04,08,11

Моделирование локальной структуры, свойств смешения и стабильности твердых растворов Ba_xSr_{1-x}CO₃ методом межатомных потенциалов

© В.Б. Дудникова, Н.Н. Еремин

Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, Москва, Россия

E-mail: VDudnikova@hotmail.com

(Поступила в Редакцию 22 июля 2015 г. В окончательной редакции 14 октября 2015 г.)

> Проведено моделирование твердых растворов стронцианит (SrCO₃)-витерит (BaCO₃) методом межатомных потенциалов. Построены зависимости параметров, объема элементарной ячейки и модуля объемной упругости от состава. Показано, что объем элементарной ячейки и модуль упругости демонстрируют небольшие отрицательные отклонения от аддитивности. Проведен анализ локальной структуры твердых растворов. Для эквимолярного твердого раствора $Ba_x Sr_{1-x} CO_3$ релаксация бариевой и стронциевой позиций составляет 60 и 56% соответственно. Установлено, что энтальпия смешения положительна и достигает максимума 3.4 kJ/mol для эквимолярного состава. Полученные результаты сопоставлены с экспериментальными данными. На основании зависимостей свободной энергии Гиббса от состава в интервале температур 300–1000 K построен сольвус системы $Ba_x Sr_{1-x} CO_3$.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проекты № 15-05-04575, 15-05-06742).

1. Введение

Карбонаты стронция SrCO₃ (стронцианит) и бария ВаСО3 (витерит) принадлежат к семейству ромбических карбонатов и имеют структуру арагонита CaCO3 с девятерной координацией катионов (пр. гр. *Ртсп*). Карбонаты стронция и бария и их твердые растворы находят промышленное использование как руды, являющиеся источником входящих в них металлов. Они также применяются для получения оптического стекла, сегнетокерамики, электрических конденсаторов, оксидных катодов и в целом ряде других производств [1]. Изучение отношения Sr/Ba в природных твердых растворах SrCO₃-BaCO₃ представляет интерес, так как полученные данные могут использоваться в качестве геотермометров для определения температуры формирования практически важных минералов [2]. Наконец, карбонаты стронция и бария изучаются как модельные соединения для биомиметической минерализации [3] вследствие их сходства с арагонитом, распространенным и важным биоминералом с широкой областью практического применения [4].

При повышенных температурах карбонаты Sr и Ba проявляют полиморфизм. В работе [5] переход ромбической структуры в тригональную наблюдался при температурах 1079 K в BaCO₃ и 1185 K в SrCO₃. При этом найдена узкая область сосуществующих ромбического и тригонального твердых растворов (Sr,Ba)CO₃ с минимальной температурой перехода 1018 K при составе Ba_{0.7}Sr_{0.3}CO₃. Превращение тригональных фаз SrCO₃ и BaCO₃ в кубические зафиксировано при температурах 1689 и 1249–1255 K соответственно [6]. Полиморфные превращения в этой системе изучены достаточно детально. Вместе с тем в вопросе об области стабильности ромбического твердого раствора SrCO₃-BaCO₃ остается много неясного. Экспериментальное исследование диаграммы распада твердого раствора (сольвуса) этой системы при низких температурах затруднено в связи с кинетическими проблемами.

Значительное различие радиусов Ва и Sr, составляющее 10.9% ($r_{\text{Ba}} = 1.47$ Å, $r_{\text{Sr}} = 1.31$ Å при координационном числе, равном девяти), позволяет ожидать в этой системе существования области несмесимости при низких температурах. Для сравнения в системе SrCO₃-CaCO₃, где надежно установлено существование области несмесимости [7-11], различие ионных радиусов составляет лишь 9.9% ($r_{\text{Ca}} = 1.18$ Å). Химический анализ природных образцов также свидетельствует об ограниченной взаимной растворимости SrCO₃-BaCO₃ [6,12]. По данным работы [5] ниже кривой, ограничивающей область существования твердых растворов с ромбической структурой и зависящей от состава и температуры, непрерывный ряд твердых растворов существует вплоть до 673 К. Для более низких температур автором работы [5] данные не были получены, так как не удавалось достичь равновесия. Вместе с тем в работах [13,14] сообщается о получении при комнатной температуре методом встречной диффузии в среде пористого силикагеля непрерывного ряда твердых растворов $Ba_x Sr_{1-x} CO_3$.

