

Электростатические модели концентрационных фазовых переходов изолятор–металл и металл–изолятор в кристаллах Ge и Si с водородоподобными примесями

© Н.А. Поклонский, С.А. Вырко, А.Г. Забродский*

Белорусский государственный университет,
220050 Минск, Белоруссия

* Физико-технический институт им. А.Ф. Иоффе Российской академии наук,
194021 Санкт-Петербург, Россия

E-mail: poklonski@bsu.by

(Поступила в Редакцию 29 октября 2003 г.)

Развиты две электростатические модели, позволяющие рассчитать критическую концентрацию водородоподобных примесей в трехмерных кристаллических полупроводниках, соответствующую фазовому переходу изолятор–металл и переходу металл–изолятор в пределе нулевой температуры. Переход изолятор–металл определяется по расходимости статической диэлектрической проницаемости слабо компенсированных полупроводников при увеличении концентрации поляризуемых примесей до критической. Переход металл–изолятор соответствует расходимости электрического сопротивления на постоянном токе сильно легированных полупроводников при увеличении степени компенсации основной примеси (или уменьшении ее концентрации). Критической концентрации примеси отвечает совпадение уровня протекания для основных носителей заряда с уровнем Ферми. Результаты расчетов, проведенных в рамках предложенных моделей, согласуются с экспериментальными данными для кристаллов кремния и германия *n*- и *p*-типов в широком диапазоне их степеней легирования и компенсации примесей.

Работа поддержана Белорусским республиканским фондом фундаментальных исследований (грант № Ф01-199) и Российским фондом фундаментальных исследований (грант № 01-02-17813).

Критическая концентрация N_c основной легирующей примеси при фазовых переходах изолятор–металл и металл–изолятор определяется в пределе нулевой температуры ($T \rightarrow 0$) из измерений на низкой частоте макроскопической диэлектрической проницаемости и электрического сопротивления соответственно. Считается [1], что критические концентрации перехода, определенные этими двумя методами, совпадают. Обзор и сопоставление микроскопических моделей отличия изолятора от проводника на постоянном токе приведены в [2]. Однако практические расчеты и предсказания по этим моделям затруднены.

На изоляторной стороне перехода изолятор–металл при увеличении концентрации легирующей примеси N вплоть до критической концентрации N_c происходит неограниченное возрастание относительной диэлектрической проницаемости $\epsilon_r(N)$ кристаллического образца [3–5]. Однако задача количественного описания поведения $\epsilon_r(N)$ в окрестности перехода изолятор–металл не решена (см., например, [5]).

С металлической стороны для $T \rightarrow 0$ переход металл–диэлектрик экспериментально фиксируется по расходимости электрического сопротивления на постоянном токе при уменьшении концентрации легирующей примеси или увеличении ее степени компенсации. На металлической стороне перехода концентрация основных носителей заряда составляет $n_c = (1 - K)N_c$, где K — степень компенсации полупроводника. Как было экспериментально показано в работе [6], критическая концентрация носителей заряда n_c для перехода Андерсона металл–изолятор, вызванного введением компенсирующих при-

месей в сильно легированный полупроводник, при больших степенях компенсации ($K \rightarrow 1$) хорошо описывается в рамках перколяционной модели [7], согласно которой переход происходит как следствие совмещения уровня Ферми E_F и уровня протекания E_μ в потенциальном рельефе крупномасштабных (туннельно-непрозрачных) флуктуаций. При малых степенях компенсации (значение $K = 0$ соответствует случаю перехода Мотта) флуктуации не являются крупномасштабными, и критическая концентрация n_c описывается формулой Мотта [8–12]: $n_c^{1/3} a_B \approx 0.25$, где $a_B = 4\pi\epsilon\hbar^2/me^2$ — боровский радиус для электрона (дырки) с эффективной массой m в кристаллической решетке со статической диэлектрической проницаемостью $\epsilon = \epsilon_r\epsilon_0$; ϵ_0 — диэлектрическая проницаемость вакуума. Случай промежуточных значений степени компенсации ($K \approx 0.5$) менее исследован, т. е. актуальна задача описания зависимости критической концентрации носителей заряда n_c от степени компенсации K основной примеси при переходе металл–изолятор.

