

05

Динамические свойства балансного компаратора на джозефсоновских переходах с кулоновской блокадой

© И.Н. Аскерзаде^{1,2}

¹ Computer Engineering Department and Center of Excellence of Superconductivity Research, Ankara University, Ankara, 06100, Turkey

² Институт физики НАН Азербайджана, 1143 Баку, Азербайджан
e-mail: imasker@eng.ankara.edu.tr

(Поступило в Редакцию 1 декабря 2015 г.)

Проведен анализ динамики балансного компаратора на джозефсоновских переходах с кулоновской блокадой. Получено выражение для временного разрешения при линейно нарастающем строб-импульсе напряжения с учетом блоховской индуктивности. Показано, что временное разрешение определяется блоховской индуктивностью малых джозефсоновских переходов. Оценки показывают достижимость субпикосекундного уровня временного разрешения для балансных джозефсоновских компараторов с кулоновской блокадой.

Введение

В последние годы в связи с развитием технологии получения джозефсоновских переходов малых (субмикронных) размеров они стали объектами интенсивных исследований. Как показано в работах [1–3], в малых джозефсоновских переходах происходит кулоновская блокада куперовских пар, что приводит к блоховским осцилляциям напряжения на переходе. Динамика туннелирования куперовских пар в малых джозефсоновских переходах была рассмотрена в работе [4]. Надо отметить, что возросший интерес к сверхпроводящим цепям с малыми джозефсоновскими переходами вызван квантовыми эффектами в подобных системах. Свойства сверхпроводящего кольца с малым джозефсоновским переходом изучены в [5].

Хорошо известно, что малые джозефсоновские переходы характеризуются отношением $\kappa = \frac{E_J}{E_C}$, где $E_J = \frac{\hbar I_c}{2e}$ — джозефсоновская энергия, I_c — критический ток, $E_C = \frac{(2e)^2}{2C}$ — кулоновская энергия, C — емкость перехода [1–3]. Предел $\kappa \gg 1$ соответствует классическому эффекту Джозефсона, и эффектами корреляции туннелирования куперовских пар можно пренебречь. В противоположном пределе из-за малой емкости перехода кулоновская энергия $E_C = \frac{(2e)^2}{2C}$ становится существенной, что приводит к кулоновской блокаде при туннелировании куперовских пар [1–3]. Это соответствует пределу $\kappa \ll 1$, и уравнение для квазизаряда q ($-e < q < e$) в однозонном приближении (т.е. при пренебрежении зинеровским туннелированием в верхнюю зону) можно написать в следующем виде [1,4,6]:

$$\frac{d\theta}{d\tau} + g(\theta) = v, \quad (1)$$

где $\theta = 2\pi \frac{q}{2e}$ — нормированный квазизаряд, $\tau = \omega_c t$ — время в единицах характерного периода частоты, определяемое выражением $\omega_c = \frac{V_c}{eR}$, R — сопротивление

перехода. В уравнение (1) также введены обозначения: $v = \frac{V}{V_c}$, $V_c = \max[V(q)]$, $V(q) = \frac{dE_0(q)}{dq}$, $E_0(q)$ — закон дисперсии для нижней зоны. Функция $g(\theta)$ в уравнении (1) является периодической функцией нормированного квазизаряда и дается выражением

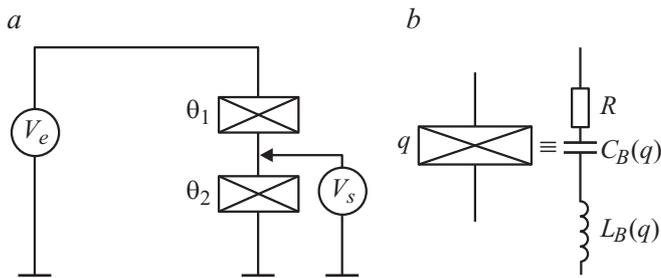
$$g(\theta) = \frac{V(q)}{V_c}. \quad (2)$$

Характерной особенностью малых джозефсоновских переходов является нелинейная знакопеременная дифференциальная блоховская емкость $C_B(q)$, определяемая выражением

$$C_B(q) = \left(\frac{dV(q)}{dq} \right)^{-1}. \quad (3)$$

Уравнение (1) было использовано для оценки флуктуаций края туннелирования в малых джозефсоновских переходах [4]. Недавно в работе [6] было показано, что уравнение динамики нормированного квазизаряда θ в малых переходах должно включить и так называемый индуктивный член („Блоховская индуктивность“). Учет блоховской индуктивности приводит к изменению динамики при движении системы вдоль дна основной зоны и это математически эквивалентно введению в уравнение (1) члена, связанного со второй производной нормированного квазизаряда θ ([6] и ниже).

