

01

## Излучение и динамика наночастицы при поступательно-вращательном движении в равновесном фоне электромагнитного излучения

© Г.В. Дедков, А.А. Кясов

Кабардино-Балкарский государственный университет, Нальчик  
E-mail: gv\_dedkov@mail.ru

Поступило в Редакцию 22 июля 2015 г.

Получены общие выражения для интенсивности излучения и тангенциальной силы, действующей на малую поляризующуюся частицу при поступательно-вращательном движении в радиационном вакуумном фоне с некоторой температурой при произвольной взаимной ориентации векторов линейной и угловой скорости. Показано, что в холодном вакуумном фоне скорость поступательного движения частицы не зависит от времени, а интенсивность ее нетеплового излучения определяется величиной мнимой части поляризуемости и угловой скорости вращения.

На избыточное электромагнитное излучение вращающегося цилиндра, рассеивающего падающие на него фотоны, впервые обратил внимание Зельдович [1]. Совсем недавно этот вопрос получил дальнейшее развитие при рассмотрении излучения вращающихся и движущихся нейтральных поляризующихся частиц в холодном вакуумном фоне и в радиационном фоне равновесного электромагнитного излучения (фотонном газе) с некоторой температурой [2–5]. В данной работе, в отличие от [2–5], рассматривается общий случай релятивистского поступательно-вращательного движения малой частицы в радиационном фоне при произвольной взаимной ориентации векторов угловой и линейной скорости.

Предполагается, что малая сферическая частица с радиусом  $R$  и температурой  $T_1$  (в собственной системе отсчета  $\Sigma''$ ) движется с линейной скоростью  $\mathbf{V}$  относительно радиационного фона (система отсчета  $\Sigma$ ) и вращается с угловой скоростью  $\mathbf{\Omega} = \Omega \mathbf{n}$  в сопутствующей системе отсчета  $\Sigma'$ , где  $\theta$  — угол между векторами  $\mathbf{\Omega}$  и  $\mathbf{V}$  (см. рисунок).

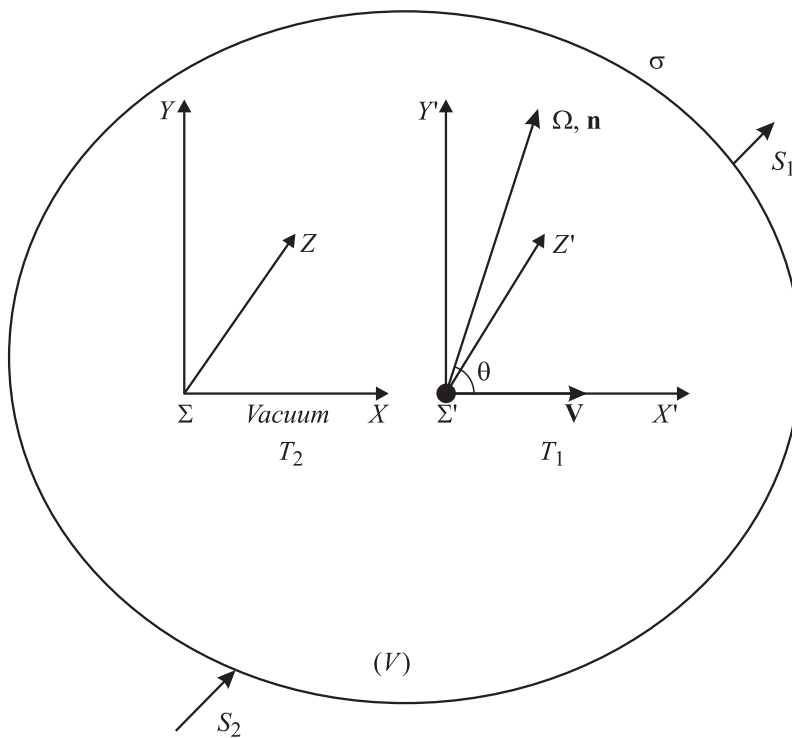


Схема движения частицы и используемые системы координат. Собственная система координат частицы  $\Sigma''$  не показана. Ее ось  $Z''$  направлена вдоль вектора  $\Omega$ .

