

05

## Размерный эффект при формировании и разрушении стабильных токовых состояний композитов на основе высокотемпературных сверхпроводников

© В.Р. Романовский

НИЦ „Курчатовский институт“,  
123182 Москва, Россия,  
Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана,  
105005, Москва, Россия  
e-mail: romanovskii@aol.com

(Поступило в Редакцию 16 декабря 2015 г.)

Исследовано влияние поперечных размеров композитного проводника, изготовленного из высокотемпературного сверхпроводника, на динамику его теплоэлектродинамических состояний при вводе тока с постоянной скоростью. Выполнен анализ физических особенностей формирования стабильных режимов, которые характеризуются неравномерным распределением электрического поля и транспортного тока по сечению композита. Показано, что при определении критической плотности тока сверхпроводящих материалов на основе использования их вольт-амперных характеристик существуют нижняя и верхняя границы электрических напряжений, определяющие допустимый диапазон измерений. Установлено, что при полном проникновении вводимого тока внутрь композита условия его стабильности характеризуются размерным эффектом, согласно которому имеют место различия в условиях устойчивости токовых состояний сверхпроводящих композитов с одинаковой площадью поперечного сечения, но с различными поперечными размерами. Сформулировано условие отсутствия неустойчивых состояний при частичном заполнении транспортным током поперечного сечения композита.

### Введение

Изучение макроскопических электродинамических и тепловых механизмов формирования устойчивых состояний сверхпроводников и изготовленных на их основе композитных проводников, нахождение условий разрушения их сверхпроводящих свойств при внешних воздействиях различной природы представляет собой одну из актуальных проблем физики сверхпроводников. Проводимый при этом анализ важен как с общезначимой, так и с прикладной точек зрения. Он позволяет оценить условия стабильной работоспособности сверхпроводящих устройств, подверженных воздействию интенсивных внешних нагрузок. Как следствие, макроскопическая электродинамика сверхпроводников лежит в основе решения многих проблем технической сверхпроводимости [1–3]. При этом, как следует из работ [4–6], корректное определение условий возникновения магнитных или токовых неустойчивостей должно учитывать неизбежное повышение температуры сверхпроводника уже на стадии устойчивых состояний. В этом случае стабильное изменение теплового состояния сверхпроводящего провода, зависящее от свойств сверхпроводящей и несверхпроводящей его частей, будет также зависеть от его формы. Однако выполненные к настоящему времени исследования не позволяют ответить на вопрос о влиянии поперечных размеров сверхпроводящего провода на теплоэлектродинамические процессы, которые будут происходить при вводе в него тока. В связи с этим в настоящей работе выполнен анализ влияния размерного

эффекта на формирование стабильных сверхпроводящих состояний композитных проводников и условия их разрушения.

### Модель

В общем случае динамика макроскопических состояний сверхпроводящих токонесущих элементов должна быть описана многомерными нестационарными уравнениями Фурье и Максвелла, которые позволяют учесть пространственные и временные особенности неизолированного проникновения электромагнитного поля внутрь неоднородной структуры композита заданной геометрии [7–9]. Однако данный подход связан со значительным объемом вычислений, выполняемых для конкретного токонесущего элемента. Поэтому он существенно ограничивает формулировку общих физических закономерностей, лежащих в основе формирования макроскопических состояний композитных сверхпроводников. В связи с этим рассмотрим упрощенную постановку задачи о вводе тока в тонкую бесконечно длинную охлаждаемую сверхпроводящую ленту шириной  $2b$  и толщиной  $2a$  ( $-a < x < a$ ,  $-b < y < b$ ,  $-\infty < z < \infty$ ,  $b \gg a$ ) с площадью поперечного сечения  $S$  и периметром охлаждения  $p$ . Предположим, что:

- внешние тепловые возмущения отсутствуют,
- постоянное внешнее магнитное поле  $B$  полностью проникло внутрь ленты и его изменением в продольном направлении можно пренебречь,

— ток, который в начальный момент отсутствует, вводится в направлении оси  $z$  с постоянной скоростью  $dI/dt$ ,

— магнитное поле введенного тока мало по сравнению с внешним магнитным полем,

— критическая плотность тока сверхпроводника  $J_c(T, B)$  зависит от температуры  $T$  и индукции магнитного поля  $B$ ,

— вольт-амперная характеристика сверхпроводника удовлетворяет степенному уравнению с показателем нарастания  $n = \text{const}$ ,

— тонкие сверхпроводящие жилы, равномерно распределенные по сечению пластины с коэффициентом заполнения  $\eta$ , не приводят к возникновению магнитных неустойчивостей,

— поверхность ленты охлаждается хладагентом при температуре  $T_0$  с коэффициентом теплоотдачи  $h$ .

В соответствии с данными предположениями и финитным характером проникновения тока внутрь сверхпроводника [10] следующая система уравнений

$$C(T) \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left( \lambda(T) \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \begin{cases} 0, & 0 < x < x_p, \\ EJ, & x_p < x < a, \end{cases} \quad (1)$$

$$\mu_0 \frac{\partial J}{\partial t} = \frac{\partial^2 E}{\partial x^2}, \quad t > 0, \quad 0 \leq x_p < x < a \quad (2)$$

с начальными и граничными условиями

$$T(x, 0) = T_0, \quad E(x, 0) = 0, \quad (3)$$

$$\frac{\partial T}{\partial x}(0, t) = 0, \quad \lambda \frac{\partial T}{\partial x}(a, t) + h[T(a, t) - T_0] = 0, \quad (4)$$

$$\begin{cases} E(x_p, t) = 0, & x_p > 0, \\ \frac{\partial E}{\partial x}(0, t) = 0, & x_p = 0, \end{cases} \quad (5)$$

$$\frac{\partial E}{\partial x}(a, t) = \frac{\mu_0}{4b} \frac{dI}{dt}$$

позволяет описать одномерную динамику температурного  $T(x, t)$  и электрического  $E(x, t)$  полей в рассматриваемой сверхпроводящей ленте.