Структурные параметры и термодинамические свойства твердых растворов $SrCO_3$ -BaCO₃ были экспериментально изучены в работе [2]. Определены линейная (для параметров *а* и *b*) и квадратичная (для параметра *c*) зависимости параметров ячейки от со-

става для этих твердых растворов. Найдено, что зависимость энтальпии смешения твердых растворов от состава положительна и асимметрична с максимумом при $x_{Ba} = 0.35$. Согласно данным [2], объем смешения в системе SrCO₃-BaCO₃ равен нулю. В более ранних работах [5,6] сообщалось о линейной зависимости всех параметров элементарной ячейки от состава твердого раствора SrCO₃-BaCO₃ и положительном отклонении объема смешения в твердом растворе витерит-стронцианит [12].

Моделирование системы SrCO₃–CaCO₃, которая изучена достаточно детально, показало, что метод межатомных потенциалов позволяет хорошо описать структурные и термодинамические свойства карбонатного твердого раствора и получить результаты, согласующиеся с экспериментальными и теоретическими оценками [11].

Настоящая работа посвящена моделированию менее изученных твердых растворов $Ba_x Sr_{1-x} CO_3$, анализу их локальной структуры и областей стабильности.

2. Методика моделирования

Моделирование было проведено методом межатомных потенциалов с помощью программы GULP 4.0.1 (General Utility Lattice Program) [15,16], в основу которой положена процедура минимизации энергии кристаллической структуры.

Атомистический подход основан на использовании эмпирически определенных межатомных потенциалов, которые описывают взаимодействие между ионами в кристалле. Парный потенциал U_{ij} взаимодействия ионов *i* и *j* с зарядами q_i и q_j является алгебраической суммой нескольких составляющих

$$U_{ij}(R_{ij}) = q_i q_j e^2 / R_{ij} + A_{ij} \exp(-R_{ij} / \rho_{ij}) - C_{ij} / R_{ij}^6$$

Первый член учитывает кулоновское взаимодействие, второй — отталкивание, возникающее при перекрывании электронных оболочек соседних атомов, а последний учитывает ван-дер-ваальсово взаимодействие, R_{ij} межатомное расстояние, A_{ij} , ρ_{ij} , C_{ij} — эмпирические параметры короткодействующих потенциалов. Поляризуемость кислородного иона учитывалась с помощью "оболочечной модели" [17]. В этом подходе ионы описываются как точечные положительно заряженные ядра, содержащие всю массу и окруженные отрицательно заряженной оболочкой, с помощью которой моделируется валентное электронное облако. Потенциал, действующий между ядром и оболочкой, учитывался в форме, включающей член четвертого порядка:

$$U(r) = (K_2 r^2 / 2) + K_4 r^4 / 24$$

где *г* — расстояние между центрами ядра и смещенной оболочки, *K*₂, *K*₄ — эмпирические параметры.

Моделирование карбонатов проводилось в ряде работ [18-22], в которых использовались разные модели.

Физика твердого тела, 2016, том 58, вып. 6

В настоящей работе использована модель, предложенная в [18]. Основным усовершенствованием этой модели по сравнению с предыдущими является признание того, что для описания взаимодействия между молекулярными анионами $\rm CO_3^{-2}$ и внутри них требуются различные потенциалы. В работе были определены внутримолекулярный (intra) и межмолекулярный (inter) букингемовские потенциалы О–О. Потенциалы, которые действуют на карбонатную группу снаружи, взаимодействуют с кислородной оболочкой. Они включают потенциалы Букингема О–О и Me–О, где Me — Ва или Sr. Все внутримолекулярные потенциалы действуют на ядра кислородных ионов. Это букингемовское взаимодействие О–О и потенциал Морзе, характеризующий ковалентную связь С–О и представляемый в виде

$$U_{ij}(R_{ij}) = D_{ij} \left\{ 1 - \exp\left[-\beta_{ij} \left(R^0_{ij} - R_{ij}\right)\right] \right\} - D_{ij},$$

где D_{ij} , β_{ij} и R_{ij}^0 — подгоночные параметры.

