

## Метод поворота для измерения толщины Z-срезов одноосных кристаллов

© В.Д. Паранин

Самарский государственный аэрокосмический университет им. академика С.П. Королева  
(национальный исследовательский университет),  
443086 Самара, Россия  
e-mail: vparanin@mail.ru

(Поступило в Редакцию 17 марта 2015 г.)

Предложен метод поляризационного измерения толщины Z-срезов одноосных кристаллов, заключающийся в измерении пропускания системы „поляризатор–кристалл–анализатор“ при различных углах поворота кристалла. Разработано математическое описание метода на основе оптики одноосных кристаллов и аппарата матриц Джонса. Сделана оценка погрешности измерения по формуле геометрической суммы, которая составила не более  $\pm 0.6 \mu\text{m}$ . С использованием кристаллов Z-среза конгруэнтного ниобата лития с номинальными толщинами 514 и 554  $\mu\text{m}$  проведена экспериментальная апробация метода и даны практические рекомендации по его использованию.

### Введение

Одноосные кристаллы Z-срезов используются для преобразования лазерных пучков [1–6] в качестве управляемых внешних резонаторов лазеров [7]. Для определенности преобразования лазерного излучения необходимо знать толщину кристалла. Погрешность измерения современных механических и электронно-механических устройств составляет  $\pm(0.002–0.010)$  mm. Этого недостаточно для кристаллов, обладающих высоким двулучепреломлением и толщиной. Применение механических измерителей ограничено невысокой твердостью некоторых кристаллов, хрупкостью пластин толщиной 0.05–0.20 mm.

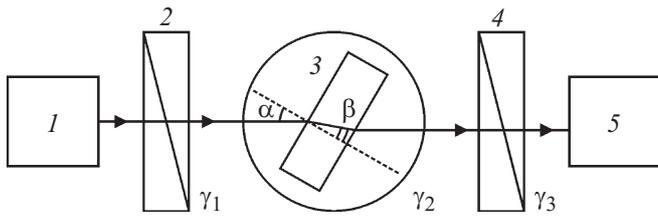
Для измерения толщины предпочтительнее использовать бесконтактные оптические методы. Они сохраняют чистоту поверхностей и механическую целостность, способны учитывать технологическое отклонение показателей преломления от номинальных значений. Наиболее развиты методы поляризационной микроскопии одноосных кристаллов [8,9]. Эти методы заключаются в регистрации количества и цветности полос коноскопической фигуры при освещении кристалла непараксиальным пучком. Строение поляризационного микроскопа обусловлено размерной и оптической неоднородностью исследуемых природных и синтетических кристаллов. Однако для плоскопараллельных кристаллических пластин поляризационный метод измерения можно существенно упростить за счет использования параллельного пучка. В этом случае из оптической системы исключается конденсорная, объективная и окулярная части, а матричный фотоприемник заменяется на одноэлементный. Подобный подход применялся в [10] для измерения оптической разности хода x-срезов одноосных кристаллов и показал хорошую точность и надежность. Упрощение измерительной схемы позволяет использовать ее для производственного контроля.

Целью работы являлась разработка поляризационного метода измерения толщины Z-срезов кристаллов. Для его реализации предлагается использовать зависимость показателя преломления одноосного кристалла от угла падения, которая преобразуется в изменение пропускания в системе „поляризатор–кристалл–анализатор“.

### 1. Теоретические основы метода

Известно, что при падении параллельного пучка света на одноосный кристалл в общем случае происходит его разделение на обыкновенную и необыкновенную волны [11]. Каждая из этих волн распространяется со своей фазовой скоростью, определяемой показателем преломления, зависящим от угла падения и длины волны. С помощью анализатора осуществляется интерференционное сложение этих волн на выходе кристалла. Следовательно, при повороте Z-среза, заключенного между поляризатором и анализатором, будет наблюдаться осциллирующая зависимость интенсивности выходного пучка от угла падения  $I_{\text{out}}(\alpha)$ . По угловому положению максимумов  $\alpha_m$  этой зависимости можно вычислить толщину кристалла  $h$  при известной дисперсионной зависимости показателей преломления  $n_o(\lambda)$ ,  $n_e(\lambda)$ . Для реализации этого метода подходит простая оптическая схема, изображенная на рис. 1. Поляризатор и анализатор установлены с кристаллом в диагональное положение для достижения наибольшей глубины модуляции зависимости  $I_{\text{out}}(\alpha)$ . Схема измерения обуславливает компактные размеры установки для осуществления производственного экспресс-контроля.