В уравнении (1) объемную теплоемкость ленты с учетом теплоемкости сверхпроводника  $C_s$  и матрицы  $C_m$  определим как

$$C(T) = \eta C_s(T) + (1 - \eta) C_m(T)$$

в соответствии с правилом аддитивности. Коэффициент теплопроводности ленты для рассматриваемой композитной структуры будем рассчитывать по формуле

$$\lambda(T) = 2.45 \cdot 10^{-8} T(1 - \eta)/(1 + \eta)/\rho_m(T, B)$$

согласно закону Видемана–Франца и принимая во внимание только удельное сопротивление матрицы. Глубина

проникновения транспортного тока  $x_p$  следует из закона сохранения введенного тока [10]

$$4b \int_{x_p}^a J(x, t) dx = \frac{dI}{dt} t. \quad (6)$$

Общая плотность тока  $J(x, t)$ , плотности токов в сверхпроводящей части ленты  $J_s$  и в матрице  $J_m$  согласно уравнениям Кирхгофа удовлетворяют уравнениям

$$J = \eta J_s + (1 - \eta) J_m, \quad (7)$$

$$E = E_c \left( \frac{J_s}{J_c(T, B)} \right)^n = J_m \rho_m(T, B). \quad (8)$$

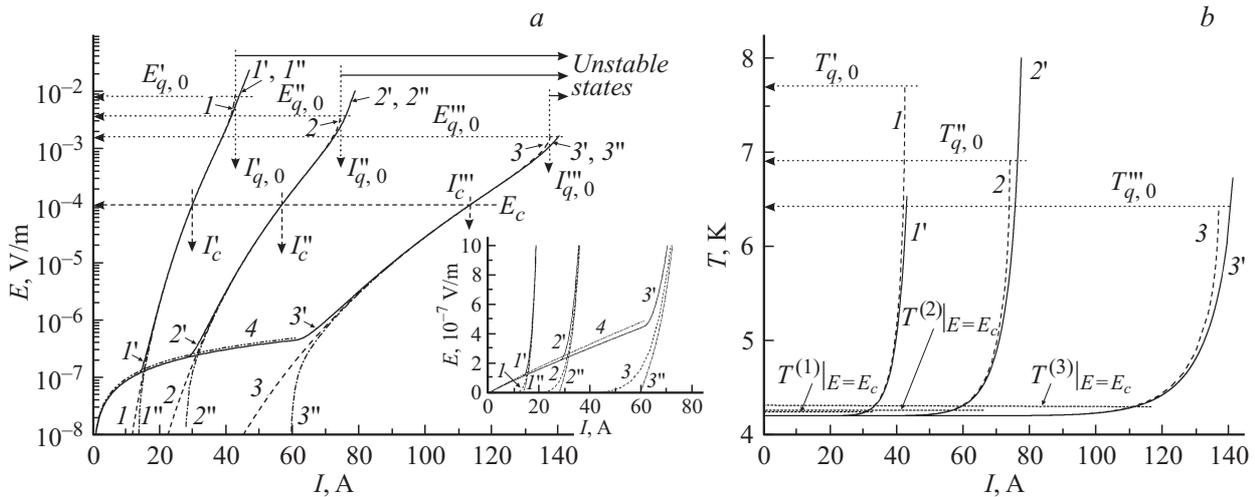
Здесь  $E_c$  — априори заданное значение напряженности электрического поля, на основании которого вводится критическая плотность тока сверхпроводника  $J_c$ . Последнюю как функцию температуры и индукции магнитного поля опишем выражением [1–3]

$$J_c(T, B) = J_{c0}(B) \frac{T_{cB}(B) - T}{T_{cB}(B) - T_0}, \quad (9)$$

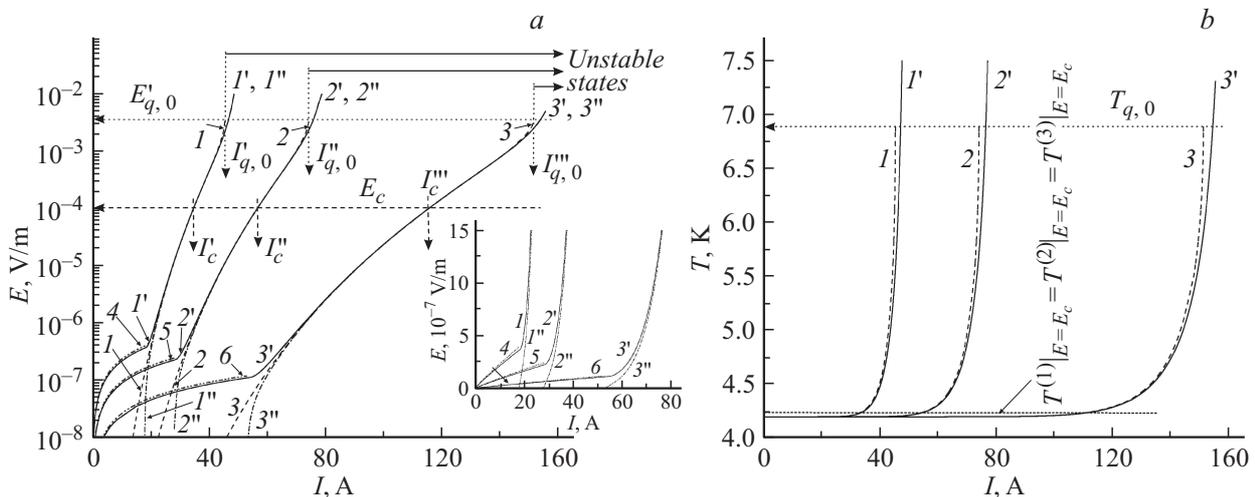
в котором  $J_{c0}$  и  $T_{cB}$  — заданные критические плотность тока и температура сверхпроводника соответственно.