Трехчастичный потенциал O-C-O и потенциал кручения O-C-O-O моделируют дополнительное взаимодействие внутри молекулярной группировки CO₃. Ковалентная направленная связь O-C-O (ijk) в молекуле CO₃ описывается потенциалом

$$U_{ijk} = (1/2)\alpha_{ijk}(\theta_{ijk} - \theta_0)^2,$$

где $\theta_{ijk} - \theta_0$ — отклонение угла между связями θ_{ijk} от ожидаемого угла θ_0 в рассматриваемом координационном окружении (для CO₃, равного 120°), α_{ijk} — эмпирическая константа. Потенциал кручения учтен в виде

$$U_{ijkl}(\phi) = K |1 + \cos(n\phi - \phi_0)|,$$

где угол ϕ лежит между плоскостями, содержащими атомы *i jk* и *jkl*, $n\phi - \phi_0$ — отклонение от ожидаемого угла ϕ_0 , n — целое число, K — варьируемый параметр. Кулоновские взаимодействия внутри молекулы исключены.

Параметры потенциалов межатомных взаимодействий, использованные в настоящей работе, взяты из [19] и представлены в табл. 1. Заряды составляют $q_c = 1.448759$, $q_{\rm Sr,Ba} = 2$, $q_{0\,\rm core} = 0.2330049$, $q_{\rm 0shell} = -1.382591$. Значения эмпирических коэффициентов и зарядов атомов были получены в [19] в процессе оптимизации структурных данных арагонита и кальцита, их упругих и диэлектрических констант, а также колебательных спектров кальцита. Потенциалы для CO₃-группы были перенесены на другие карбонаты, чтобы определить потенциалы взаимодействия Me-O, учитывая структурные и упругие свойства этих карбонатов [19].

Моделирование твердых растворов $Ba_x Sr_{1-x} CO_3$ проводилось нами в сверхъячейке $3 \times 2 \times 3$, где атомы не связаны между собой операциями нетрансляционной симметрии (пр. гр. *P*1). В пределах сверхъячейки задавались конфигурации различного состава, с помощью программы BINAR [23] максимально приближенные к

Потенциал	Связь	Параметр		
		A, eV	ho, Å	$C, \text{ eV} \cdot \text{\AA}^6$
Потенциал Букингема	Ba–O-shell Sr–O-shell O-shell–O-shell O–O (intra)	2300 2300 214 836.21 4030.0000	0.322 133 0.304 957 0.198 340 0.245 497	0 0 70.169 0
Потенциал Морзе	O–C (intra)	D, eV	$eta,~{ m \AA}^{-1}$	$R_0, \mathrm{\AA}$
		5.0	2.5155	1.20246
Трехчастичный потенциал	O-C-O (intra)	α , eV/rad ²	$ heta_0, \deg$	
		1.7887	120	
Потенциал кручения	O-C-O-O (intra)	K, eV	n	ϕ_0
		0.15100	-2	0
Потенциал жесткости	0_0-shell	K_2 , eV/Å ²	K_4 , eV/Å ⁴	
оболочечной модели		20.673 989	10000.000	

Таблица 1. Параметры потенциалов, использованные в работе

неупорядоченному твердому раствору. Для ряда составов были проведены неоднократные опыты по моделированию неупорядоченных твердых растворов с помощью программы BINAR. В тех случаях, когда разные конфигурации с одинаковым критерием степени неупорядоченности χ^2 давали заметные различия в рассчитываемых свойствах для одного и того же состава, эти различия показаны на соответствующих графиках.

