответствии с выражением

$$\omega_{\mathrm{rot}} = -\frac{\xi}{\omega_0\tau_p^2\sqrt{1+\xi^2}}.$$

Как видно из рис. 4, после прохождения импульса вида (43) среда полностью инвертируется, поэтому рациональные солитоны при $q \ll 1$ назовем инвертирующими.

Объяснить этот эффект можно также на основе перестройки схемы квантовых переходов продольной составляющей. В сделанном нами приближении $\Omega_{\parallel} \gg \omega_0$ различие между первым и третьем уровнями практически стираются и мы приближенно приходим к двухуровневой системе с двухкратно вырожденным верхним уровнем. Поперечная компонента, вызывая квантовые переходы $1 \to 2$, $2 \to 3$, распространяется в режиме СИП. Можно сказать, что стирание грани между первым и третьим уровнями при $\Omega_{\parallel} \gg \omega_0$ соответствует приближению заданного поля для продольной составляющей. Поэтому нарушение закона сохранения энергии при прохождении стационарного импульса (42), полностью инвертирующего среду, является кажущимся. Учет первого слагаемого в правой части (27) должен привести к постепенному ослаблению данного импульса.

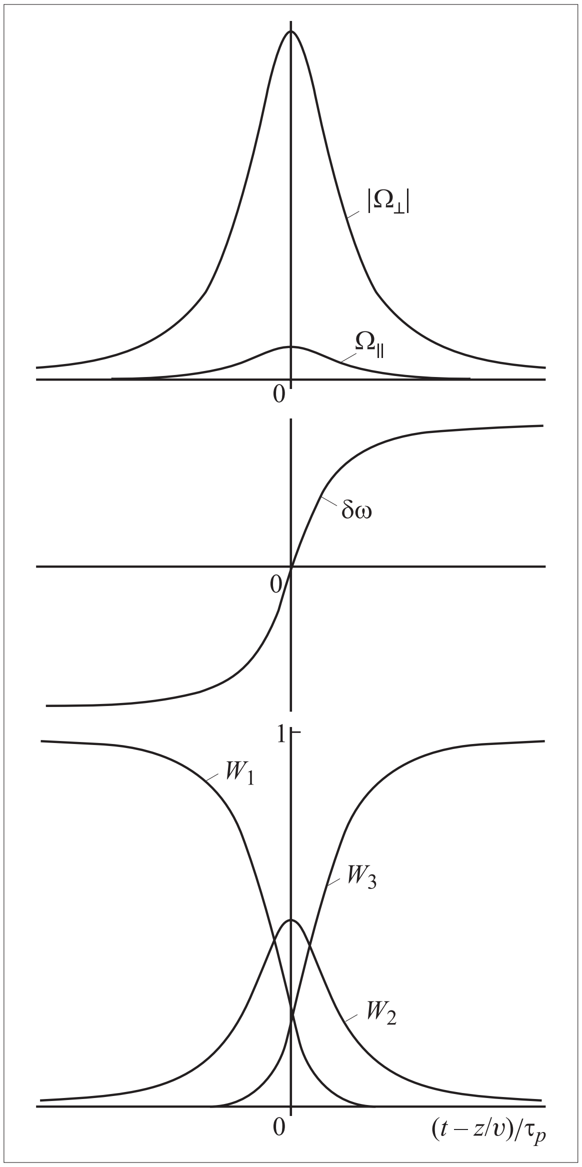


**Рис. 4.** Профили $|\Omega_\perp|$, $\Omega_\parallel$, $\delta\omega$ и населенностей квантовых уровней в случае $|\Omega_\perp|^2 \gg \Omega_\parallel^2$ для рациональных инвертирующих солитонов.

Сильное изменение населенности среды здесь связано с тем, что $|\Omega_\perp| \gg \Omega_\parallel$, а потому условие спектрального перекрытия квантовых переходов полем импульса остается выполненным и при перестроенном спектре спиновых состояний.

Заметим, что в случае спина $S = 1/2$ эффекта инверсии не возникает [14], так как оба уровня ($M = \pm 1/2$) смещаются продольной компонентой на одну и ту же величину и перестройки спектра не происходит.

Механизм вращения плоскости поляризации в данном случае является линейным и обусловлен последовательной передачей углового момента от поля к среде в результате переходов $1 \to 2 \to 3$. Поэтому происходит изменение направления вращения от фронта импульса к его хвосту.

Здесь уместна также аналогия с известным в оптике и радиоспектроскопии явлением адиабатической инверсии, заключающемся в полном возбуждении среды при динамическом изменении отстройки частоты поля от отрицательного к положительному значению [28]. Роль несущей частоты в нашем случае играет $\omega_{\mathrm{rot}}$, асимптотические значения которой (при $\xi \to \pm\infty$) по величине значительно превосходят частоту $2\omega_0$ перехода $1 \leftrightarrow 3$.