Цель настоящей работы — аналитическое описание переходов изолятор–металл и металл–изолятор в легированных водородоподобными примесями кристаллических полупроводниках. Изменение макроскопической статической диэлектрической проницаемости при переходе изолятор–металл рассматривается в рамках модели Клаузиуса–Моссотти–Лорентца–Лоренца (КМЛЛЛ). Описание перехода металл–изолятор дается при учете пространственных флуктуаций электростатической энергии в кристалле. При этом учитывается чисто кулоновское взаимодействие только ближайших зарядов (основных носителей заряда и ионов примесей).

1. Переход изолятор–металл

Для определенности рассмотрим кристаллический полупроводник n -типа с концентрацией доноров $N = N_0 + N_{+1}$ в зарядовых состояниях (0) и (+1) и акцепторов в зарядовом состоянии (–1) с концентрацией $N_{-1} = KN$, где K — степень компенсации доноров. Условие электронейтральности имеет вид $N_{+1} = KN = N_{-1}$. С изоляторной стороны при температуре $T \rightarrow 0$ критерием перехода изолятор–металл является неограниченное возрастание относительной диэлектрической проницаемости $\varepsilon_r(N)$ кристаллического образца при увеличении в нем концентрации водородоподобных доноров N до критической N_c .

Диэлектрическая проницаемость материала определяет связь локального электрического поля E_l , действующего на каждый поляризующийся атом (собственный или примесный), со средним макроскопическим полем E_{av} [13–15]. Эту связь приближенно устанавливает формула КМЛЛ. Обычно считается, что формула КМЛЛ применима лишь к системам, состоящим из уединенных точечных диполей. Однако в обзорах [13,14] обосновано, что формула КМЛЛ применима к изоляторам и полупроводникам общего типа, в том числе состоящим из атомов или молекул с перекрывающимися электронными оболочками.

По нашей модели [11] с учетом суперпозиции электрических полей атомов кристаллической матрицы с концентрацией N_m и поляризуемостью α_m одного атома матрицы и электрически нейтральных доноров с концентрацией $N_0 = (1 - K)N$ и поляризуемостью α_0 одного донора имеем (ср. с [16,17])

$$E_l = E_{av} + \left(\frac{\alpha_m N_m}{\beta_m} + \frac{\alpha_0 N_0}{3} \right) E_l, \quad (1)$$

где β_m — подгоночный параметр, учитывающий точечную симметрию кристаллической решетки ($\beta_m = 3$, согласно модели КМЛЛ, соответствует случаю, когда атомы матрицы образуют простую кубическую решетку или распределены хаотично); $N_m \gg N_0$.

Поляризуемость одиночного нейтрального водородоподобного донора [18] $\alpha_0 = 18\pi a_H^3$, где $a_H = e^2/8\pi\epsilon I_d$ — борковский радиус „орбиты“ оптического электрона донора с энергией ионизации I_d . По данным [1,3,4] при $N < N_c$ средний радиус сферической области кристалла, приходящейся на один нейтральный донор, равный $0.62[(1 - K)N]^{-1/3}$, даже при $K \rightarrow 0$ более чем в 2.5 раза превышает a_H . Поэтому использование диэлектрической проницаемости кристаллической решетки $\varepsilon = \varepsilon_r \epsilon_0$ в выражении для борковского радиуса a_H оправдано.

Суммарная макроскопическая поляризованность атомов кристаллической матрицы и нейтральных доноров есть [15]

$$(\alpha_m N_m + \alpha_0 N_0) E_l = [\varepsilon_r(N_0) - 1] E_{av}, \quad (2)$$

где $\varepsilon_r(N_0)$ — относительная диэлектрическая проницаемость легированного полупроводника. В отсутствие

примесей в кристалле ($N \rightarrow 0$) из формул (1) и (2) получаем соотношение для относительной диэлектрической проницаемости кристаллической решетки (матрицы)

$$\varepsilon_r(N_0 \rightarrow 0) = 1 + \frac{\alpha_m N_m}{1 - \alpha_m N_m / \beta_m} = \varepsilon_r. \quad (3)$$