Предполагается также, что вакуумный фон имеет температуру  $T_2$  и выполняются условия  $\Omega R/c \ll 1$ ,  $R \ll \min(2\pi\hbar c/k_B T_1, 2\pi\hbar c/k_B T_2)$ , где  $\hbar, k_B, c$  — постоянные Планка, Больцмана и скорость света в вакууме. Тогда при излучении низкочастотных фотонов частица может рассматриваться как точечный диполь с флуктуирующими электрическим и магнитным дипольными моментами  $\mathbf{d}(t)$ ,  $\mathbf{m}(t)$ . Материальные свойства частицы определяются частотно-зависящими диэлектрической и магнитной поляризуемостями  $\alpha_e(\omega)$ ,  $\alpha_m(\omega)$ , заданными в ее системе отсчета  $\Sigma''$ .

Окружим частицу достаточно удаленной поверхностью  $\sigma$ , такой что флуктуационное электромагнитное поле на ней имеет волновой характер. В соответствии с законом сохранения энергии, для системы, находящейся в объеме  $(V)$ , ограниченном поверхностью  $\sigma$ , можно записать

$$-\frac{dW}{dt} = \oint_{\sigma} \mathbf{S} \cdot d\boldsymbol{\sigma} + \int_{(V)} \langle \mathbf{j} \cdot \mathbf{E} \rangle d^3r, \quad (1)$$

где  $W = (1/8\pi) \int_{(V)} (\langle \mathbf{E}^2 \rangle + \langle \mathbf{H}^2 \rangle) d^3r$  и  $\mathbf{S} = (c/4\pi) \langle \mathbf{E} \times \mathbf{H} \rangle$  — энергия флуктуационного электромагнитного поля с компонентами  $\mathbf{E}$  и  $\mathbf{H}$  в объеме  $(V)$  и вектор Пойнтинга, а  $\mathbf{j}$  — плотность тока. В квазистационарном режиме  $dW/dt = 0$  из (1) следует

$$I = \oint_{\sigma} \mathbf{S} \cdot d\boldsymbol{\sigma} = - \int_{(V)} \langle \mathbf{j} \cdot \mathbf{E} \rangle d^3r \equiv I_1 - I_2. \quad (2)$$

Здесь  $I_1 = I_1(T_1)$  — интенсивность излучения частицы в вакуум, а  $I_2 = I_2(T_2)$  — интенсивность фонового излучения, поглощаемого частицей. Используя релятивистские преобразования  $\mathbf{j}$ ,  $\mathbf{E}$  и объема  $(V)$ , формула (2) принимает более простой вид [4,5]

$$I = I_1 - I_2 = - \left( \frac{dQ}{dt} + F_x V \right), \quad (3)$$

$$dQ/dt = \langle \dot{\mathbf{d}} \cdot \mathbf{E} + \dot{\mathbf{m}} \cdot \mathbf{H} \rangle, \quad (4)$$

$$F_x = \langle \nabla(\mathbf{d} \cdot \mathbf{E} + \mathbf{m} \cdot \mathbf{H}) \rangle_x. \quad (5)$$

Все величины в (1)–(5) относятся к системе отсчета  $\Sigma$  вакуумного фона, угловые скобки означают полное квантово-статистическое усреднение, а точки над  $\mathbf{d}$  и  $\mathbf{m}$  — дифференцирование по времени. Проекция  $F_x$  в (3) и (5) представляет тангенциальную силу, приложенную к частице, а величина  $dQ/dt$  связана со скоростью нагрева частицы. Вычисления в (4), (5) выполняются в рамках общего флуктуационно-электродинамического подхода [6], развитого для задач с динамической и тепловой неравновесностью. При этом правые части (4) и (5) представляются в

