

01;09.7

Вейвлет-фильтрация зашумленных изображений

© А.С. Ясин^{1,2}, О.Н. Павлова¹, А.Н. Павлов^{1,3}

¹ Саратовский государственный университет им. Н.Г. Чернышевского, Саратов, Россия

² Университет технологий, г. Багдад, ул. Аль-Сина, Ирак

³ Саратовский филиал Института радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН, Саратов, Россия
E-mail: pavlov.alexeyn@gmail.com

Поступило в Редакцию 27 мая 2015 г.

Проводится сопоставление методов фильтрации зашумленных изображений с использованием вещественных и комплексных вейвлет-базисов. Продемонстрирована более высокая эффективность фильтрации на основе комплексного вейвлет-преобразования и возможность автоматической настройки параметров фильтра. Оптимизация выбора порогового уровня при фильтрации с использованием комплексных вейвлет-базисов позволяет существенно уменьшить ошибку восстановления изображения по сравнению со стандартным методом дискретного вейвлет-преобразования, применяющим базисы семейства Добеши.

Одним из важнейших направлений разработки коммуникационных систем является оптимизация процесса фильтрации зашумленной информации, передаваемой по каналу связи. За последние годы был достигнут значительный прогресс в модернизации методов фильтрации, применяющих вейвлет-преобразование [1–5]. Эти подходы имеют существенные преимущества по сравнению с фильтрами, основанными на преобразовании Фурье, поскольку они позволяют эффективно устранять локализованные помехи, фильтрация которых с применением фурье-преобразования неэффективна из-за использования базиса бесконечно осциллирующих функций. Дискретное вейвлет-преобразование (ДВП), широко применяемое в рамках многомасштабного анализа [6–10], позволяет разложить сигнал или изображение на составляющие, соответствующие разным масштабам наблюдения. После этого могут быть проведены корректировки коэффициентов разложения, соответствующих малым масштабам, которые в наибольшей степени подверже-

ны влиянию шума, и сигнал или изображение восстанавливается путем проведения обратного вейвлет-преобразования.

Следует отметить, что простой вариант обнуления части коэффициентов, часто применяемый на практике, не всегда оказывается эффективным, поэтому к настоящему времени предложены подходы, использующие варианты „мягкого“ введения пороговой функции при проведении фильтрации [3,4]. В этом случае пороговая функция не имеет разрывов, и корректировка значений проводится для всех вейвлет-коэффициентов. Дополнительно могут применяться различные модернизации методов разложения по вейвлетам, среди которых следует выделить метод дуального разложения с применением комплексного вейвлет-преобразования (dual-tree complex wavelet-transform) [11–15]. Данный подход является расширением классического ДВП, использующего вещественные базисные функции, такие как вейвлеты Добеши [7].

Несмотря на развитие методов фильтрации, использующих вейвлет-преобразование, при их практическом применении по-прежнему остается много открытых вопросов. По этой причине сохраняет свою актуальность сравнительный анализ различных приемов фильтрации в целях выбора подхода, позволяющего минимизировать искажения, вносимые при восстановлении сигнала или изображения по вейвлет-коэффициентам. В данной работе проводится сопоставление методов вейвлет-фильтрации зашумленных изображений с применением вещественных и комплексных базисов и предлагаются рекомендации для выбора параметров вейвлет-фильтров.

В рамках стандартного метода ДВП анализируемый сигнал $f(t)$ раскладывается с применением аппроксимирующих и детализирующих функций, называемых соответственно скейлинг-функциями $\varphi(t)$ и вейвлетами $\psi(t)$

$$f(t) = \sum_k c_k \varphi(t - k) + \sum_j \sum_k d_{j,k} 2^{j/2} \psi(2^j t - k). \quad (1)$$

Коэффициенты разложения $d_{j,k}$ содержат информацию о структуре сигнала, отражая амплитудные составляющие на разных масштабах и в разные моменты времени [6]. В ходе фильтрации малые вейвлет-коэффициенты, которые в наибольшей степени подвержены влиянию шума, корректируются. С этой целью преимущественно используется „мягкое“

задание пороговой функции [3]

$$p(x) = \begin{cases} x - C, & x \geq C, \\ x + C, & x \leq -C, \\ 0, & |x| \leq C, \end{cases} \quad (2)$$