Из соотношений (1), (2) с учетом (3) находим макроскопическую относительную диэлектрическую проницаемость легированного донорами полупроводника

$$\varepsilon_r(N_0) = 1 + \frac{3(\varepsilon_r - 1)\beta_m + 3(\varepsilon_r - 1 + \beta_m)\alpha_0 N_0}{3\beta_m - (\varepsilon_r - 1 + \beta_m)\alpha_0 N_0}; \quad (4)$$

в отсутствие нейтральных доноров ($N_0 \rightarrow 0$) имеем $\varepsilon_r(N_0 \rightarrow 0) = \varepsilon_r$.

Используя критерий $\varepsilon_r(N_0) \rightarrow \infty$ перехода изолятор–металл при $N \rightarrow N_c$, или $N_0 \rightarrow N_{0c} = (1 - K)N_c$, из (4) получаем соотношение для определения критической концентрации N_c доноров: $3\beta_m - (\varepsilon_r - 1 + \beta_m)(1 - K) \times \alpha_0 N_c = 0$, откуда при $\beta_m = 3$ имеем

$$N_c = \frac{9}{(1 - K)(\varepsilon_r + 2)\alpha_0},$$

$$N_c^{1/3} a_H = \frac{0.542}{[(1 - K)(\varepsilon_r + 2)]^{1/3}}, \quad (5)$$

где $\alpha_0 = 18\pi a_H^3$ — поляризуемость легирующей примеси в зарядовом состоянии (0), $a_H = e^2/8\pi\epsilon_r\epsilon_0 I_{d(a)}$ — радиус орбиты электрона (дырки) одиночного водородоподобного донора (акцептора), находящегося в кристаллической решетке с относительной диэлектрической проницаемостью ε_r .

Результаты расчета зависимости $N_c(a_H)$ по формуле (5) для $K \rightarrow 0$ показаны на рис. 1 сплошными линиями (1 — для Si, $\varepsilon_r = 11.5$; 2 — для Ge, $\varepsilon_r = 15.4$). Отметим, что при расчете по моделям [16] и [17] для $\varepsilon_r(N_0)$ критическая концентрация N_c оказывается соответственно в $\varepsilon_r(\varepsilon_r + 2)/3$ и в ε_r раз больше, чем при расчете по формуле (5) при тех же значениях поляризуемости $\alpha_0 = 18\pi a_H^3$ одного донора (акцептора).

Из формул (4) и (5) получаем зависимость макроскопической диэлектрической проницаемости от степени легирования кристаллического полупроводника (отношения концентрации легирующей примеси на изоляторной стороне N к ее критической концентрации N_c)

$$\varepsilon_r(N) = \frac{\varepsilon_r + 2N/N_c}{1 - N/N_c}, \quad (6)$$

где $N/N_c = N_0/N_{0c}$; $N_0 = (1 - K)N$ — концентрация основной легирующей примеси в зарядовом состоянии (0).

Результат расчета зависимости $\varepsilon_r(N)$ по формуле (6) для кристаллов кремния показан в сравнении с экспериментальными данными на рис. 2. При обработке экспериментальных данных [3,5,19,20] использовались средние значения критических концентраций примесей для $K \rightarrow 0$ (см. данные на рис. 1): $N_c(\text{Si} : \text{As}) = 7.8 \cdot 10^{18} \text{ cm}^{-3}$, $N_c(\text{Si} : \text{P}) = 3.81 \cdot 10^{18} \text{ cm}^{-3}$, $N_c(\text{Si} : \text{B}) = 4.1 \cdot 10^{18} \text{ cm}^{-3}$.