Вычислим зависимость  $I_{\text{out}}(\alpha)$ , полагая, что оси поляризатора, кристалла (x-ось для определенности) и анализатора ориентированы под азимутальными углами  $\gamma_1$ ,  $\gamma_2$ ,  $\gamma_3$ . Амплитуды x- и y-поляризованного излучения на входе поляризатора обозначим  $A_{\text{in}}^x$ ,  $A_{\text{in}}^y$ , фазы x- и y-поляризованной волны на выходе кристалла —



**Рис. 1.** Пояснение процесса измерения: 1 — источник излучения, 2 — поляризатор, 3 — одноосный кристалл, 4 — анализатор, 5 — фотоприемник,  $\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3$  — азимутальные углы.

через  $\varphi_x, \varphi_z$ . Тогда поляризационное преобразование излучения в анализаторе будет задаваться матрицами  $m_1, m_2, m_3$ , в кристалле —  $m_4, m_5, m_6$ , в поляризаторе —  $m_7, m_8, m_9$ :

$$\begin{aligned}
 m_1 &= \begin{pmatrix} \cos(\gamma_3) & -\sin(\gamma_3) \\ \sin(\gamma_3) & \cos(\gamma_3) \end{pmatrix}, \quad m_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \\
 m_3 &= \begin{pmatrix} \cos(\gamma_3) & \sin(\gamma_3) \\ -\sin(\gamma_3) & \cos(\gamma_3) \end{pmatrix}, \quad m_4 = \begin{pmatrix} \cos(\gamma_2) & -\sin(\gamma_2) \\ \sin(\gamma_2) & \cos(\gamma_2) \end{pmatrix}, \\
 m_5 &= \begin{pmatrix} \exp(j\varphi_x) & 0 \\ 0 & \exp(j\varphi_y) \end{pmatrix}, \quad m_6 = \begin{pmatrix} \cos(\gamma_2) & \sin(\gamma_2) \\ -\sin(\gamma_2) & \cos(\gamma_2) \end{pmatrix}, \\
 m_7 &= \begin{pmatrix} \cos(\gamma_1) & -\sin(\gamma_1) \\ \sin(\gamma_1) & \cos(\gamma_1) \end{pmatrix}, \quad m_8 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \\
 m_9 &= \begin{pmatrix} \cos(\gamma_1) & \sin(\gamma_1) \\ -\sin(\gamma_1) & \cos(\gamma_1) \end{pmatrix}. \quad (1)
 \end{aligned}$$

Фазы  $x$ - и  $y$ -поляризованного излучения на выходе кристалла  $\varphi_x, \varphi_y$  будут равны

$$\varphi_x = \frac{2\pi}{\lambda} h n_x(\beta), \quad \varphi_y = \frac{2\pi}{\lambda} h n_y. \quad (2)$$

Показатели преломления  $n_x, n_y$  для  $x$ - и  $y$ -поляризованного излучения при распространении пучка в кристалле под углом  $\beta$  к его  $Z$ -оси вычисляются из уравнения эллипсоида показателей преломления [11]. Для одноосного кристалла они имеют вид

$$n_x(\beta) = \frac{n_0 n_e}{\sqrt{n_e^2 \cos^2(\beta) + n_0^2 - n_0^2 \cos^2(\beta)}}, \quad n_y = n_0. \quad (3)$$

В соответствии с аппаратом матриц Джонса амплитуды  $x$ - и  $y$ -поляризованных волн  $A_{out}^x, A_{out}^y$  на выходе структуры „поляризатор–кристалл–анализатор“ связаны с амплитудами  $A_{in}^x, A_{in}^y$  выражением

$$\begin{pmatrix} A_{out}^x \\ A_{out}^y \end{pmatrix} = \prod_{i=1}^9 m_i \begin{pmatrix} A_{in}^x \\ A_{in}^y \end{pmatrix}. \quad (4)$$