которое позволяет избежать нерегулярностей в ходе восстановления сигнала по вейвлет-коэффициентам. Несмотря на простоту реализации вейвлет-фильтров, основанных на ДВП (1), они имеют ряд недостатков, оказывающих влияние на качество фильтрации [11], в частности, осциллирующий характер коэффициентов $d_{j,k}$ вблизи сингулярностей, отсутствие инвариантности при смещении вейвлет-функций и т.д. Метод фильтрации, основанный на применении комплексных вейвлет-базисов [12,13], позволяет устранить соответствующие недостатки. Он предусматривает дополнение вещественных функций $\varphi(t)$ и $\psi(t)$ мнимыми частями, которые формируются путем вычисления преобразования Гильберта. Переход к комплексным вейвлетам $\psi^c(t) = \psi^r(t) + j\psi^i(t)$ означает необходимость последующего формирования двух ортонормированных базисов для функций $\psi^r(t)$ и $\psi^i(t)$ соответственно, которые применяются в рамках одномерного вейвлет-преобразования. Алгоритмически задача сводится к двум пирамидальным разложениям одномерного сигнала, причем для получения комплексных скейлинг-функций и вейвлетов, близких к аналитическим, используются специальные приемы, описанные, например, в работе [11].

Задача двумерного вейвлет-преобразования с комплексными базами сложнее одномерного случая. Если $h_x + jh_x$ — сопряженные фильтры для первой размерности (x), а $h_y + jh_y$ — сопряженные фильтры для второй размерности (y), то фильтры, применяемые в рамках двумерного комплексного вейвлет-преобразования, могут быть записаны следующим образом:

$$(h_x + jh_x)(h_y + jh_y) = (h_x h_y - g_x g_y) + j(h_x g_y - g_x h_y). \quad (3)$$

В этом случае задача сводится к вычислению четырех „деревьев“ — разложений изображения с применением наборов фильтров (h_x, h_y) , (g_x, g_y) , (h_x, g_y) и (g_x, h_y) [11]. В проводимых исследованиях применялись фильтры, предложенные в [12,16].



Рис. 1. Пример анализируемого изображения (фотографии здания университета).

В данной работе были проведены следующие исследования. В качестве тестового примера была выбрана черно-белая фотография здания Саратовского государственного университета (рис. 1). К данному изображению добавлялся случайный процесс, имеющий нормальное распределение и разную интенсивность. При каждом уровне шума проводилась вейвлет-фильтрация зашумленного изображения с применением двух подходов — ДВП с вещественными базисами (вейвлеты Добеши) и комплексного вейвлет-преобразования с базисами [12,16]. Корректировка вейвлет-коэффициентов проводилась с использованием „мягкого“ варианта задания пороговой функции (2). Пример зависимости среднеквадратичной ошибки фильтрации от порогового уровня C приведен на рис. 2. Как следует из данного рисунка, при оптимальном задании порогового уровня (в данном случае $C \approx 0.07$) применение комплексного вейвлет-преобразования приводит к минимальной ошибке вейвлет-фильтрации. Аналогичный вывод был сделан при разных ин-

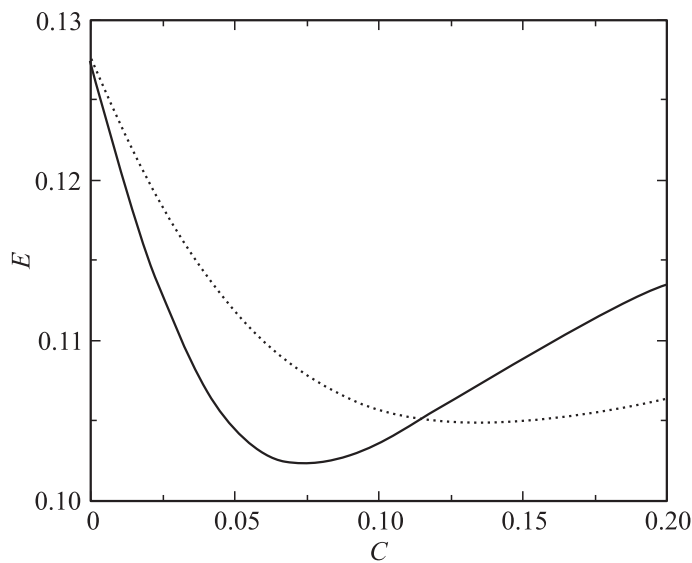


Рис. 2. Зависимости среднеквадратичной ошибки вейвлет-фильтрации изображения от величины C для метода ДВП (пунктирная линия) и комплексного вейвлет-преобразования (сплошная линия). Дисперсия нормально распределенного случайного процесса, подмешиваемого к изображению, составляла 0.1. Результаты для метода ДВП приведены для вейвлета Добеши D^8 , который обеспечивал минимальное значение ошибки фильтрации по сравнению с другими базисами семейства вейвлетов Добеши.