## Результаты и их обсуждение

На рис. 1–5 приведены результаты, полученные на основе численного решения системы уравнений (1)–(9). Они отражают характерные особенности формирования теплоэлектродинамических состояний сверхпроводящей ленты при изменении ее поперечных размеров. Расчеты проводились для ленты на основе  $\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{CaCu}_2\text{O}_8$ , покрытой серебром, помещенной во внешнее магнитное поле с индукцией  $B = 10$  Т и охлажденной в начальный момент времени до температуры  $T_0 = 4.2$  К. При этом коэффициент заполнения полагался равным  $\eta = 0.2$ , а скорость ввода тока —  $dI/dt = 10$  А/с. Расчеты выполнялись в предположении, что  $S/p = a$  и условия охлаждения соответствуют условиям, которые имеют место при охлаждении магнитной системы криокулером [11]. Соответственно коэффициент теплоотдачи принимался равным  $h = 10$  Вт/(м<sup>2</sup>К). Как и в [12], были заданы следующие исходные параметры сверхпроводника:  $n = 10$ ,  $E_c = 10^{-4}$  В/м,  $T_{cB} = 26.1$  К,  $J_{c0} = 1.52 \cdot 10^8$  А/м<sup>2</sup>. Температурная зависимость теплоемкости  $\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{CaCu}_2\text{O}_8$  рассчитывалась по формуле  $C_s = 58.5T + 22T^3$  Дж/(м<sup>3</sup>К) при  $T < 10$  К, а объемная теплоемкость серебряной матрицы  $C_m$  была вычислена согласно [13]. Для описания ее удельного электрического сопротивления  $\rho_m$  как функции температуры и индукции магнитного поля использовались данные [13,14] в предположении, что  $\rho_m(273 \text{ К})/\rho_m(4.2 \text{ К}) = 10$ , где  $\rho_m(273 \text{ К}) = 1.48 \cdot 10^{-8}$  Ом · м.



**Рис. 1.** Влияние толщины ленты на вольт-амперную (a) и температурно-амперную (b) характеристики: 1 —  $a = 0.095 \cdot 10^{-3}$  м, 2 —  $a = 0.19 \cdot 10^{-3}$  м, 3 —  $a = 0.38 \cdot 10^{-3}$  м.



**Рис. 2.** Влияние ширины ленты на вольт-амперную (a) и температурно-амперную (b) характеристики: 1 —  $b = 1.225 \cdot 10^{-3}$  м, 2 —  $b = 2.45 \cdot 10^{-3}$  м, 3 —  $b = 4.9 \cdot 10^{-3}$  м.

Влияние толщины ленты на формирование ее теплоэлектродинамических состояний показано на рис. 1. Расчеты проводились при  $2b = 4.9 \cdot 10^{-3}$  м. Особенности нарастания напряженности электрического поля и температуры при варьировании ширины ленты с толщиной  $2a = 0.38 \cdot 10^{-3}$  м изображены на рис. 2. На данных рисунках результаты численных расчетов напряженности электрического поля и температуры на поверхности ленты изображены кривыми  $I', 2', 3'$ , а в центре — кривыми  $I'', 2'', 3''$ . На вставках к рис. 1, a и 2, a начальные стадии исследуемых токовых состояний изображены более детально.

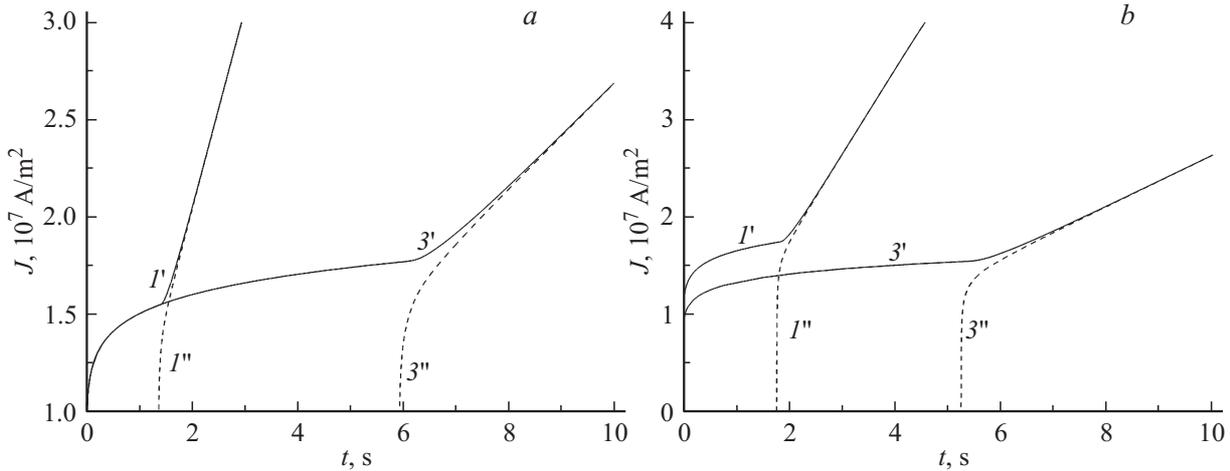
Пунктирные кривые  $I-3$  на рис. 1, 2 представляют результаты расчетов, выполненных в рамках нуль-мерного приближения, которое имеет место при  $dI/dt \rightarrow 0$  [15]. В этом случае, согласно [16], зависимости плотности транспортного тока и температуры от напряженности