Энергия межатомного взаимодействия в сверхъячейках минимизировалась с использованием программы GULP и тех же параметров взаимодействия, что и при моделировании чистых компонентов. В ряде случаев, обсуждаемых в дальнейшем, размер сверхъячейки был увеличен до $4 \times 3 \times 4$.

Часть компьютерных расчетов осуществлялась на суперкомпьютере МГУ "Ломоносов".

3. Результаты и их обсуждение

Моделированию твердых растворов стронцианит витерит предшествовало моделирование конечных членов: стронцианита и витерита. Результаты проведенного нами моделирования чистых компонентов хорошо согласуются с экспериментом и достаточно точно воспроизводят данные работы [19], где были предложены используемые нами параметры взаимодействия.

Для твердого раствора $Ba_x Sr_{1-x} CO_3$ были оценены зависимости от состава параметров *a*, *b*, *c* и объема *V* элементарной ячейки. На рис. 1 показаны полученные нами зависимости параметров элементарной ячейки (*a*) и ее объема от состава раствора (*b*) для температур, при которых все составы стабильны. Эти данные хорошо описываются линейными зависимостями, представленными на рисунке: a = 0.1967x + 5.1277 с коэффици-

ентом корреляции $R^2 = 0.9997$, b = 0.4793x + 8.4006($R^2 = 0.9994$), c = 0.4332x + 5.9991 ($R^2 = 0.9981$) и V = 45.719x + 258.12 ($R^2 = 0, 9999$). На рис. 1 показаны также экспериментальные данные из работы [2]. Вид-



Рис. 1. Зависимости параметров a, b, c (a) и объема V (b) элементарной ячейки от состава твердого раствора $Ba_xSr_{1-x}CO_3$ в сравнении с аналогичными экспериментальными данными работы [2] (точки I-4).

но неплохое согласие расчетных и экспериментальных результатов. В работе [2] предложена квадратичная корреляция для параметра c. Изменения параметра c изменением состава твердого раствора по нашим данным также могут быть описаны квадратичной зависимостью: $c = -0.0736x^2 + 0.5081x + 5.9896$ с коэффициентом корреляции $R^2 = 0.9997$. Однако существенных преимуществ по сравнению с линейной аппроксимацией, на наш взгляд, она не имеет.

На рис. 2 показаны отклонения от аддитивности объема элементарной ячейки (a) и модуля объемной упругости K(b), определяемые по формуле

$$\Delta A = A_{\rm ss} - A_{\rm wit} x - A_{\rm str}(1-x),$$

где A — значения V или K для твердого раствора (A_{ss}) или для конечных членов: витерита (A_{wit}) и стронцианита (A_{str}) . Объем элементарной ячейки и модуль объемной упругости твердых растворов $Ba_x Sr_{1-x}CO_3$ демонстрируют небольшие отрицательные отклонения от аддитивности, так же как и в твердых растворах $Ca_x Sr_{1-x}CO_3$ [11].

Полученные в результате расчетов значения координат атомов были использованы для анализа локальной структуры твердых растворов и построения гистограмм частотного распределения межатомных расстояний. Для этой цели использовалась программа Gistogramma [23]. Анализ межатомных расстояний для атомов сверхъячей-



Рис. 2. Рассчитанные отклонения объема элементарной ячейки (a) и модуля объемной упругости (b) от аддитивности в твердом растворе Ba_xSr_{1-x}CO₃.



Рис. 3. Частотные диаграммы межатомных расстояний в твердом растворе $Ba_x Sr_{1-x} CO_3 (x = 0.5)$. Межатомные расстояния в твердом растворе $(Sr-O)_{ss}$ и $(Ba-O)_{ss}$ показаны сплошной и пунктирной кривыми соответственно, их средние значения такими же вертикальными линиями. Тонкими сплошной и штриховой вертикальными линиями показаны межатомные расстояния в чистых компонентах стронцианите и витерите.