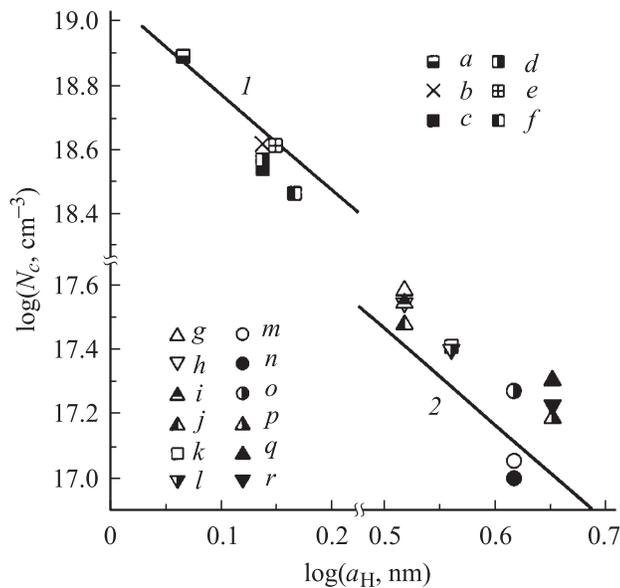


Рис. 1. Зависимость критической концентрации N_c водородоподобных примесей при $K \leq 0.01$, соответствующей фазовому переходу изолятор–металл, в Ge и Si от боровского радиуса a_H . Точки — экспериментальные данные: a — n -Si:As [23], b — n -Si:P [24], c — n -Si:P [25], d — n -Si:P [26], e — p -Si:B [27], f — n -Si:Sb [28], g — n -Ge:As [29], h — n -Ge:As [30], i — n -Ge:As [1,31], j — n -Ge:As [32], k — n -Ge:P [29], l — n -Ge:P [1,31], m — p -Ge:Ga [29], n — p -Ge:Ga [33], o — p -Ge:Ga [34], p — n -Ge:Sb [29], q — n -Ge:Sb [35], r — n -Ge:Sb [36]. Линия 1 — расчет $N_c(a_H)$ по формуле (5) для Si, линия 2 — то же для Ge.

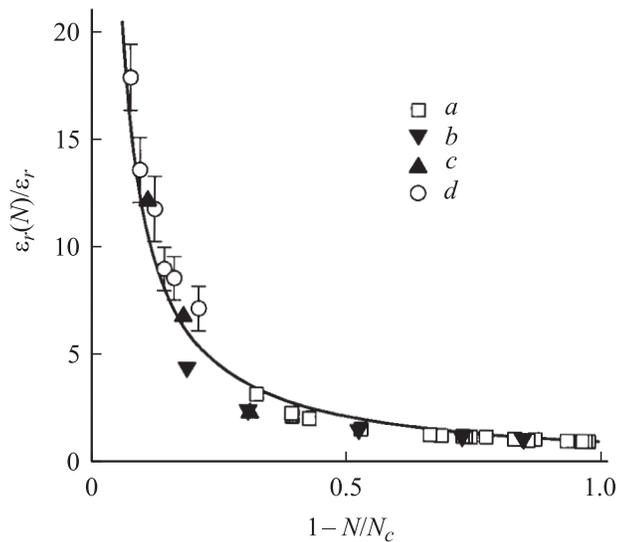


Рис. 2. Зависимость макроскопической относительной диэлектрической проницаемости ϵ_r слабо компенсированного кремния от концентрации N основных примесей. Точки — экспериментальные данные: a — n -Si:As [3], b — n -Si:P [19], c — n -Si:P [20], d — p -Si:B [5]. Кривая — расчет $\epsilon_r(N)$ по формуле (6) при $\epsilon_r = 11.5$.

Отметим, что использование формул (5) и (6) более обосновано для малых степеней компенсации ($K \ll 1$) основной легирующей примеси.

2. Переход металл–изолятор

Средняя концентрация электронов n в c -зоне вырожденного полупроводника n -типа с учетом пространственных флуктуаций электростатического потенциала выражается формулой [7,21,22]

$$n = \frac{\nu(2m)^{3/2}}{2\pi^2\hbar^3} \int_{-\infty}^{+\infty} f dE \int_{-\infty}^E (E-U)^{1/2} P(U) dU$$

$$= \frac{\nu}{\pi^2} \int_{-\infty}^{+\infty} P(U) dU \int_0^{\infty} f k^2 dk, \quad (7)$$