электрического поля описываются выражениями

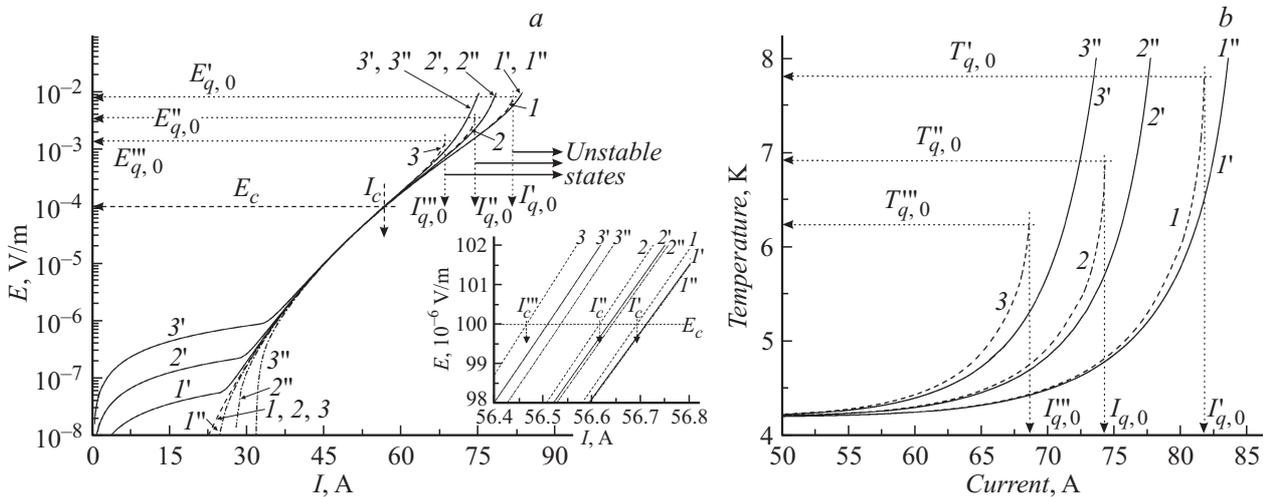
$$J = \left( \frac{\eta J_{c0}}{E_c^{1/n}} E^{1/n} + \frac{1-\eta}{\rho_m} E \right) / \left[ 1 + \frac{J_{c0}}{E_c^{1/n}} \frac{\eta S}{hp(T_{cB} - T_0)} E^{\frac{n+1}{n}} \right],$$

$$T = T_0 + \frac{ES}{hp} \left( \frac{\eta J_{c0}}{E_c^{1/n}} E^{1/n} + \frac{1-\eta}{\rho_m} E \right) / \left[ 1 + \frac{J_{c0}}{E_c^{1/n}} \frac{\eta S}{hp(T_{cB} - T_0)} E^{\frac{n+1}{n}} \right]. \quad (10)$$

При частичном заполнении транспортным током поперечного сечения ленты ее температура незначительно отличается от температуры охладителя, как это следует из рис. 1, b и 2, b. Поэтому данные состояния с хорошей



**Рис. 3.** Изменение плотности транспортного тока на поверхности (кривые  $I'$  и  $3'$ ) и в центре (кривые  $I''$  и  $3''$ ) ленты при варьировании толщины ( $a$ :  $I', I''$  —  $a = 0.095 \cdot 10^{-3}$  м,  $b = 2.45 \cdot 10^{-3}$  м;  $3', 3''$  —  $a = 0.38 \cdot 10^{-3}$  м,  $b = 2.45 \cdot 10^{-3}$  м) и ширины ( $b$ :  $I', I''$  —  $a = 0.19 \cdot 10^{-3}$  м,  $b = 1.225 \cdot 10^{-3}$  м;  $3', 3''$  —  $a = 0.19 \cdot 10^{-3}$  м,  $b = 4.9 \cdot 10^{-3}$  м) ленты.



**Рис. 4.** Вольт-амперные ( $a$ ) и температурно-амперные ( $b$ ) характеристики ленты при варьировании ее толщины и ширины в случае, когда площадь поперечного сечения ленты остается постоянной.