ки $3 \times 2 \times 3$ твердых растворов $\text{Ba}_x \text{Sr}_{1-x} \text{CO}_3$ выявил релаксацию всех межатомных расстояний в твердых растворах. На рис. 3 приведен пример частотных диаграмм межатомных расстояний *R* для Ba—O и Sr—O в твердом растворе с x = 0.5 в диапазоне 2.4—3.0 Å (*n* — число связей с данным межатомным расстоянием).

Для твердого раствора эквимолярного состава длина связей Ва–О уменьшается по сравнению с чистым компонентом, а длина связей Sr–O примерно так же увеличивается. Релаксация катионных позиций λ определялась по формуле [23]

$$\lambda = (R_{\rm ad} - R_{\rm ss\,av})/(R_{\rm ad} + R_0),$$

где $R_{ss av}$ — среднее значение межатомного расстояния между катионом и его ближайшим окружением в твердом растворе, R_{ad} — аддитивное значение межатомного расстояния в твердом растворе (в приближении виртуального кристалла), R_0 — среднее межатомное расстояние в чистом кристалле. Для эквимолярного твердого раствора $Ba_x Sr_{1-x}CO_3$ релаксация бариевой и стронциевой позиций составляет 60 и 56% соответственно. Для сравнения отметим, что для эквимолярного твердого раствора $Ca_x Sr_{1-x}CO_3$ релаксация кальциевой и стронциевой позиций составляет 55 и 57% соответственно [11].

Энтальпия смешения $\Delta H_{\rm mix}$ определялась уравнением

$$\Delta H_{\rm mix} = U_{\rm ss} - xU_{\rm wit} - (1-x)U_{\rm str},$$

где U_{ss} — структурная энергия твердого раствора состава $Ba_x Sr_{1-x}CO_3$, U_{wit} и U_{str} — структурные энергии чистых компонентов. На рис. 4 показана зависимость энтальпии смешения от состава твердого раствора. Наряду с расчетами для сверхъячейки размером $3 \times 2 \times 3$ для нескольких составов были также проведены вычисления

$3a_x Sr_{1-x} CO_3 \ (I = 300 \text{ K})$						
Характеристика	Размер сверхячейки					
mapartepherma	$3 \times 2 \times 3$	$3 \times 2 \times 3$	$4 \times 3 \times 4$			
a,Å	5.2252	5.2234	5.22515			
b, Å	8.6341	8.6310	8.6353			
c, Å	6.2245	6.2300	6.2224			
$V, \text{ Å}^3$	280.82	280.87	280.76			
K, GPa	58.14	58.14	58.13			
U _{ss} , kJ/mol	-3930.16	-3930.46	-3930.35			
$S_{\rm ss}, J/({\rm mol} \cdot {\rm K})$	106.99	106.89	106.94			
$\Delta H_{\rm mix}, {\rm kJ/mol}$	3.63	3.32	3.43			
$\Delta G_{\rm mix}, { m kJ/mol}$	1.59	1.32	1.41			

Таблица 2. Влияние размера сверхъячейки на результаты расчетов для эквимолярного состава твердого раствора $Ba_x Sr_{1-x} CO_3 (T = 300 \text{ K})$

Примечание. Столбцы $3 \times 2 \times 3$ различаются размещением атомов по позициям при одинаковом критерии отклонения от неупорядоченного распределения (χ^2).

для сверхъячейки большего размера 4 × 3 × 4. В табл. 2 приведено сравнение расчетных величин параметров элементарной ячейки, ее объема, модуля упругости, структурной энергии и колебательной энтропии S_{ss} твердого раствора, а также функций смешения (энтальпии и свободной энергии Гиббса $\Delta G_{\rm mix}$) для эквимолярного состава при температуре 300 К для сверхъячеек разного размера. Отметим, что для сверхъячейки размером 3 × 2 × 3 разные конфигурации с одинаковым критерием степени неупорядоченности χ^2 для эквимолярного состава давали наиболее различающиеся результаты по сравнению с другими составами. Из табл. 2 и рис. 4 видно, что увеличение размеров сверхъячейки позволяет уточнить эти результаты, однако различия сравнительно невелики. Вместе с тем, время вычисления с увеличением размера ячейки очень сильно возрастает.