Соответствующие им интенсивности на выходе кристалла определяются тождествами

$$\begin{aligned}
 I_{out}^x &= |A_{in}^x|^2 (1 - r_x^2), \\
 I_{out}^y &= |A_{in}^y|^2 (1 - r_y^2), \quad (5)
 \end{aligned}$$

где  $r_x, r_y$  — коэффициенты амплитудного отражения от каждой поверхности кристалла [12], причем  $r_x = r_{\parallel}, r_y = r_{\perp}$ . При записи (5) полагалось, что измерение первоначального пропускания системы производится при отсутствии кристалла, но при установленных в рабочем положении поляризаторе и анализаторе. Поэтому пропускание последних не входит в формулы, хотя и учитывается на практике. Поскольку в экспериментах использовался источник неполяризованного излучения, то значения  $A_{in}^x, A_{in}^y$  были равны  $1/\sqrt{2}$ .

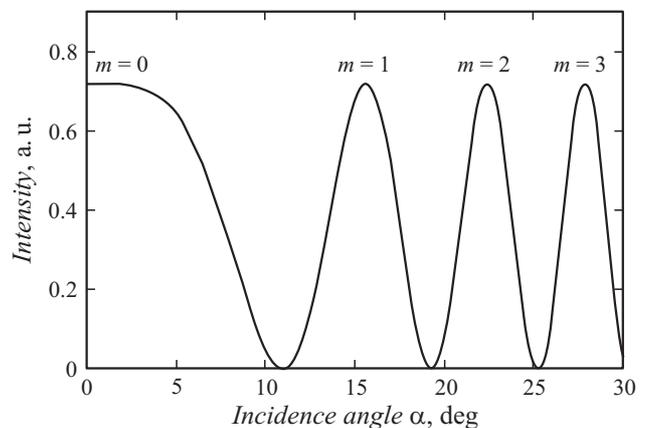
Для расчета показателей преломления использовалась дисперсионная зависимость для конгруэнтного ниобата лития, приведенная на сайте производителя кристаллов МТИ Corp.:

$$\begin{aligned}
 n_o &= \sqrt{4.9048 + \frac{0.11768}{\lambda^2 - 0.04750} - 0.027169\lambda^2}, \\
 n_e &= \sqrt{4.5820 + \frac{0.099169}{\lambda^2 - 0.04443} - 0.021950\lambda^2}, \quad (6)
 \end{aligned}$$

где длина волны  $\lambda$  задается в  $\mu\text{m}$ .

По формулам (1)–(6) проводилось моделирование зависимости интенсивности выходного пучка  $I_{out}(\alpha) = I_{out}^x + I_{out}^y$  от угла падения при значениях углов  $\gamma_1 = 45^\circ, \gamma_2 = 0^\circ, \gamma_3 = 45^\circ$ . Толщина кристалла задавалась равной  $h = 500 \mu\text{m}$ , показатели преломления, согласно (7), были равны  $n_o = 2.28634, n_e = 2.20267$  при  $\lambda = 632.8 \text{ nm}$ . На рис. 2 приведена расчетная зависимость  $I_{out}(\alpha)$ .

Зависимость  $I_{out}(\alpha)$  содержит набор максимумов на углах падения  $\alpha_m$ , по значениям которых может одно-



**Рис. 2.** Расчетная зависимость пропускания  $I_{out}(\alpha)$  от угла падения при  $h = 500 \mu\text{m}$ .

значно определяться толщина кристалла. Максимумы интенсивности  $I_{\text{out}}(\alpha)$  будут наблюдаться при углах преломления  $\beta_m$ , при которых выполняется условие синфазности обыкновенного и необыкновенного лучей:

$$\frac{h(n_0 - n_x(\beta_m))}{\cos(\beta_m)} = m\lambda, \quad m = 0, 1, 2, \dots \quad (7)$$

Подставляя в тождество (7) зависимость (3) для показателей преломления и соотношение между углами падения  $\alpha$  и преломления  $\beta$ , получим формулу для расчета толщины  $h$ :

$$h = m\lambda t \left( n_0 - \frac{n_0 n_e}{\sqrt{n_e^2 t^2 + n_0^2 - n_0^2 t^2}} \right)^{-1},$$

$$t = \cos \left( \arcsin \left( \frac{\sin(\alpha_m)}{n_0} \right) \right), \quad (8)$$

где  $\alpha_m$  — углы падения, соответствующие максимумам зависимости  $I_{\text{out}}(\alpha)$ .