степенью точности могут быть описаны автомодельным приближением, предложенным в [10]. Кривые 4–6 (пунктир–точка–точка) на рис. 1,  $a$  и 2,  $a$  соответствуют состояниям, моделирование которых было выполнено на его основе. В этом случае динамика электрического поля, индуцированного в ленте вводимым током, описывается формулами

$$E(x, t) = \begin{cases} 0, & \\ \frac{\mu_0}{4b} \frac{dI}{dt} (x - x_p), & x_p \leq x \leq a, \end{cases}$$

$$x_p(t) = a - \left( \frac{n+1}{n} t \right)^{\frac{n}{n+1}} \left( \frac{\mu_0}{4b} \frac{dI}{dt} \right)^{\frac{n-1}{n+1}} \left[ \frac{E_c}{\mu_0^n \eta^n J_{c0}^n} \right]^{\frac{1}{n+1}}.$$

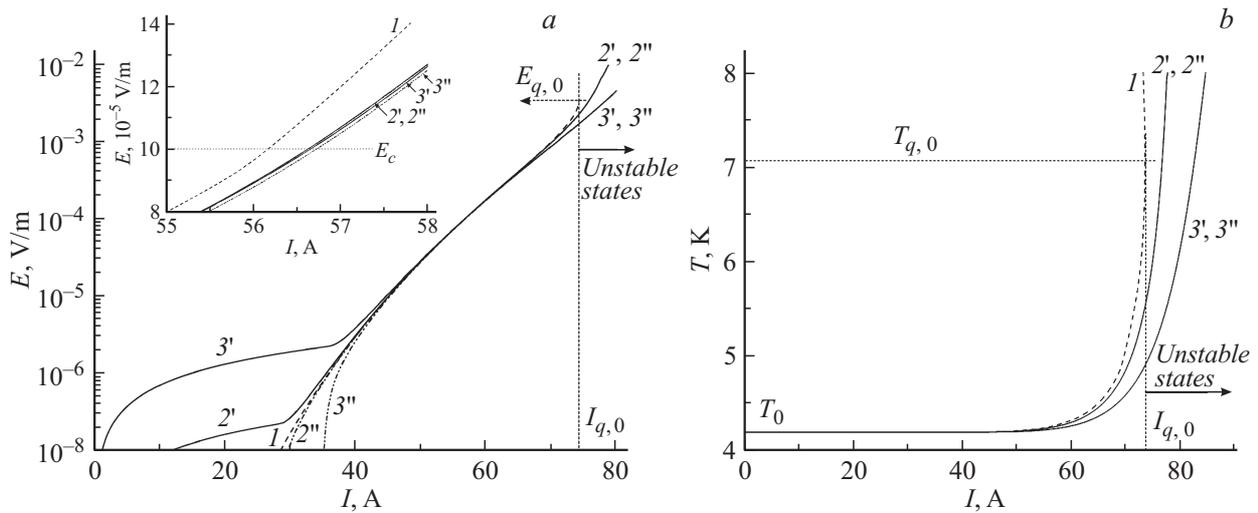
Они позволяют значительно упростить анализ особенностей формирования существенно неоднородных состояний ленты. В частности, найти время  $t_f$ , за которое ток

полностью заполнит все поперечное сечение ленты и соответствующую напряженность электрического поля на ее поверхности  $E_f$ . Их значения равны

$$t_f = \frac{n}{n+1} \frac{\mu_0 \eta J_{c0}}{E_c^{1/n}} a^{\frac{n+1}{n}} \left( \frac{\mu_0}{4b} \frac{dI}{dt} \right)^{\frac{1-n}{n}},$$

$$E_f = \frac{\mu_0}{4b} \frac{dI}{dt} a.$$

Из данных формул следует, что время полного заполнения током поперечного сечения ленты увеличивается пропорционально увеличению ее толщины или ширины ( $t_p \sim ab$ ). В то же время максимальное значение напряженности электрического поля на поверхности ленты в режиме частичного заполнения будет увеличиваться с увеличением толщины ленты, но будет тем меньше, чем больше ее ширина ( $E_f \sim a/b$ ). Приведенные



**Рис. 5.** Влияние скорости ввода тока на вольт-амперную (а) и температурно-амперную (b) характеристики ленты при  $a = 0.19 \cdot 10^{-3}$  м,  $b = 2.45 \cdot 10^{-3}$  м.

на рис. 1, а и 2, а кривые наглядно демонстрируют эти закономерности. В частности, из рис. 1, а и 2, а следует, что значения напряженности индуцированного транспортным током электрического поля, меньше, чем  $10^{-6}$  В/м, могут приводить к некорректным измерениям критического тока сверхпроводника. Этот вывод необходимо учитывать при экспериментальном определении критического тока технических сверхпроводников.

Обсудим влияние геометрических размеров ленты на длительность начальной стадии формирования режима полного проникновения ( $E \geq E_f$ ). Из уравнения (2) следует оценка  $\partial J / \partial t \sim \partial^2 E / \partial x^2 \sim E_f / a^2$ . Соответственно длительность переходного процесса от неоднородных к однородным состояниям в режиме полного проникновения тока будет возрастать при увеличении ширины или толщины ленты, уменьшении скорости ввода тока. Существование данных закономерностей, обусловленных размерным эффектом, иллюстрирует рис. 3, где представлено изменение плотности тока на поверхности и в центре ленты. Их также необходимо учитывать при определении критических свойств сверхпроводников в области низких электрических напряжений ( $E < 10^{-4}$  В/м). Согласно автомодельному приближению, нетрудно найти значение электрического напряжения, ниже которого измерение критической плотности тока при непрерывном вводе тока не является корректным. Оно равно

$$V_0 = 2 \int_0^a E dx = \frac{\mu_0 a^2}{2b} \frac{dI}{dt}.$$

Отличие динамических  $E(I)$  и  $T(I)$  характеристик от стационарных наблюдается не только при частичном проникновении тока внутрь ленты, но и в режиме полного проникновения. Во-первых, это связано с конечной скоростью ввода тока, когда, как показывают расчеты,