Проанализированный выше режим распространения, при котором $\omega_0 \ll \Omega_\parallel \ll |\Omega_\perp|$, можно рассматривать как один из способов создания инверсии населенностей в системе зеемановских подуровней. После прохождения такого импульса среда должна релаксировать к равновесному состоянию. Не исключено, что это может происходить в режиме акустического сверхизлучения. Данный вопрос требует дополнительного изучения, что выходит за рамки настоящей работы.

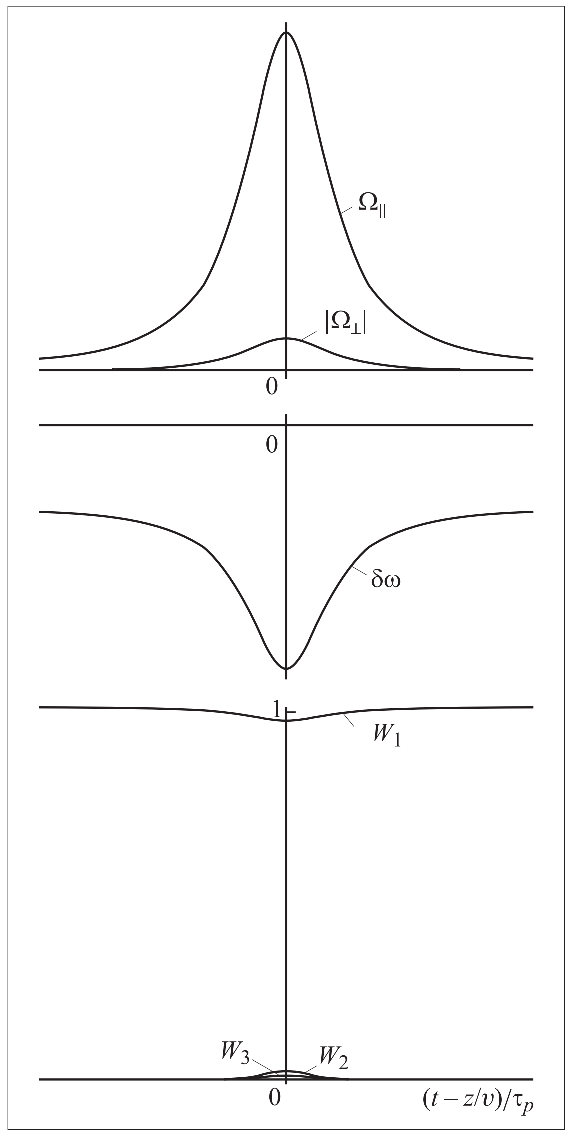


**Рис. 5.** Профили $|\Omega_\perp|$, $\Omega_\parallel$, $\delta\omega$ и населенностей квантовых уровней при $|\Omega_\perp|^2 \ll \Omega_\parallel^2$ в случае рациональных пленяющих солитонов.

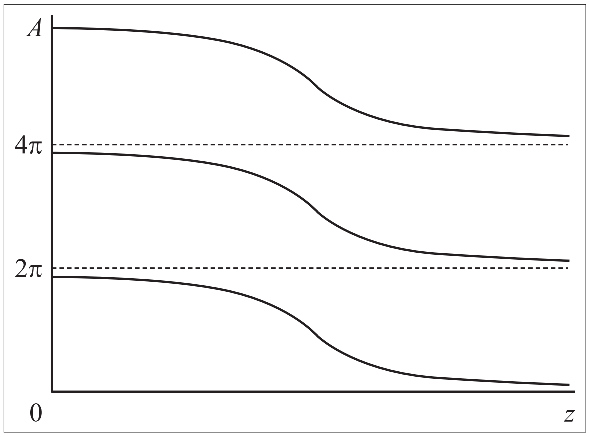


**Рис. 6.** Схематический анализ динамики полной площади рациональных солитонов.

Рассмотрим теперь противоположный случай $q \gg 1$, когда преобладает продольная компонента. Здесь соответствующие решения для продольной и поперечной компонент импульса имеют вид

$$\Omega_\perp = \frac{2\sigma_\perp}{\delta q(1+\xi^2)}, \qquad \Omega_\parallel = \frac{2\sigma_\perp}{\delta(1+\xi^2)}, \tag{44}$$

где $\tau_p = \delta/\sigma_\perp$, $v = a_\parallel$. Населенности в данном пределе практически не изменяются (рис. 5)

$$\rho_{11} = 1, \quad \rho_{22} = 0, \quad \rho_{33} = 0.$$

Данное обстоятельство вызвано тем фактом, что при $\Omega_\parallel \gg |\Omega_\perp| \gg \omega_0$ в спектре поперечной составляющей практически отсутствуют Фурье-компоненты, резонасные квантовым переходам. В соответствии с этим назовем рациональные солитоны (44) пленяющими.