Из рис. 4 видно, что энтальпия смешения $Ba_xSr_{1-x}CO_3$ положительна и примерно симметрична, как и в случае твердых растворов Ca_xSr_{1-x}CO₃ [11]. Максимум энтальпии смешения составляет около 3.4 kJ/mol, что превосходит соответствующее значение для системы $Ca_x Sr_{1-x} CO_3$ (2.45 kJ/mol). Рассчитанные значения энтальпии смешения на рис. 4 сопоставлены с экспериментальными оценками из работы [2]. Как расчетные, так и экспериментальные данные демонстрируют положительное отклонение энтальпии смешения от энтальпии смешения идеального раствора. Учитывая ошибки экспериментальных данных, соответствие расчетных и экспериментальных результатов можно было бы признать удовлетворительным, однако в работе [2] сделан вывод о том, что зависимость энтальпии смешения от состава асимметрична, максимум находится вблизи состава x = 0.35 и достигает 4.8 kJ/mol. Наши данные не подтверждают столь сильного смещения максимума энтальпии смешения в сторону стронцианита.

Энтропия смешения ΔS_{mix} определялась как сумма конфигурационной S_c и колебательной ΔS_{vib} составляющих

$$\Delta S_{\rm mix} = S_c + \Delta S_{\rm vib}.$$

Конфигурационная энтропия оценивалась по формуле

$$S_c = kN[x \ln x + (1-x) \ln(1-x)]$$

где *k* — константа Больцмана, *N* — число Авогадро.



Рис. 4. Зависимость энтальпии смешения от состава твердого раствора $Ba_x Sr_{1-x} CO_3$. *1, 2* — наши данные для сверхьячеек $3 \times 2 \times 3$ и $4 \times 3 \times 4$ соответственно, *3* — данные работы [2].



Рис. 5. Зависимости свободной энергии смешения от состава твердого раствора стронцианит—витерит для разных температур.



Рис. 6. Сольвус системы $Ba_xSr_{1-x}CO_3$ в сравнении с сольвусом системы $Ca_xSr_{1-x}CO_3$ [11].

Для получения значений колебательной энтропии смешения ΔS_{vib} были проведены вычисления колебательных спектров кристаллов для разных составов при различных температурах. Колебательная энтропия смешения рассчитывалась следующим образом:

$$\Delta S_{\rm vib} = S_{\rm ss} - xS_{\rm wit} - (1-x)S_{\rm str},$$

где $S_{\rm ss}$, $S_{\rm wit}$ и $S_{\rm str}$ — колебательные энтропии твердого раствора и чистых компонентов соответственно.

Значения ΔH_{mix} и ΔS_{mix} позволили построить зависимости свободной энергии Гиббса ($\Delta G_{\text{mix}} = \Delta H_{\text{mix}} - T\Delta S_{\text{mix}}$) от состава твердого раствора в диапазоне температур 300–1000 К. Эти данные представлены на рис. 5. Для каждой температуры исследовалось 20–27 составов. Ограниченность области смесимости при низких температурах (300–400 K) привела к необходимости увеличения размера сверхъячейки до 4 × 3 × 4, что позволило увеличить число участвующих в обмене катионов с 72 до 192. Таким образом, удалось продвинуться в область более низких концентраций примесного компонента.

Графически были найдены составы сосуществующих твердых растворов, отвечающих минимумам на кривых $\Delta G_{\rm mix}(x)$, и построена диаграмма распада твердого раствора (сольвус) системы $Ba_x Sr_{1-x} CO_3$ (рис. 6). Область несмесимости исчезает при температуре около 850 К. На рис. 6 показан также сольвус системы $Ca_x Sr_{1-x} CO_3$ [11], отражающий более широкую область взаимной смесимости компонентов.