виде попарных произведений спонтанных и индуцированных компонент полей и дипольных моментов. В отличие от [5], для преобразований компонент векторов, заданных в системе отсчета  $\Sigma'$  и во вращающейся системе  $\Sigma''$ , используется матрица поворота общего вида

$$A_{ik} = n_i n_k + (\delta_{ik} - n_i n_k) \cos \Omega \tau - e_{ikl} n_l \sin \Omega \tau, \quad (6)$$

где  $n_i$  — компоненты единичного вектора  $\mathbf{n}$  оси вращения в декартовых координатах системы  $\Sigma'$ ,  $\tau$  — время в системе отсчета  $\Sigma''$ ,  $e_{ikl}$  — единичный антисимметричный тензор третьего ранга. Вследствие условия  $\Omega R/c \ll 1$  величины  $\tau$  и  $t'$  (время в  $\Sigma'$ ) совпадают. Учитывая (6), необходимые в дальнейшем флуктуационно-диссипационные соотношения для фурье-компонент спонтанного дипольного момента частицы в системе отсчета  $\Sigma'$  принимают вид

$$\begin{aligned} \langle d_x^{sp'}(\omega) d_x^{sp'}(\omega') \rangle &= \frac{1}{2} 2\pi \hbar \delta(\omega + \omega') \left\{ 2 \cos^2 \theta \alpha_e''(\omega) \coth \frac{\hbar \omega}{2k_B T_1} \right. \\ &\quad \left. + \sin^2 \theta \left[ \alpha_e''(\omega^+) \coth \frac{\hbar \omega^+}{2k_B T_1} + \alpha_e''(\omega^-) \coth \frac{\hbar \omega^-}{2k_B T_1} \right] \right\}, \quad (7) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \langle d_y^{sp'}(\omega) d_y^{sp'}(\omega') \rangle &= \frac{1}{2} 2\pi \hbar \delta(\omega + \omega') \left\{ 2 \sin^2 \theta \alpha_e''(\omega) \coth \frac{\hbar \omega}{2k_B T_1} \right. \\ &\quad \left. + \cos^2 \theta \left[ \alpha_e''(\omega^+) \coth \frac{\hbar \omega^+}{2k_B T_1} + \alpha_e''(\omega^-) \coth \frac{\hbar \omega^-}{2k_B T_1} \right] \right\}, \quad (8) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \langle d_z^{sp'}(\omega) d_z^{sp'}(\omega') \rangle &= \frac{1}{2} 2\pi \hbar \delta(\omega + \omega') \\ &\quad \times \left[ \alpha_e''(\omega^+) \coth \frac{\hbar \omega^+}{2k_B T_1} + \alpha_e''(\omega^-) \coth \frac{\hbar \omega^-}{2k_B T_1} \right], \quad (9) \end{aligned}$$

где  $\omega^\pm = \omega \pm \Omega$ . Аналогичные соотношения для спонтанного магнитного момента частицы отличаются от (7)–(9) заменой  $\alpha_e'' \rightarrow \alpha_m''$ .

Используя (7)–(9) вместе с магнитными аналогами и вычисляя правые части (4), (5) аналогично [4,5], получим

$$F_x = -\frac{\hbar\gamma}{4\pi c^4} \int_{-\infty}^{+\infty} d\omega \omega^4 \int_{-1}^1 dx x \left\{ \begin{aligned} & \left[ (1-\beta^2)(1-x^2) \cos^2 \theta + ((1+\beta^2)(1+x^2) + 4\beta x) \frac{\sin^2 \theta}{2} \right] \\ & \times \alpha''(\gamma\omega(1+\beta x)) \left( \coth \frac{\hbar\omega}{2k_B T_2} - \coth \frac{\hbar\gamma\omega(1+\beta x)}{2k_B T_1} \right) \\ & + \left[ (1-\beta^2)(1-x^2) \sin^2 \theta + ((1+\beta^2)(1+x^2) + 4\beta x) \frac{1+\cos^2 \theta}{2} \right] \\ & \times \alpha''(\gamma\omega(1+\beta x) + \Omega) \left( \coth \frac{\hbar\omega}{2k_B T_2} - \coth \frac{\hbar(\gamma\omega(1+\beta x) + \Omega)}{2k_B T_1} \right) \end{aligned} \right\}, \quad (10)$$