Оценим абсолютную погрешность определения толщины  $\Delta h$  для рассмотренного метода. Согласно (8), она определяется абсолютной погрешностью измерения показателей преломления  $\pm \Delta n_0$ ,  $\pm \Delta n_e$ , длины волны  $\pm \Delta \lambda$ , угла падения  $\pm \Delta \alpha_m$ . Для современных спектрометров-монокроматоров, поворотных столиков и рефрактометров погрешность измерения этих величин составляет  $\Delta \lambda = 0.2 \text{ nm}$ ,  $\Delta \alpha_m = 0.005^\circ$ ,  $\Delta n_0 = \Delta n_e = 5 \cdot 10^{-5}$  при технологической вариации показателей преломления конгруэнтного ниобата лития  $10^{-5} - 10^{-6}$  [13]. Используем формулу геометрической суммы, применяемую для некоррелированных погрешностей [14]:

$$\Delta h = \pm \sqrt{\left( \frac{dh}{dn_0} \Delta n_0 \right)^2 + \left( \frac{dh}{dn_e} \Delta n_e \right)^2 + \left( \frac{dh}{d\lambda} \Delta \lambda \right)^2 + \left( \frac{dh}{d\alpha_m} \Delta \alpha_m \right)^2}. \quad (9)$$

Для кристалла  $\text{LiNbO}_3$  толщиной  $h = 500 \mu\text{m}$  с углом  $\alpha_1 = 15.65^\circ$  теоретическая оценка погрешности составила  $\Delta h \leq 0.6 \mu\text{m}$ . Эта величина соответствует максимальному изменению толщины кристалла с типичным размером  $12 \times 12 \text{ mm}$  с непараллельностью поверхностей  $10''$ . Следовательно, метод поворота пригоден для измерения толщин производимых кристаллов.

## Экспериментальные результаты

Для экспериментальной проверки метода использовались кристаллы Z-среза конгруэнтного ниобата лития ( $\text{LiNbO}_3$ ). Толщины кристаллов измерялись с помощью цифрового микрометра МКЦ-25 и составили  $514 \pm 2$  и  $554 \pm 2 \mu\text{m}$ . Измерение зависимости  $I_{\text{out}}(\alpha)$  осуществлялось с помощью спектрального эллипсометра J.A. Woollam V-VASE. Данный прибор оснащен моторизованными поворотными-угловыми оправами с погрешностью установки угла падения  $\pm 0.005^\circ$ . Моно-