где ν — число долин (минимумов энергии в разрешенной для основных носителей заряда зоне): $\nu = 4$ для n -Ge, $\nu = 6$ для n -Si; $\nu = 1$ для p -Ge и p -Si; m — эффективная масса электрона в одной долине; $f = [1 + \exp((E - E_F)/k_B T)]^{-1}$ — функция Ферми–Дирака; $P(U) = (W\sqrt{2\pi})^{-1} \exp(-U^2/2W^2)$ — гауссово (нормальное) распределение флуктуаций электростатической потенциальной энергии электрона U , создаваемых точечными зарядами в кристалле (ионами примесей и электронами проводимости); W — среднеквадратичная флуктуация; отсчет полной энергии $E = (\hbar k)^2/2m + U$ электрона проводимости с квазиимпульсом $\hbar k$ осуществляется от дна c -зоны нелегированного кристалла (в запрещенной зоне энергия электрона E отрицательна).

На металлической стороне перехода металл–изолятор, когда все примеси ионизованы и $n = (1 - K)N$, формула (7) для температуры $T \rightarrow 0$ может быть представлена в виде [11,22]

$$n = \frac{\nu}{\pi^2} \int_{-\infty}^{E_F} P(U) dU \int_0^{k_F(U)} k^2 dk$$

$$= \frac{\nu}{3\pi^2} \int_{-\infty}^{E_F} [k_F(U)]^3 P(U) dU, \quad (8)$$

где $k_F(U) = \hbar^{-1} (2m(E_F - U))^{1/2}$ — квазиволновой вектор Ферми электрона с кинетической энергией $E_F - U > 0$ в c -зоне. Условие электронейтральности кристалла имеет вид $n + KN = N$, где N — концентрация доноров, KN — концентрация акцепторов.

Исходя из формулы (8) и условия равенства уровня протекания (порога подвижности) E_μ на постоянном токе уровню Ферми E_F , зависимость критической для перехода металл–изолятор концентрации $N_c = n_c/(1 - K)$

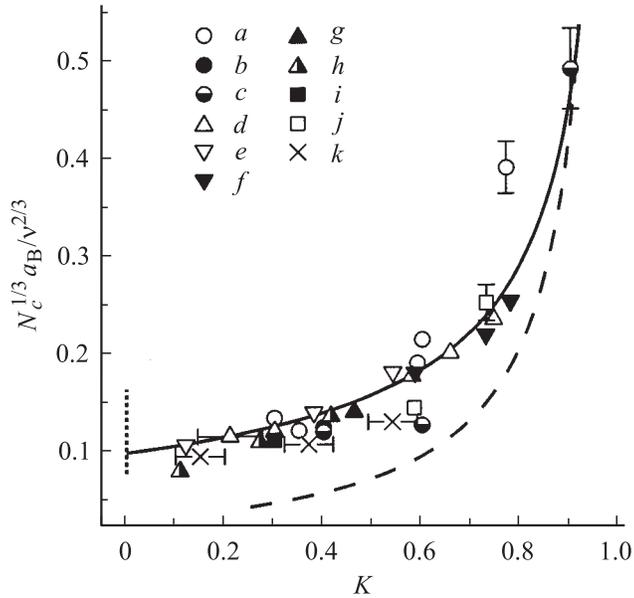


Рис. 3. Зависимость критической концентрации N_c доноров (акцепторов) в Ge и Si от степени их компенсации K . Точки — экспериментальные данные: a — p -Ge:Ga [6,38,39], b — p -Ge:Ga [33], c — p -Ge:Ga [40], d — n -Ge:As [6,29,41], e — n -Ge:As [30], f — n -Ge:As [35], g — n -Ge:Sb [35], h — n -Ge:Sb [29], i — n -Ge:Sb [42], j — n -Ge:P [6,29], k — n -Si:P [24]. Сплошная линия — расчет по формуле (10); штриховая линия — расчет по модели [7]. Пунктиром при $K=0$ показан диапазон экспериментальных данных по N_c [1,23-36], представленных на рис. 1, со средним значением $N_c^{1/3} a_B / v^{2/3} = 0.1$.