Компараторы на джозефсоновских переходах являются основными структурными элементами сверхпроводниковой электроники. Хорошо известно, что включение джозефсоновских переходов по балансному принципу (пара Гото) значительно повышает чувствительность таких компараторов. Свойства балансного компаратора на обыкновенных джозефсоновских переходах подробно изучены в работах [7–10]. Балансный принцип построения компараторов в полупроводниковой электронике известен давно и широко изучена в литературе [11–13]. Динамические свойства балансного компаратора на малых джозефсоновских переходах впервые изучены в



Эквивалентная схема балансного компаратора: (а) и джозефсоновского перехода с кулоновской блокадой (b).

работе [14]. Однако при изучении переходной характеристики балансного компаратора на малых переходах в проведенных в [14] вычислениях использовалось уравнение (1), пренебрегающее эффектами блоховской индуктивности. Влияние блоховской индуктивности, введенное в работе [6], на динамику компаратора до сих пор не было анализировано. В связи с этим в настоящей работе мы развиваем теорию балансных компараторов на малых джозефсоновских переходах с учетом влияния блоховской индуктивности на динамику процессов.

Основные уравнения

Для анализа динамики балансных компараторов на малых джозефсоновских переходах с учетом блоховской индуктивности будем пользоваться уравнениями [6] (рисунок, а)

$$l_B(\theta_1) \frac{d^2\theta_1}{d\tau^2} + \frac{d\theta_1}{d\tau} + g(\theta_1) = v_e, \quad (4)$$

$$l_B(\theta_2) \frac{d^2\theta_2}{d\tau^2} + \frac{d\theta_2}{d\tau} + g(\theta_2) = v_c + v_s, \quad (5)$$

где $v_e = V_e/V_c$ — напряжение, возникающее в цепи под действием стробимпульса, $v_s = V_s/V_c$ — сигнальное напряжение. В уравнениях введены обозначения для нормированной блоховской индуктивности

$$l_B(\theta) = \frac{L_B \left(\frac{e}{\pi} \theta \right)}{L_{J0}}, \quad L_{J0} = \frac{\Phi_0}{2\pi I_c}, \quad (6)$$

где Φ_0 — квант магнитного потока. Блоховская индуктивность $l_B(\theta)$ в уравнениях (4) и (5) является позитивной периодической функцией квазизаряда θ . Соответствующая эквивалентная схема малого джозефсоновского перехода представлена на рисунке, b. Общее выражение для $l_B(\theta)$ представлено в работе [6]. В наших вычислениях мы будем пользоваться асимптотическими выражениями для блоховской индуктивности $l_B(\theta)$.

Надо заметить, что уравнения (4) и (5) без первых членов, т.е. пренебрегающие блоховской индуктивностью, были использованы в [14] при изучении переходной характеристики балансного компаратора на ма-

лых джозефсоновских переходах. Периодическая функция $g(\theta) = \frac{v(q)}{V_c}$ в уравнениях (4), (5) заменяет член $\sin \theta$ в обыкновенных уравнениях Джозефсона и задается выражением [1–3,14]

$$g(\theta) = \frac{\theta - \theta^3}{\sqrt{(\theta^2 - 1)^2 + \frac{\kappa^2}{4}}}. \quad (7)$$

Как и для любого компаратора, величина временного разрешения может быть определена с помощью переходной характеристики $H(t)$ [10,11], которая представляет собой выходной сигнал компаратора, V_{out} , при подаче на вход компаратора сигнала в виде малой ступеньки напряжения $V_s = V_0 l(t)$. При этом временное разрешение обычно определяется как время нарастания переходной характеристики $H(t)$ от уровня 0.1 до 0.9 ее максимального значения, где t обозначает время задержки (опережения) стробимпульса относительно ступеньки.