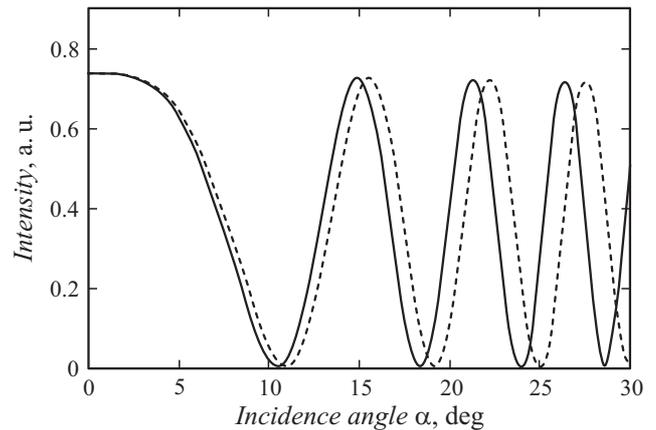


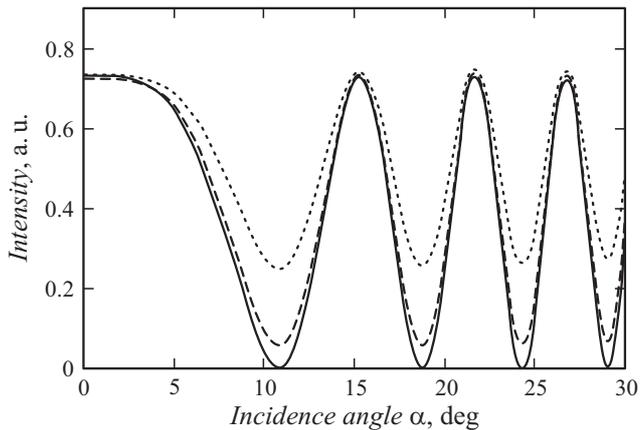
Рис. 3. Экспериментальная зависимость пропускания  $I_{\text{out}}(\alpha)$  от угла падения: сплошная линия —  $h = 554 \pm 2 \mu\text{m}$ , штриховая линия —  $h = 514 \pm 2 \mu\text{m}$ .

хроматор HS-190 эллипсометра позволяет установить длину волны от 250 до 1700 nm при ширине спектра от 0.2 до 4.5 nm. Длина волны зондирующего луча составляла  $\lambda = 632.8 \text{ nm}$ , спектральная ширина щели монохроматора — 2.3 nm. Диаметр открытой ирисовой диафрагмы фотоприемника был равен 3 mm. Измеренные зависимости  $I_{\text{out}}(\alpha)$  для двух кристаллов показаны на рис. 3.

Расчет толщины кристалла осуществлялся по формуле (8) для экспериментально определенных углов  $\alpha_m$  (при  $m = 1$ ). В результате были получены значения толщин  $h = 554.8$  и  $513.7 \mu\text{m}$ . Хорошее совпадение с результатами электронно-механических измерений объясняется высоким угловым разрешением эллипсометра, малым уровнем шумов фотоприемника, высокой точностью исходных данных.

Из выражения (8) следует, что угловые положения  $\alpha_m$  максимумов  $I_{\text{out}}(\alpha)$  зависят только от показателей преломления кристалла  $n_0$ ,  $n_e$ , толщины кристалла  $h$  и длины волны  $\lambda$  источника излучения. Отклонение азимутальных углов поляризатора, кристалла и анализатора от номинальных  $\gamma_1 = 45^\circ$ ,  $\gamma_2 = 0^\circ$ ,  $\gamma_3 = 45^\circ$  не приводит к угловому сдвигу зависимости  $I_{\text{out}}(\alpha)$ . Это подтверждается результатами измерений выходной интенсивности при различных углах ориентации кристалла  $\gamma_2 = 45^\circ$ ,  $30^\circ$  и  $15^\circ$  (рис. 4).

Отклонение азимутов поляризатора  $\gamma_1$ , кристалла  $\gamma_2$  и анализатора  $\gamma_3$  от номинальных значений  $45^\circ$ ,  $0^\circ$ ,  $45^\circ$  уменьшает глубину модуляции  $I_{\text{out}}(\alpha)$ . В результате снижается точность определения углов  $\alpha_m$  вследствие сглаживания максимумов  $I_{\text{out}}(\alpha)$  и конечного разрешения средств измерения. В этой ситуации можно использовать измерение толщины по нескольким максимумам  $m = 1, 2, \dots$ . Тогда при знакопеременной погрешности определения углов  $\alpha_m$  произойдет ее усреднение и взаимная компенсация погрешности. Другим вариантом является реализация многочастотного метода с после-



**Рис. 4.** Экспериментальная зависимость  $I_{\text{out}}(\alpha)$  при различных азимутальных углах поляризатора, кристалла и анализатора: сплошная линия —  $\gamma_1 = 45^\circ$ ,  $\gamma_2 = 0^\circ$ ,  $\gamma_3 = 45^\circ$ , штриховая линия —  $\gamma_1 = 45^\circ$ ,  $\gamma_2 = 0^\circ$ ,  $\gamma_3 = 30^\circ$ , точечная линия —  $\gamma_1 = 45^\circ$ ,  $\gamma_2 = 0^\circ$ ,  $\gamma_3 = 15^\circ$ .

дующим усреднением результатов измерений, а также увеличение динамического диапазона измерительной системы.