основной легирующей примеси от степени ее компенсации K , согласно [11,22], можно представить в виде (ср. с [7])

$$N_c^{1/3} a_B = 0.238 \left(\frac{W}{E_B} \right)^{1/2} \times \left(\frac{v}{1-K} \int_{-\infty}^{E_\mu/W} \left(\frac{E_\mu}{W} - x \right)^{3/2} \exp \left(\frac{-x^2}{2} \right) dx \right)^{1/3}, \quad (9)$$

где $a_B = 4\pi\epsilon_r\epsilon_0\hbar^2/me^2$, $E_B = e^2/8\pi\epsilon_r\epsilon_0 a_B$ — боровские радиус и энергия электрона (дырки), $\epsilon_r\epsilon_0$ — статическая диэлектрическая проницаемость нелегированного кристалла.

В модели [11,22] величина $W = W_{nm} \approx 1.64(e^2/4\pi\epsilon) \times (8\pi N_c/3)^{1/3}$ обусловлена кулоновским взаимодействием только ближайших зарядов (ионов примесей, электронов). Значение $E_\mu/W_{nm} = -1.15$ находим, согласно равенство (9) с экспериментальными данными [1,23-36] для некомпенсированных полупроводников $[N_c(K \rightarrow 0)]^{1/3} a_B / v^{2/3} = 0.1$ (рис. 1). Далее считаем, что отношение E_μ/W_{nm} равно -1.15 для всех степеней компенсации ($0 < K < 1$). Тогда из (9) следует зависимость критической концентрации примеси N_c от степени ее

компенсации K в виде

$$\frac{N_c^{1/3} a_B}{v^{2/3}} = \frac{0.1}{(1-K)^{2/3}}. \quad (10)$$

Результат расчета $N_c(K)$ по формуле (10) показан на рис. 3 сплошной линией.

В модели [7] величина $W = W_s = [(e^2/4\pi\epsilon)/\sqrt{2}] \times (1+K)^{2/3} [N_c/(1-K)]^{1/3}$ обусловлена электронным экранированием крупномасштабных флуктуаций концентрации ионов примесей.¹ Полагая, что критическая доля объема полупроводника, содержащая электроны и соответствующая уровню их протекания, равна 0.17, получаем $E_\mu/W_s = -0.675\sqrt{2}$. Результат расчета $N_c(K)$ по модели [7] с учетом формулы (9) при $W = W_s$ для компенсированных кристаллов показан на рис. 3 штриховой линией.

3. Результаты и обсуждение

Полученные при расчете с учетом критерия $\epsilon_r(N_0) \rightarrow \infty$ (см. (5)) зависимости критической концентрации N_c перехода Мотта при $K=0$ от боровского радиуса a_B для Si и Ge показаны на рис. 1 (линии 1 и 2 соответственно). Точки на рис. 1 — экспериментальные данные для германия и кремния n - и p -типа [1,23-36].

Критическая концентрация примеси N_c для перехода металл-изолятор с металлической стороны дается выражением (9) и является функцией безразмерного параметра — отношения уровня Ферми (равного уровню протекания E_μ) к ширине примесной зоны W . Параметр E_μ/W находился экстраполяцией формулы (9) к пределу $K=0$ и далее из сравнения с экспериментальными данными [1,23-36] для N_c при $K \leq 0.01$ (рис. 1).

Результат расчета зависимости критической концентрации N_c основной легирующей примеси для перехода металл-изолятор от степени компенсации K с металлической стороны перехода (см. (10)) показан сплошной линией на рис. 3, где также приведены известные нам экспериментальные данные для Ge n - и p -типа [6,29,30,33-35,38-42] и n -Si:P [24]; пунктир — предсказание [7] (при $W = W_s$). Как видно, предложенная модель хорошо описывает опытные данные практически во всем диапазоне степеней компенсации.

Согласуя экспериментальные данные, приведенные на рис. 1 и 3, с формулой (9) при $W = W_{nm}$, получаем, что уровень протекания для гауссова (нормального) распределения флуктуаций электростатического потенциала лежит в интервале $-1.5W < E_\mu < -W$ (знак минус означает, что уровень протекания E_μ находится в запрещенной зоне). Этот результат коррелирует с оценками других исследователей [7,43,44]. Отметим, что модель [7] применима только для больших степеней компенсации K . Из рис. 3 видно, что при $K < 0.5$ расчет по модели [7] дает значения N_c , меньшие экспериментальных.