$$\dot{Q} = \frac{\hbar\gamma}{4\pi c^3} \int_{-\infty}^{+\infty} d\omega \omega^4 \int_{-1}^1 dx (1+\beta x) \left\{ \begin{aligned} & \left[ (1-\beta^2)(1-x^2) \cos^2 \theta + ((1+\beta^2)(1+x^2) + 4\beta x) \frac{\sin^2 \theta}{2} \right] \\ & \times \alpha''(\gamma\omega(1+\beta x)) \left( \coth \frac{\hbar\omega}{2k_B T_2} - \coth \frac{\hbar\gamma\omega(1+\beta x)}{2k_B T_1} \right) \\ & + \left[ (1-\beta^2)(1-x^2) \sin^2 \theta + ((1+\beta^2)(1+x^2) + 4\beta x) \frac{1+\cos^2 \theta}{2} \right] \\ & \times \alpha''(\gamma\omega(1+\beta x) + \Omega) \left( \coth \frac{\hbar\omega}{2k_B T_2} - \coth \frac{\hbar(\gamma\omega(1+\beta x) + \Omega)}{2k_B T_1} \right) \end{aligned} \right\}, \quad (11)$$

где  $\beta = V/c$ ,  $\gamma = (1-\beta^2)^{-1/2}$ ,  $\alpha'' = \alpha''_e + \alpha''_m$  — сумма мнимых частей электрической и магнитной поляризуемостей. Подставляя (10), (11)

в (3), получим

$$I = I_1 - I_2 = \frac{\hbar\gamma}{4\pi c^3} \int_{-\infty}^{+\infty} d\omega \omega^4 \int_{-1}^1 dx$$

$$\times \left\{ \begin{aligned} & \left[ (1 - \beta^2)(1 - x^2) \cos^2 \theta + ((1 + \beta^2)(1 + x^2) + 4\beta x) \frac{\sin^2 \theta}{2} \right] \\ & \times \alpha''(\gamma\omega(1 + \beta x)) \left( \coth \frac{\hbar\gamma\omega(1 + \beta x)}{2k_B T_1} - \coth \frac{\hbar\omega}{2k_B T_2} \right) \\ & + \left[ (1 - \beta^2)(1 - x^2) \sin^2 \theta + ((1 + \beta^2)(1 + x^2) + 4\beta x) \frac{1 + \cos^2 \theta}{2} \right] \\ & \times \alpha''(\gamma\omega(1 + \beta x) + \Omega) \left( \coth \frac{\hbar(\gamma\omega(1 + \beta x) + \Omega)}{2k_B T_1} - \coth \frac{\hbar\omega}{2k_B T_2} \right) \end{aligned} \right\}. \quad (12)$$

Из (12) вытекают все частные случаи, ранее рассмотренные в [4,5,7]. Важнейшим следствием общих формул (10), (12) является существование нетеплового излучения в системе вакуум–вращающаяся частица. Так, при  $T_1 = T_2 = 0$  из (12), (10) получаем

$$I^{(0)} \equiv I_1(0) = \frac{\hbar\gamma}{2\pi c^3} \int_{-1}^1 dx f(x, \theta) \int_0^{\Omega\gamma^{-1}(1+\beta x)^{-1}} d\omega \omega^4 \alpha''(\Omega - \gamma\omega(1 + \beta x))$$

$$= \frac{4\hbar}{3\pi c^3} \int_0^{\Omega} d\xi \xi^4 [\alpha_e''(\Omega - \xi) + \alpha_m''(\Omega - \xi)], \quad (13)$$

$$f(x, \theta) = (1 - \beta^2)(1 - x^2) \sin^2 \theta + ((1 + \beta^2)(1 + x^2) + 4\beta x) \frac{1 + \cos^2 \theta}{2}, \quad (14)$$

$$F_x^{(0)} = -\frac{4\hbar V}{3\pi c^5} \int_0^{\Omega} d\xi \xi^4 [\alpha_e''(\Omega - \xi) + \alpha_m''(\Omega - \xi)]. \quad (15)$$