даже при малых скоростях неравномерное распределение электрического поля может иметь место не только на начальной стадии режима полного проникновения тока, но и при значениях напряженности электрического поля, обычно используемых при измерениях критической плотности тока сверхпроводника ( $E \sim 10^{-4}$  В/м). Во-вторых, токовые неустойчивости могут возникать в закритической области электрических напряжений ( $E > E_c$ ). В этом случае им предшествует стабильный нагрев сверхпроводника (рис. 1, б, 2, б). В связи с этим следует подчеркнуть, что наличие конечного перегрева сверхпроводника в диапазоне  $E \sim 10^{-4}$  В/м следует принимать во внимание при измерениях критического тока сверхпроводника. Поэтому измерение критического тока в области повышенных значений напряженности электрического поля ( $E > 10^{-4}$  В/м) может приводить к искажению измеряемых значений от истинных в силу неизбежного отличия температуры сверхпроводника от температуры хладагента. Как следствие перегрева ленты наклон ее динамических  $E(I)$  и  $T(I)$  характеристик оказывается положительным даже в области неустойчивых состояний. Этот эффект связан с влиянием теплоемкости ленты на процессы формирования ее теплоэлектродинамических состояний [6]. Последняя возрастает с увеличением вводимого тока в силу соответствующего нарастания температуры ленты уже на стадии стабильных состояний. Поэтому статические значения  $E(I)$  и  $T(I)$  всегда превышают соответствующие динамические значения. В рамках статического приближения (10) граница устойчивых состояний определяется из условия  $\partial E / \partial J \rightarrow \infty$  [15]. Соответственно значение напряженности электрического поля  $E_{q,0}$ , после превышения которого стабильность введенного тока нарушается, следует

из решения трансцендентного уравнения

$$\frac{\eta J_{c0}}{n E_c^{1/n}} E_{q,0}^{(1-n).n} - \left( \frac{\eta J_{c0}}{E_c^{1/n}} \right)^2 \frac{S}{hp(T_{CB} - T_0)} E_{q,0}^{2/n} = \frac{1 - \eta}{\rho_m} \left[ \frac{\eta J_{c0}}{n E_c^{1/n}} \frac{S}{hp(T_{CB} - T_0)} E_{q,0}^{(n+1)/n} - 1 \right], \quad (11)$$

а соответствующие значения тока срыва  $I_{q,0}$  и температуры композита  $T_{q,0}$  равны

$$I_{q,0} = \frac{\frac{\eta J_{c0}}{E_c^{1/n}} E_{q,0}^{1/n} + \frac{1-\eta}{\rho_m} E_{q,0}}{1 + \frac{\eta J_{c0}}{E_c^{1/n}} \frac{S}{hp(T_{CB} - T_0)} E_{q,0}^{(n+1)/n}} S, \quad (12)$$

$$T_{q,0} = T_0 + (T_{CB} - T_0) \frac{\eta + \frac{1-\eta}{\rho_m} \frac{E_c^{1/n}}{J_{c0}} E_{q,0}^{(n-1)/n}}{\eta + \frac{hp(T_{CB} - T_0)}{S} \frac{E_c^{1/n}}{J_{c0}} E_{q,0}^{-(n+1)/n}}. \quad (13)$$

Соответствующие значения приведены на рис. 1, 2, которые наглядно демонстрируют стабилизирующую роль теплоемкости в формировании динамических  $E(I)$ - и  $T(I)$ -характеристик. Именно поэтому динамические  $E(I)$ - и  $T(I)$ -характеристики не позволяют найти ток срыва — граничное значение между стабильными и нестабильными состояниями. В результате транспортные токи, превышающие соответствующие значения  $I_{q,0}$ , уже не являются стабильными, несмотря на положительный наклон динамических характеристик  $E(I)$  и  $T(I)$ .

Следует отметить, что даже при наличии хорошо проводящей серебряной матрицы, в которой находится рассматриваемый сверхпроводник, конечная величина кондуктивного потока тепла в хладагент влияет на значение тока возникновения неустойчивости. Однако обсуждение данной проблемы выходит за рамки настоящего исследования и требует отдельного представления. Сформулируем тем не менее общий вывод о влиянии неравномерного распределения температуры на условия устойчивости вводимого тока: тепловая неоднородность электродинамических состояний сверхпроводящих композитов оказывает дестабилизирующее влияние на их устойчивость. Можно показать, что этот эффект обусловлен повышенным значением средней температуры композита по сравнению с соответствующим значением, которое следует из нуль-мерной модели (10).

Обсудим влияние размерного эффекта на условия возникновения токовых неустойчивостей. Как следует из (10) и рис. 2, в рамках рассматриваемого приближения ( $b \gg a$ ,  $S/p = a$ ) значения  $E_{q,0}$ ,  $T_{q,0}$  и  $I_{q,0}/2b$  не зависят от ширины ленты. В то же время увеличение ее толщины (рис. 1) приводит к увеличению  $I_{q,0}$  и уменьшению  $E_{q,0}$  и  $T_{q,0}$ . Другими словами, условия возникновения токовой неустойчивости в первую очередь зависят от толщины ленты. В основе данной закономерности лежит соответствующее изменение в характере нарастания температуры ленты (рис. 1,  $b$ ), которая оказывает влияние и на значения токов срыва. Действительно, имеют место следующие соотношения:  $I''_{q,0}/I'_{q,0} = 1.74$  при

$a''/a' = 1.9$  и  $I'''_{q,0}/I'_{q,0} = 3.21$  при  $a'''/a' = 3.8$ . Таким образом, неизбежное увеличение температуры ленты перед возникновением неустойчивости, зависящее от ее поперечных размеров, исключает увеличение токов срыва пропорционально увеличению толщины ленты. Как следует из (11)–(13), данный размерный эффект зависит от изменения члена  $\frac{\eta J_{c0} S}{hp(T_{CB} - T_0)}$ , т.е. при прочих равных условиях роль размерного эффекта будет возрастать при увеличении критического тока сверхпроводника.