тенсивностях шума, подмешиваемого к изображению. Таким образом, использование комплексного вейвлет-преобразования снижает ошибку фильтрации по сравнению с ДВП и позволяет выбирать меньшие значения C , что приводит к меньшим искажениям информативных вейвлет-коэффициентов.

Отметим, что величина оптимального порогового значения C не является постоянной и зависит от отношения сигнал/шум: чем больше уровень шума, тем большее количество вейвлет-коэффициентов будет подвержено влиянию помех и, как следствие, пороговый уровень должен увеличиваться, чтобы осуществлять корректировку вейвлет-коэффициентов в большем диапазоне масштабов. Это создает сложности

при проведении автоматизации процесса вейвлет-фильтрации, поэтому ключевым обстоятельством является оценка интенсивности шума, присутствующего в изображении, и оптимальный выбор порогового значения C . Если вейвлет-фильтрация применяется для улучшения качества приема видеосигналов, передаваемых по каналу связи, то наиболее простой вариант настройки оптимальных параметров вейвлет-фильтров состоит в первоначальной передаче тестового (априори известного) изображения. В этом случае легко оценить уровень помех, подмешиваемых в канале связи, и установить уровень C , минимизирующий ошибку фильтрации при данном уровне шума. Последний определяется в ходе решения задачи поиска минимума зависимости среднеквадратичной ошибки от порогового значения, которое может быть получено в автоматическом режиме. Данный вариант настройки вейвлет-фильтров был апробирован в рамках проведенных исследований и продемонстрировал свою эффективность для всех рассмотренных примеров изображений (около 10) и разных значений интенсивности шума, подмешиваемого в соответствующие изображения. Во всех примерах сделан однозначный вывод о более высокой эффективности вейвлет-фильтрации на основе комплексного вейвлет-преобразования и о возможности автоматической настройки параметров вейвлет-фильтра. В случае проведения такой настройки уменьшение ошибки по сравнению со стандартным вариантом фильтрации на основе ДВП составляло не менее 5% (а в ряде случаев, более 10%).

Исследование выполнено при поддержке гранта Российского научного фонда (проект № 14-12-00324).

Список литературы

- [1] *Donoho D.L., Johnstone I.M.* // *Biometrika*. 1994. V. 81. P. 425.
- [2] *Vetterli M., Kovacevic J.* *Wavelets and subband coding*. New Jersey: Prentice Hall, 1995.
- [3] *Donoho D.L.* // *IEEE transactions on information theory*. 1995. V. 41. P. 613.
- [4] *Jansen M.* *Noise reduction by wavelet thresholding*. N.Y.: Springer-Verlag, 2001.
- [5] *Zhang H., Blackburn T.R., Phung B.T., Sen D.* // *IEEE Trans. Dielectr. Electrical Insulation*. 2007. V. 14. P. 3.
- [6] *Meyer Y.* *Wavelets: Algorithms and applications*. Philadelphia: S.I.A.M., 1993.
- [7] *Daubechies I.* *Ten lectures on wavelets*. Philadelphia: S.I.A.M., 1992.

- [8] Павлов А.Н., Храмов А.Е., Короновский А.А., Ситникова Е.Ю., Макаров В.А., Овчинников А.А. // УФН. 2012. Т. 182. С. 905. [Pavlov A.N., Hramov A.E., Koronovskii A.A., Sitnikova E.Yu., Makarov V.A., Ovchinnikov A.A. // Phys. Usp. 2012. V. 55. P. 845.]
- [9] Hramov A.E., Koronovskii A.A., Makarov V.A., Pavlov A.N., Sitnikova E. Wavelets in Neuroscience. Berlin, Heidelberg: Springer, 2015.
- [10] Pavlov A.N., Pavlova O.N., Mosekilde E., Sosnovtseva O.V. // Fluct. Noise Lett. 2010. V. 9. P. 259.
- [11] Selesnick I.W., Baraniuk R.G., Kingsbury N.G. // IEEE Signal Processing Magazine. 2005. V. 22. P. 123.
- [12] Kingsbury N.G. // Philos. Trans. R. Soc. London A. 1999. V. 357. P. 2543.
- [13] Kingsbury N.G. // Appl. Comput. Harmon. Anal. 2001. V. 10. P. 234.
- [14] Selesnick I.W. // IEEE Signal Process. Lett. 2001. V. 8. P. 170.
- [15] Selesnick I.W. // IEEE Trans. Signal Proces. 2004. V. 52. P. 1304.
- [16] <http://eeweb.poly.edu/iselesni/WaveletSoftware/>