¹ В работе [37] рассматривается температурная зависимость крупномасштабного потенциального рельефа $W = W_s$.

Итак, в настоящей работе развиты модели переходов изолятор–металл и металл–изолятор в кристаллических ковалентных полупроводниках.

С изоляторной стороны переход фиксируется по расходимости относительной диэлектрической проницаемости $\epsilon_r(N_0)$ слабо компенсированных полупроводников из-за поляризации нейтральных примесных атомов при увеличении их концентрации N_0 до $N_{0c} = (1 - K)N_c$. Критическая концентрация N_{0c} выражается через боровский радиус $a_H = e^2/8\pi\epsilon I_{d(a)}$ орбиты электрона (дырки) на нейтральном доноре (акцепторе) с энергией ионизации $I_{d(a)}$ в кристалле с диэлектрической проницаемостью решетки $\epsilon = \epsilon_r\epsilon_0$. Количественно описана зависимость $\epsilon_r(N_0)$ кристаллов Si от N_0 при приближении ($N_0 \rightarrow N_{0c}$) к переходу изолятор–металл.

Переход металл–изолятор с металлической стороны определяется как „срыв“ металлической электропроводности при уменьшении концентрации атомов легирующей примеси или увеличении степени их компенсации. Используется боровский радиус $a_B = 4\pi\epsilon\hbar^2/me^2$ основного носителя заряда, зависящий от эффективной массы m электрона (дырки) и статической диэлектрической проницаемости $\epsilon_r\epsilon_0$ нелегированной кристаллической матрицы.² Считается, что амплитуда электростатических флуктуаций потенциала определяется взаимодействием ближайших зарядов (ионов примесей и основных носителей заряда). Найдена зависимость критической концентрации основной примеси N_c , связанной с переходом металл–изолятор, от степени ее компенсации K и проведено сравнение с предсказанием модели [7] и экспериментальными данными для Ge и Si в широком диапазоне изменения степеней компенсации.

Список литературы

- [1] P.P. Edwards, M.J. Sienko. Phys. Rev. B **17**, 6, 2575 (1978).
- [2] R. Resta. J. Phys.: Cond. Matter **14**, 20, R625 (2002).
- [3] T.G. Castner. Phil. Mag. B **42**, 6, 873 (1980).
- [4] T.G. Castner, N.K. Lee, H.S. Tan, L. Moberly, O. Symko. J. Low Temp. Phys. **38**, 3–4, 447 (1980).
- [5] M. Lee, J.G. Massey, V.L. Nguyen, B.I. Shklovskii. Phys. Rev. B **60**, 3, 1582 (1999).
- [6] А.Г. Забродский. ФТП **14**, 8, 1492 (1980).
- [7] B.I. Shklovskii, A.L. Efros. Electronic Properties of Doped Semiconductors. Springer, Berlin (1984).
- [8] В.Ф. Гантмахер. УФН **172**, 11, 1283 (2002).
- [9] А.А. Ликальтер. УФН **170**, 8, 831 (2000).
- [10] Н. Мотт. УФН **105**, 2, 321 (1971).
- [11] Н.А. Поклонский, А.И. Сягло. ФТТ **40**, 1, 147 (1998).
- [12] A.G. Zabrodskii. Phil. Mag. B **81**, 9, 1131 (2001).
- [13] А.П. Виноградов. РЭ **45**, 8, 901 (2000).
- [14] В.Л. Гинзбург, Е.Г. Максимов. СФХТ **5**, 9, 1543 (1992).
- [15] И.Е. Тамм. Основы теории электричества. Наука, М. (1989).
- [16] Дж. Кастеллан, Ф. Зейтц. В сб.: Полупроводниковые материалы. ИЛ, М. (1954). С. 14.