4. Заключение

Методом межатомных потенциалов проведено моделирование твердых растворов $Ba_x Sr_{1-x} CO_3$, рассчитаны их структура и функции смешения. Установлено отклонение функций смешения от аддитивности. Показано, что зависимость энтальпии смешения от состава примерно симметрична. Построен сольвус системы $Ba_x Sr_{1-x} CO_3$. Установлено, что твердые растворы $Ba_x Sr_{1-x} CO_3$ имеют бо́льшую область несмесимости по сравнению с твердыми растворами $Ca_x Sr_{1-x} CO_3$. Непрерывные твердые растворы $Ba_x Sr_{1-x} CO_3$ наблюдаются в области температур выше 850 К.

Список литературы

- [1] R.C. Ropp. Encyclopedia of the Alkaline Earth Compounds. Elsevier, Amsterdam (2013). 1187 p.
- [2] L.A. Kiseleva, A.R. Kotelnikov, K.V. Martynov, L.P. Ogorodova, Ju.K. Kabalov. Phys. Chem. Miner. 21, 392 (1994).
- [3] W. Li, S. Sun, Q. Yu, P. Wu. Cryst. Growth. Design, **10**, 2685 (2010).
- [4] B. Gutmann, A. Chalup. Am. Ceram. Soc. Bull. 79, 63 (2000).
- [5] L.L.Y. Chang. J. Geol. 73, 346 (1965).
- [6] Карбонаты: минералогия и химия / Под ред. Р.Дж. Ридера. Мир, М. (1987). 496 с.
- [7] H.D. Holland, M. Borcsik, J. Munoz, U.M. Oxburgh. Geochim. Cosmichim. Acta 27, 957 (1963).
- [8] L.N. Plummer, N. Busenberg. Geochim. Cosmichim. Acta 51, 1393 (1987).
- [9] W.H. Casey, L. Chai, A. Navrotsky, P.A. Rock. Geochim. Cosmochim. Acta 60, 933 (1996).
- [10] D.A. Kulik, V.L. Vinograd, N. Paulsen, B. Winkler. Phys. Chem. Earth 35, 217 (2010).
- [11] В.Б. Дудникова, В.С. Урусов, Н.Н. Еремин. ФТТ 57, 1092 (2015).
- [12] A. Baldasari, J.A. Speer. Am. Mineral. 64, 742 (1979).
- [13] M.E. Böttcher, P.-L. Gehlken, A. Fernández-Gonzáles, M. Prieto. Eur. J. Mineral. 9, 519 (1997).
- [14] N. Sánchez-Pastor, A.M. Gigler, G. Jordan, W.W. Schmahl, L. Fernández-Díaz. Spectr. Lett. 44, 500 (2011).
- [15] J.D. Gale. J. Chem. Soc. Faraday Trans. 93, 629 (1997).
- [16] J.D. Gale. Z. Krist. 220, 552 (2005).
- [17] B.G. Dick, A.W. Overhauser. Phys. Rev. 112, 90 (1958).
- [18] D.K. Fisler, J.D. Gale, R.T. Cygan. Am. Mineral. 85, 217 (2000).
- [19] T.D. Archer, S.E.A. Birse, M.T. Dove, S.A.T. Redfern, J.D. Gale, R.T. Cygan. Phys. Chem. Miner. 30, 416 (2003).
- [20] A. Pavese, M. Catti, G.D. Price, R.A. Jackson. Phys. Chem. Miner. 19, 80 (1992).
- [21] M. Catti, A. Pavese, G.D. Gale. Phys. Chem. Miner. 19, 472 (1993).
- [22] M.T. Dove, B. Winkler, M. Leslie, M.J. Harris, E.K.H. Salje. Am. Mineral. 77, 244 (1996).
- [23] В.С. Урусов, Н.Н. Еремин. Атомистическое компьютерное моделирование структуры и свойств неорганических кристаллов и минералов, их дефектов и твердых растворов. ГЕОС, М. (2012). 428 с.