Таким образом, в основе обсужденных выше особенностей формирования стабильных состояний и условий их разрушения лежит размерный эффект, влияющий на устойчивую работоспособность токонесущих элементов сверхпроводящих магнитных систем. Они приводят к следующему выводу. Если токонесущие элементы имеют одинаковую площадь поперечного сечения, но разные поперечные размеры, то они не будут иметь тождественные условия формирования и разрушения их сверхпроводящего состояния. На рис. 4 приведены результаты численного моделирования нестационарных (кривые 1', 1'', 2', 2'', 3', 3'') и стационарных (кривые 1, 2, 3) теплоэлектродинамических состояний сверхпроводящей пластины, поперечные размеры которой варьировались при условии, что ее площадь поперечного сечения и коэффициент заполнения остаются постоянными. В первом случае расчет проводился на основе решения задачи (1)–(9), а во втором — в рамках нуль-мерной модели (10). Зависимости, описываемые кривыми 1, 1' и 1'', были получены при  $a = 9.5 \cdot 10^{-5}$  м,  $b = 4.9 \cdot 10^{-3}$  м, кривыми 2, 2', 2'' — при  $a = 1.9 \cdot 10^{-4}$  м,  $b = 2.45 \cdot 10^{-3}$  м, а кривыми 3, 3', 3'' — при  $a = 3.8 \cdot 10^{-3}$  м,  $b = 1.225 \cdot 10^{-3}$  м. Прямые горизонтальные и вертикальные линии соответствуют граничным значениям напряженности электрического поля и тока, определенным в стационарном приближении для каждого рассматриваемого случая. Несмотря на то что  $S = \text{const}$ , вследствие размерного эффекта будут наблюдаться следующие закономерности.

Во-первых, могут заметно различаться начальные стадии формирования режима полного проникновения. В результате, чем больше толщина ленты (а значит, меньше ее ширина), тем заметнее не только неравномерное распределение электрического поля по сечению ленты, но и отклонение критического тока, определенного при  $E = E_c$ , от токов, которые будут реально измеряться в экспериментах (см. вставку к рис. 4,  $a$ ). При этом резко возрастает значение  $V_b$ , равное

$$V_b = \frac{2\mu_0 a^3}{S} \frac{dI}{dt}$$

и определяющее минимальный уровень диапазона напряжений при  $S = \text{const}$ , пригодного для измерения критического тока.

Во-вторых, изменение температуры ленты в критической, но стабильной области состояний весьма чувствительно к варьированию поперечных размеров

ленты. В результате при вводе тока будет наблюдаться заметное отличие в крутизне нарастания температуры, а значит, могут заметно отличаться и условия, при которых возникает срыв ввода тока. Действительно, при сохранении площади поперечного сечения ленты ток срыва, вычисленный для состояний, описываемых кривыми  $I, I', I''$ , на 16% больше, чем ток возникновения неустойчивости в композите, формирование состояний которого описывается кривыми  $3, 3', 3''$ . При этом наблюдается следующая тенденция: чем больше толщина композита, тем меньше его допустимый перегрев и ток возникновения неустойчивости. Как следствие, ток возникновения неустойчивости по сравнению с критическим током не возрастает пропорционально увеличению толщины композита. Данная закономерность и обсужденные выше особенности формирования токовых режимов сверхпроводящей ленты подчеркивают важную роль, которую играет при анализе условий устойчивости корректное определение изменения теплового состояния композитных сверхпроводников перед возникновением неустойчивости.

Представленные результаты показывают, что для заданной выше скорости ввода тока возникновение токовой неустойчивости происходит при полном заполнении поперечного сечения композита. Эта особенность сохраняется и при увеличении скорости ввода тока. На рис. 5 приведены стационарные и нестационарные  $E(I)$ - и  $T(I)$ -характеристики композита, которые будут наблюдаться при увеличении  $dI/dt$ . Здесь динамика теплоэлектродинамических состояний ленты на ее поверхности описывается кривыми  $2'$  и  $3'$ , а в центре — кривыми  $2''$  и  $3''$ . Видно, что для используемых исходных параметров нарушение стабильности вводимого тока также происходит при полном проникновении тока внутрь композита. Таким образом, для сверхпроводящих композитов на основе современных высокотемпературных сверхпроводящих материалов характерна закономерность, согласно которой токовые неустойчивости возникают при полном проникновении тока. Однако, как следует из (11)–(13), с увеличением критической плотности тока закритические режимы устойчивости будут трансформироваться в докритические, которые при последующем увеличении  $J_{c0}$  могут привести к состояниям, когда неустойчивость начнет возникать при частичном заполнении током поперечного сечения композита. Из решения уравнений (11) при  $E_q = E_f$  нетрудно найти границу, отделяющую режимы стабильности, нарушение которых происходит при полном и частичном проникновении тока внутрь композита. Соответствующее уравнение может быть записано в виде