- [17] S. Dhar, A.H. Marshak. Solid-State Electron. **28**, 8, 763 (1985).
- [18] Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц. Квантовая механика. Наука, М. (1989).
- [19] M. Capizzi, G.A. Thomas, F. DeRosa, R.N. Bhatt, T.M. Rice. Phys. Rev. Lett. **44**, 15, 1019 (1980).
- [20] H.F. Hess, K. DeConde, T.F. Rosenbaum, G.A. Thomas. Phys. Rev. B **25**, 8, 5578 (1982).
- [21] E.O. Kane. Solid-State Electron. **28**, 1/2, 3 (1985).
- [22] Н.А. Поклонский, С.А. Вырко. ЖПС **69**, 3, 375 (2002).
- [23] P.F. Newman, D.F. Holcomb. Phys. Rev. B **28**, 2, 638 (1983).
- [24] U. Thomanschefskey, D.F. Holcomb. Phys. Rev. B **45**, 23, 13356 (1992).
- [25] P. Dai, Y. Zhang, M.P. Sarachik. Phys. Rev. B **49**, 19, 14039 (1994).
- [26] G.A. Thomas, M. Paalanen, T.F. Rosenbaum. Phys. Rev. B **27**, 6, 3897 (1983).
- [27] P. Dai, S. Bogdanovich, Y. Zhang, M.P. Sarachik. Phys. Rev. B **52**, 16, 12439 (1995).
- [28] A.P. Long, H.V. Myron, M. Pepper. J. Phys. C. **17**, 17, L 425 (1984).
- [29] А.Г. Забродский, М.В. Алексеенко, А.Г. Андреев, М.П. Тимофеев. Тез. докл. 25-го Всесоюз. совещ. по физике низких температур. Л. (1988). Ч. 3. С. 60.
- [30] R. Rentzsch, M. Müller, Ch. Reich, B. Sandow, A.N. Ionov, P. Fozooni, M.J. Lea, V. Ginodman, I. Shlimak. Phys. Stat. Sol. (b) **218**, 1, 233 (2000).
- [31] M.N. Alexander, D.F. Holcomb. Rev. Mod. Phys. **40**, 4, 815 (1968).
- [32] А.Т. Лончаков, Г.А. Матвеев, И.М. Цидильковский. ФТП **22**, 8, 1396 (1988).
- [33] H. Fritzsche. Phil. Mag. B **42**, 6, 835 (1980).
- [34] К.М. Itoh. Phys. Stat. Sol. (b) **218**, 1, 211 (2000).
- [35] W. Sasaki, C. Yamanouchi. J. Non-Cryst. Sol. **4**, 183 (1970).
- [36] S.B. Field, T.F. Rosenbaum. Phys. Rev. Lett. **55**, 5, 522 (1985).
- [37] В.Г. Карпов. ФТП **15**, 2, 217 (1981).
- [38] A.G. Zabrodskii, A.G. Andreev. Int. J. Mod. Phys. B **8**, 7, 883 (1994).
- [39] A.G. Zabrodskii, A.G. Andreev, S.V. Egorov. Phys. Stat. Sol. (b) **205**, 1, 61 (1998).
- [40] R. Rentzsch, O. Chiatti, M. Müller, A.N. Ionov. Phys. Stat. Sol. (b) **230**, 1, 237 (2002).
- [41] А.Г. Забродский, К.Н. Зиновьева. ЖЭТФ **86**, 2, 727 (1984).
- [42] F.R. Allen, R.H. Wallis, C.J. Adkins. Proc. 5th Int. Conf. Amorphous and liquid semiconductors (Garmisch-Partenkirchen, 1973) / Ed. J. Stuke, W. Brening. Taylor & Francis, London (1974). V. 2. P. 895.
- [43] Дж. Займан. Модели беспорядка. Теоретическая физика однородно неупорядоченных систем. Мир, М. (1982).
- [44] В.Л. Бонч-Бруевич. УФН **140**, 4, 583 (1983).

² Для кристаллов Ge и Si как n -, так и p -типа $a_H \neq a_B$. Ясно, что для атома водорода $\epsilon_r = 1$, $m = m_0$ и $a_H = a_B$.