Солитонные режимы распространения в условиях пленения населенностей исследовались ранее в акустике [10] и оптике анизотропных сред [29] для импульсов, состоящих из квазимонохроматической и предельно короткой компонент. В оптике соответствующий режим назван необыкновенной прозрачностью (НП) [29]. Случай $q \gg 1$ в некоторой степени можно рассматривать как аналог НП для акустических видеоимпульсов.

Для $\omega_{\text{rot}}$ при $q \gg 1$ можно записать

$$\omega_{\text{rot}} = -\frac{1}{\omega_0 \tau_p^2}\left(1 + \frac{1}{1+\xi^2}\right).$$

В данном случае наибольший вклад во вращение плоскости поляризации вносит продольная компонента, т. е. соответствующий механизм является сугубо нелинейным. Поперечная составляющая стремится передать проекцию своего углового момента переходу $1 \leftrightarrow 2$. Однако из-за отсутствия резонансных Фурье-компонент переход возбуждается очень слабо, поэтому изменения направления плоскости поляризации поперечной составляющей не происходит.

Необходимо отметить интересную особенность. В обоих предельных случаях амплитуда продольной составляющей импульса практически одинакова, значительно меняется только амплитуда поперечной компоненты.

Переходя во втором уравнении системы (39) к пределу $\tau \to +\infty$, получим

$$\frac{dA}{dz} = -\frac{1}{l_{\text{ef}}} \sin^2 \frac{A}{2}, \tag{45}$$

где $l_{\text{ef}} = q\sqrt{1+q^2}/2\alpha_\parallel$, $A = \int\limits_{-\infty}^{+\infty} \Omega\, dt'$ — полная „площадь“ импульса.

Уравнение (45) можно рассматривать как теорему площадей для рациональных солитонов. Из (45) следует, что данные солитоны обладают односторонней устойчивостью (рис. 6). Так, для формирования рационального $2\pi$ импульса вида (42) „площадь“ $A_0$ на входе в среду должна лежать в интервале $2\pi < A_0 < 4\pi$. При $A_0 < 2\pi$ солитон не может сформироваться, а входной импульс должен испытывать в среде необратимое затухание. Если же $A_0 = 2\pi N + \varepsilon$, $N$ — целое число, где $0 < \varepsilon < 2\pi$, при $z \gg l_{\text{ef}}$ $A \to 2\pi N$. По всей видимости, это означает, что входной импульс разобьется в среде на $N$ рациональных солитонов.

Заметим, что эффективная длина $l_{\text{ef}}$ формирования инвертирующих солитонов в $q$ раз короче соответствующей длины для пленяющих. Оценим значения $l_{\text{ef}}$ в обоих случаях. При приведенных выше параметрах среды имеем $\alpha_\parallel \sim 1\,\text{cm}^{-1}$. Тогда при $q \sim 0.1$ (инвертирующие солитоны) $l_{\text{ef}} \sim 0.1\,\text{cm}$, а при $q \sim 10$ (пленяющие солитоны) $l_{\text{ef}} \sim 10\,\text{cm}$.

## 6. Заключение

Проведенное исследование выявило различные режимы распространения акустических видеоимпульсов пикосекундной длительности в кристалле, содержащем парамагнитные центры с эффективным спином $S = 1$. В рассмотренной здесь геометрии Фарадея роли поперечной и продольной составляющих импульса строго дифференцированы: первая вызывает квантовые переходы в системе зеемановских подуровней, последняя динамическим образом смещает частоты данных переходов. Благодаря этому обстоятельству продольная компонента импульса при определенных условиях способна существенно изменять спектр квантовых состояний эффективного спина. Это в свою очередь увеличивает количество солитонных режимов распространения, отличающихся друг от друга качественным образом. Возможно, что рассмотренные здесь видеосолитоны СИП, а также инвертированные (невозможные в случае $S = 1/2$) и пленяющие солитоны описывают лишь часть режимов распространения в системе $S = 1$. Не исключено, что в геометриях, отличных от фарадеевской, здесь могут быть обнаружены новые солитонные режимы.