Динамическое поведение балансного компаратора на малых джозефсоновских переходах определяется двумя контрольными параметрами v_e и v_s . Для малых приращений квазизаряда $\delta\theta = \theta_1 - \theta_2$ по отношению к импульсу v_s имеет место система уравнений

$$l_B(\theta_+) \frac{d^2\delta\theta}{d\tau^2} + \frac{d\delta\theta}{d\tau} + \frac{dv}{d\theta}(\theta_+) \delta\theta = v_s, \quad (8)$$

$$l_B(\theta_1) \frac{d^2\theta_1}{d\tau^2} + \frac{d\theta_1}{d\tau} + v(\theta_1) = v_e, \quad (9)$$

где $\theta_+ = (\theta_1 + \theta_2)/2$. Асимптотическое решение (9) для напряжения v на переходе при линейно нарастающем внешнем напряжении $v_e = \alpha t$ (α — безразмерный параметр скорости нарастания напряжения стробимпульса) имеет вид

$$v = \begin{cases} \alpha t & \text{при } \tau \ll 1/\alpha, \\ \begin{cases} \left[-\frac{\kappa}{2}(\alpha\tau - 1) + \left(\frac{\kappa^2}{4}(\alpha\tau - 1)^2 - \frac{1}{27} \right)^{1/2} \right]^{1/3} \\ + \left[-\frac{\kappa}{2}(\alpha\tau - 1) - \left(\frac{\kappa^2}{4}(\alpha\tau - 1)^2 - \frac{1}{27} \right)^{1/2} \right]^{1/3} \end{cases} & \text{при } 1/\alpha < \tau < \tau_0, \\ \frac{6\kappa l_B e}{(\tau_D - \tau)^2} & \text{при } \tau_0 < \tau < \tau_D, \end{cases} \quad (10)$$

где $\tau_0 = \frac{1}{\alpha} + \frac{2}{3^{3/2}\alpha\kappa}$. В уравнении (10) вблизи $\theta \approx \pi$ блоховскую индуктивность $l_B(\theta)$ можно аппроксимировать выражением [6]

$$l_B(\theta) \approx \left(1 + \frac{1}{\sqrt{2\kappa}} \right). \quad (11)$$

Первый участок в уравнении (10) соответствует линейной зарядке конденсатора, второй участок соответствует началу действия отрицательного участка нелинейной блоховской емкости $C_B(q)$, что приводит к задержке

достижения уровня $\theta \approx \pi$ на величину $\frac{2}{3^{3/2}} \alpha \kappa$. Как видно из последней формулы, учет кулоновских эффектов $\kappa \ll 1$ увеличивает такую задержку. Третий участок соответствует приближению θ_+ в бесконечность, что эквивалентно прохождению конечного тока через переход, τ_D — время ухода квазизаряда в бесконечность, которое можно принять за время задержки, вычисляется уравнением

$$\tau_D \approx \frac{1}{\kappa^{1/5}} \frac{l_B^{2/5}}{\alpha^{1/5}} \frac{\Phi_0}{2\pi I_c R}. \quad (12)$$

Результаты и обсуждения

Переходная характеристика $H(t)$ балансного компаратора на малых джозефсоновских переходах с учетом блоховской индуктивности l_B была вычислена с использованием вышеприведенных результатов. Поскольку нас интересует динамика квазизаряда при $\theta < \pi$, при вычислениях мы пользовались асимптотическим решением (10). В отличие от результата, полученного в [14], переходная характеристика $H(t)$ балансного компаратора на малых джозефсоновских переходах с учетом блоховской индуктивности имеет осциллирующий характер. Такое поведение обусловлено присутствием полного набора реактивных элементов в эквивалентной схеме малых джозефсоновских переходов (рисунок, *b*). Используя переходную характеристику $H(\tau)$ и вышеприведенное определение временного разрешения, для $\delta\tau$ находим

$$\delta\tau \approx 1.15 \left(1 + \frac{1}{\sqrt{2\kappa}} \right) \frac{\Phi}{2\pi I_c R}. \quad (15)$$