$$\frac{\eta J_{c0}}{n E_c^{1/n}} \left( \frac{\mu_0 a}{4b} \frac{dI}{dt} \right)^{\frac{1-n}{n}} - \left( \frac{\eta J_{c0}}{E_c^{1/n}} \right)^2 \frac{a}{h(T_{cB} - T_0)} \left( \frac{\mu_0 a}{4b} \frac{dI}{dt} \right)^{\frac{2}{n}} = \frac{1 - \eta}{\rho_m} \left[ \frac{\eta J_{c0}}{n E_c^{1/n}} \frac{a}{h(T_{cB} - T_0)} \left( \frac{\mu_0 a}{4b} \frac{dI}{dt} \right)^{\frac{n+1}{n}} - 1 \right].$$

В частности, данное уравнение позволяет оценить значение скорости ввода тока, после превышения которой реализация токонесущей способности сверхпроводника будет зависеть от  $dI/dt$ , так как неустойчивости в этом случае будут возникать при частичном проникновении тока внутрь композита. Принимая во внимание общую тенденцию к увеличению критической плотности тока высокотемпературных сверхпроводников, подчеркнем, что роль размерного эффекта в формировании электродинамических состояний композитных сверхпроводников должна быть должным образом учтена уже на стадии проектирования рабочих режимов сверхпроводящих магнитных систем.

## Выводы

Выполненный анализ показывает, что существует допустимый диапазон электрических напряжений, в котором может быть измерен критический ток сверхпроводника. Он зависит от поперечных размеров композита и ограничен как снизу, так и сверху. Допустимая граница минимальных значений электрического напряжения сдвигается в область более высоких напряжений при увеличении толщины ленты или уменьшении ее ширины. Ее существование обусловлено неравномерным распределением электрического поля по сечению композита, возникающим на начальном участке режима полного проникновения транспортного тока. Верхняя граница максимальных значений электрического напряжения является следствием стабильного перегрева сверхпроводника, предшествующего возникновению токовой неустойчивости. Его величина существенно зависит от толщины ленты и может тем самым приводить к отличию измеряемых значений критической плотности тока от значений, которые следуют из априори заданного значения  $E_c$ , предполагающего равенство температур композита и хладагента. В результате в области значений, близких к  $E_c$ , может иметь место неравномерное распределение электрического поля и тока по сечению композита, обусловленное электродинамическими и тепловыми особенностями формирования токовых состояний сверхпроводящих композитов.

Изучено влияние размерного эффекта на стабильность сверхпроводящего состояния композитов. Установлено, что условия возникновения токовых неустойчивостей в сверхпроводящих композитах с одинаковой площадью поперечного сечения, но с различными поперечными размерами будут различаться. Размерный эффект также является следствием зависимости стабильного перегрева композита, предшествующего неустойчивости, от его геометрической формы. Кроме этого, более интенсивное нарастание температуры композита, которое будет наблюдаться при увеличении его толщины, будет сопровождаться и более заметной деградацией токонесущей способности композита.

Данные особенности необходимо учитывать при измерении критического тока сверхпроводящих материалов, прогнозировании режимов их устойчивой работоспособности.

## Список литературы

- [1] *Альтов В.А., Зенкевич В.Б., Кремлев М.Г., Сычев В.В.* Стабилизация сверхпроводящих магнитных систем. М.: Энергоатомиздат, 1984. 312 с.
- [2] *Уилсон М.* Сверхпроводящие магниты. М.: Мир, 1985. 407 с.
- [3] *Гуревич А.В., Миц Р.Г., Рахманов А.Л.* Физика композитных сверхпроводников. М.: Наука, 1987. 240 с.
- [4] *Кейлин В.Е., Романовский В.Р.* // ЖТФ. 1993. Т. 63. № 1. С. 10–21.
- [5] *Романовский В.Р.* // ЖТФ. 1997. Т. 67. № 1. С. 29–33.
- [6] *Лавров Н.А., Ожогина В.К., Романовский В.Р.* // ЖТФ. 2008. Т. 78. Вып. 4. С. 76–81.
- [7] *Wetzko M., Zahn M., Reiss H.* // Cryogenics. 1995. Vol. 35. N 1. P. 375.
- [8] *Lehtonen J., Risto Mikkonen R., Paasi J.* // Physica C. 1998. Vol. 310. N 1–4. P. 340–344.
- [9] *Majoros M., Glowacki B.A., Campbell A.M.* // Physica C. 2002. Vol. 372–376. Part 2. P. 919.
- [10] *Romanovskii V.R.* // Cryogenics. 2002. Vol. 42. N 1. P. 29–37.
- [11] *Bellis R.H., Iwasa Y.* // Cryogenics. 1994. Vol. 34. N 2. P. 129–144.
- [12] *Seto T., Murase S., Shimamoto S., et al.* // Cryog. Eng. 2001. Vol. 36. P. 60–67.
- [13] *Dresner L.* // Cryogenics. 1993. Vol. 33. P. 900–909.
- [14] *Lim H., Iwasa Y.* // Cryogenics. 1997. Vol. 37. P. 789–799.
- [15] *Polak M., Hlasnik I., Krempasky L.* // Cryogenics. 1973. Vol. 13. N 12. P. 702–711.
- [16] *Romanovskii V.R., Watanabe K.* // Physica C — Superconductivity and its applications. 2005. Vol. 416. N 3–4. P. 1–13.