В настоящей работе упругое поле мы описывали, оставаясь в рамках механики сплошной среды, т. е. не учитывали пространственную дисперсию. Как показано выше, это накладывает существенные ограничения на величину внешнего магнитного поля, а также на температуру парамагнитного образца ($T < 0.1$ K). Увеличение $T$ до 1 K приводит к необходимости десятикратного увеличения $B$ (или $\omega_0$) для создания заметной разности населенностей зеемановских подуровней. В противном случае спин-фононное взаимодействие будет едва заметным. При $\omega_0 \sim 10^{11}\,\mathrm{s}^{-1}$ длительность $\tau_p \sim 1$ ps, так как должно выполняться условие спектрального перекрытия (18). В этом случае пространственный размер видеоимпульса $l \sim a_\perp \tau_p \sim 10^{-7}$ cm и здесь необходим отход от приближения сплошной среды [16,30–32]. Кроме того, в таких условиях могут оказаться существенными эффекты нелокальности спин-фононного взаимодействия [16]. С укорочением длительности видеоимпульсов растет их амплитуда. В этих условиях может оказаться необходимым учет ангармонизма колебаний узлов кристалла [16,31,32]. Сами по себе решеточный ангармонизм и пространственная дисперсия способствуют образованию солитонов и в отсутствие парамагнитных примесей. Не исключено, что учет при этом еще и спин-фононного взаимодействия может привести к новым солитонным режимам.

## Список литературы


[1] J.T. Darrow, B.B. Hu, X.C. Chang, D.H. Auston. Opt. Lett. **15**, *5*, 323 (1990).
[2] С.А. Ахманов, В.А. Выслоух, А.С. Чиркин. Оптика фемтосекундных лазерных импульсов. Наука, М. (1988).
[3] А.В. Ким, М.Ю. Рябикин, А.М. Сергеев. УФН **169**, *1*, 58 (1999).
[4] В.А. Голенищев-Кутузов, В.В. Самарцев, Н.К. Соловаров, Б.М. Хабибулин. Магнитная квантовая акустика. Наука, М. (1977).
[5] С.В. Сазонов. Изв. вузов. Физика **36**, *7*, 94 (1993).
[6] S.L. McCall, E.L. Hahn. Phys. Rev. Lett. **18**, 908 (1967).
[7] N.S. Shiren. Phys. Rev. B **2**, *7*, 2471 (1970).
[8] Г.А. Денисенко. ЖЭТФ **33**, 1220 (1971).
[9] В.В. Самарцев, Б.П. Смоляков, Р.З. Шарипов. Письма в ЖЭТФ **20**, *10*, 296 (1974).
[10] С.В. Воронков, С.В. Сазонов. ЖЭТФ **93**, *2* (*8*), 236 (2001).
[11] А.А. Заболотский. Письма в ЖЭТФ **76**, *10*, 709 (2002).
[12] А.А. Заболотский. ЖЭТФ **123**, *6*, 560 (2003).
[13] А.Ю. Пархоменко, С.В. Сазонов. ЖЭТФ **114**, *11*, 1595 (1998).
[14] С.В. Воронков, С.В. Сазонов. ФТТ **43**, *11*, 1969 (2001).
[15] Дж. Такер, В. Рэмптон. Гиперзвук в физике твердого тела. Мир, М. (1975).
[16] С.В. Сазонов. ЖЭТФ **118**, *1* (*7*), 20 (2000).
[17] С.А. Альтшуллер, Б.М. Козырев. Электронный парамагнитный резонанс соединений элементов промежуточных групп. Наука, М. (1972).
[18] Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц. Теоретическая физика. Том. 7: Теория упругости. Наука, М. (1987).
[19] Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц. Теоретическая физика. Том. 3: Квантовая механика (нерелятивистская теория). Наука, М. (1989).
[20] М.Б. Виноградова, О.В. Руденко, А.П. Сухоруков. Теория волн. Наука, М. (1990).
[21] Э.М. Беленов, А.В. Назаркин. Письма в ЖЭТФ **51**, *5*, 252 (1990).
[22] Н.Н. Моисеев. Асимптотические методы нелинейной механики. Наука, М. (1981).
[23] А. Найфэ. Введение в методы возмущений. Мир, М. (1984).
[24] Я.Р. Гантмахер. Теория матриц. Наука, М. (1966).
[25] Н.Г. Басов, Р.В. Амбарцумян, В.С. Зуев, П.Г. Крюков, В.С. Летохов. ЖЭТФ **50**, *1*, 23 (1996).
[26] А.Н. Ораевский. УФН **168**, *12*, 1311 (1998).
[27] С.В. Сазонов. УФН **171**, *6*, 663 (2001).
[28] Л. Ален, Дж. Эберли. Оптический резонанс и двухуровневые атомы. Мир, М. (1978).
[29] С.В. Сазонов. ЖЭТФ **124**, *4* (*10*), 803 (2003).
[30] С.А. Ахманов, В.Э. Гусев. УФН **162**, *3*, 3 (1992).
[31] S.V. Sazonov. J. Phys.: Condens. Matter. **4**, *30*, 6485 (1992).
[32] S.V. Sazonov. J. Phys.: Condens. Matter. **6**, *31*, 6295 (1994).