Как видно из правой части (13), интегральная интенсивность излучения при вращательно-поступательном движении частицы не зависит ни от скорости  $V$ , ни от угла  $\theta$ . В отличие от этого, спектральное и угловое распределения интенсивности (см. (13) и (14)) существенно зависят от  $V$  и  $\theta$ . Из (13) и (15) непосредственно следует

$$F_x = -\frac{\beta}{c} I^{(0)}. \quad (16)$$

Вопрос о динамике частицы следует рассмотреть более подробно. Для этого запишем закон сохранения энергии (1) в виде

$$-\frac{d}{dt} \left( W + \frac{mc^2}{\sqrt{1-\beta^2}} \right) = I_1 - I_2 = I, \quad (17)$$

а также уравнение динамики

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{mc\beta}{\sqrt{1-\beta^2}} \right) = F_x, \quad (18)$$

где  $m$  — масса частицы. В уравнениях (17), (18)  $m$  и  $\beta$  зависят от времени, а  $dW/dt = 0$  в силу условия квазистационарности, как и в (1). Исключая из (18)  $dm/dt$  с помощью (17) и учитывая (3), перепишем (18) в виде

$$\gamma^3 mc \frac{d\beta}{dt} = F_x - \frac{\beta}{1-\beta^2} \frac{\dot{Q}}{c}. \quad (19)$$

Уравнение (19) справедливо при любых температурах  $T_1$  и  $T_2$ . При  $T_1 = T_2 = 0$ , в частности, с учетом (3) и (16) из (19) следует  $d\beta/dt \equiv 0$ .

Таким образом, вращение частицы и ее нетепловое излучение не влияют на скорость поступательного движения. При конечной температуре вакуумного фона вопрос об излучении, динамике поступательно-вращательного движения и кинетике нагрева частицы требует отдельного рассмотрения. При отсутствии вращения, как показано в [4], динамика частицы зависит только от температуры  $T_2$  радиационного фона. В системе покоя частицы ее температура принимает эффективное значение, зависящее от  $T_2$  и  $\gamma$ , а интенсивность теплового излучения определяется этой эффективной температурой [4].

Полученные результаты представляют интерес для астрофизики пылевой космической материи и динамики наночастиц в ловушках, а также при создании источников направленного микроволнового и радиоизлучения. Эффект направленного теплового излучения движущихся частиц может оказать влияние на наблюдаемую анизотропию реликтового излучения.

## Список литературы

- [1] *Zel'dovich Ya.B.* // JETP. Lett. 1971. V. 14. P. 180–182.
- [2] *Manjavacas A., Garcia de Abajo F.J.* // Phys. Rev. 2010. V. A82. P. 063 827 (1–10).
- [3] *Maghrebi M.F., Jaffe R.L., Kardar M.* // Phys. Rev. Lett. 2012. V. 108. P. 230 403 (1–14).
- [4] *Dedkov G.V., Kyasov A.A.* // Phys. Scripta. 2014. V. 89. P. 105 501 (1–7).
- [5] *Kyasov A.A., Dedkov G.V.* // Arm. J. Phys. 2014. V. 7. N 4. P. 177–200; arXiv: 1312.7727.
- [6] *Dedkov G.V., Kyasov A.A.* // J. Phys.: Condens. Matter. 2008. V. 20. P. 354 006 (1–10).
- [7] *Dedkov G.V., Kyasov A.A.* // arXiv: 1506.00613.