Для реальных значений сопротивлений $R = 5.2 \text{ к}\Omega$ и критических токов $I_c = 0.1 \text{ }\mu\text{А}$ малых джозефсоновских переходов, при которых проявляются блоховские осцилляции, можно достичь временное разрешение на уровне 0.1 ps . При вычислениях параметр, характеризующий уровень проявления кулоновских эффектов $\kappa = \frac{E_L}{E_C}$, положили равным 0.333 . Как следует из вышеприведенного выражения (13), временное разрешение $\delta\tau$ ухудшается с дальнейшим уменьшением параметра κ . Физически это связано с замедлением процесса „капания“ (туннелирования) куперовских пар из одного электрода в другой малого джозефсоновского перехода.

Кулоновская блокада в высокотемпературных сверхпроводниках экспериментально была реализована в висмутовых купратных соединениях [15]. Известно, что эти соединения являются высокоанизотропными и связь между слоями носит джозефсоновский характер. Как отмечено в работе [16], эффекты кулоновской блокады в этих соединениях усиливаются за счет низкоразмерности. По нашему мнению, на субмикронных висмутовых кристаллах могут быть реализованы балансные джозефсоновские компараторы с блоховскими осцилляциями. Меняя размеры вырезанных кристаллов, можно обнаружить вышепредсказанный эффект изменения временного разрешения.

Таким образом, в настоящей работе исследована динамика балансных компараторов на малых джозефсоновских переходах. Кулоновская блокада в таких системах учитывается включением в эквивалентную систему блоховской индуктивности. Оценки показывают достижимость временного разрешения на уровне десятых долей пикосекунды. Показано, что временное разрешение становится худшим при уменьшении размеров малых джозефсоновских переходов.

Данная работа частично поддержана грантом TÜBİTAK 111E191.

Список литературы

- [1] Likharev K.K., Zorin A.B. // J. Low Temp. Phys. 1985. Vol. 59. P. 347–382.
- [2] Аверин Д.В., Зорин А.Б., Лухарев К.К. // ЖЭТФ. 1985. Т. 88. С. 692–704.
- [3] Kuzmin L.S., Haviland D.B. // Phys. Rev. Lett. 1991. Vol. 67. P. 2890–2893.
- [4] Аскерзаде И.Н. // ЖТФ. 2003. Т. 73. Вып. 11. С. 140–142.
- [5] Аскерзаде И.Н. Письма в ЖТФ. 2005. Т. 31. Вып. 16. С. 8–11.
- [6] Zorin A.B. // Phys. Rev. Lett. 2006. Vol. 96. P. 167 001.
- [7] Аскерзаде И.Н. // ЖТФ. 2006. Т. 76. № 4. С. 1–8.
- [8] Аскерзаде И.Н., Корнев В.К. // Радиотехника и электроника. 1994. Т. 39. № 4. С. 869–875.
- [9] Аскерзаде И.Н. // ЖТФ. 2000. Т. 70. Вып. 1. С. 68–71.
- [10] Аскерзаде И.Н. // Автоматика и вычислительная техника. 2014. Т. 48. Вып. 4. С. 66–72.
- [11] Карклиниш В.Г., Херманис Е.Х. Двусторонние преобразователи частот. Riga; Zinatne, 1980.
- [12] Бейнер Е., Круминш К. // Автоматика и вычислительная техника. 2011. Т. 45. № 6. С. 21–30.
- [13] Круминш К., Плоциньш В. // Автоматика и вычислительная техника. 2013. Т. 47. № 5. С. 80–88.
- [14] Аскерзаде И.Н., Samet R. // Письма в ЖТФ. 2008. Т. 34. Вып. 17. С. 26–31.
- [15] Latyshev Y.T., Kim S.J., Yamashita T. // Письма в ЖЭТФ. 1999. Т. 69. Вып. 17. С. 75–80.
- [16] Likharev K.K., Matsuoka K.A. // Appl. Phys. Lett. 1994. Vol. 67. P. 3037–3039.