В некоторых случаях для измерения толщины кристалла лучше использовать разность угловых положений максимумов  $\alpha_m$  при  $m > 0$  (рис. 2). Например, такая ситуация возникает при неточной установке нулевого положения  $\alpha = 0$ . Или при ошибке определения нулевого положения зависимости  $I_{\text{out}}(\alpha)$  вследствие ее гладкости на этом участке. Последнее можно предотвратить в оптической схеме с непрерывно вращающимся анализатором, которая позволяет определить максимумы пологих участков наиболее точно.

Необходимо отметить, что для определения толщины кристалла нет необходимости в измерении всей характеристики  $I_{\text{out}}(\alpha)$ . Достаточно отметить характерные углы  $\alpha_m$  максимумов характеристики, используя градуированный поворотный столик (двумерный, для установки нормали в двух плоскостях) и измеритель оптической мощности.

Достоинством метода также является малая чувствительность к ширине спектра зондирующего пучка. Так, в экспериментах не удалось обнаружить отличий вплоть до сотых долей процента между  $I_{\text{out}}(\alpha)$ , измеренными при спектральной ширине щели 1.2, 2.3 и 4.5 nm на центральной длине волны 632.8 nm. Это объясняется тем, что кристалл, повернутый на небольшой угол, представляет собой фазовую пластину низкого порядка (обычно  $m \leq 2$ ). Подобная фазовая пластина, помещенная между поляризатором и анализатором, имеет ширину спектра пропускания в сотни нанометров. Это позволяет заменить узкополосный лазерный источник излучения на недорогой малогабаритный монохроматор, исключив влияние интерференции на результат измерения.

## Заключение

Рассмотрен поляризационный метод измерения толщины Z-срезов одноосных кристаллов, основанный на интерференции обыкновенного и необыкновенного пучков, возникающей при повороте Z-среза кристалла. Метод прост в реализации, не предъявляет особых требований к монохроматичности источника излучения, линейности фотоприемника. Результаты измерений практически нечувствительны к погрешности установки азимутальных углов поляризатора, кристалла и анализатора.

Экспериментальная апробация с использованием Z-среза ниобата лития показала совпадение толщин кристаллов, измеренных электронно-механическим и предложенным методом, в пределах допустимой погрешности микрометра  $\pm 2 \mu\text{m}$ . Рассмотренный метод обладает достаточной чувствительностью для оценки погрешности ориентации Z-оси кристалла, для измерения клиновидности пластин в десятки угловых секунд. Метод также может использоваться для измерения толщин неполярных срезов одноосных кристаллов.

Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства образования и науки Российской Федерации.

## Список литературы

- [1] Хило Н.А., Петрова Е.С., Рыжович А.А. // Квант. электрон. 2001. Т. 31. № 1. С. 85–89.
- [2] Khilo N.A. // Opt. Commun. 2012. Vol. 285. P. 503–509.
- [3] Zusin D.H. et al. // J. Opt. Soc. Am. A. 2010. Vol. 27. N 8. P. 1828–1833.
- [4] Хонина С.Н., Волоотовский С.Г., Харитонов С.И. // Компьютерная оптика. 2013. Т. 37. № 3. С. 297–306.
- [5] Khonina S.N., Morozov A.A., Karpeev S.V. // Laser Phys. 2014. Vol. 24. N 5. P. 056 101–056 105.
- [6] Хонина С.Н., Паранин В.Д., Карпеев С.В., Морозов А.А. // Компьютерная оптика. 2014. Т. 38. № 4. С. 598–605.
- [7] Паранин В.Д., Матюнин С.А., Тужмаков К.Н. // Квант. электрон. 2013. Т. 43. № 10. С. 923–926.
- [8] Шубников А.В. // Основы оптической кристаллографии. М.: Изд-во АН СССР, 1958. 206 с.
- [9] Четвериков С.Д. // Методика кристаллооптического исследования шлифов. М.: Гостеолиздат, 1949. 154 с.
- [10] Паранин В.Д., Тужмаков К.Н. Квант. электрон. 2014. Т. 44. № 4. С. 371–375.
- [11] Ярич А., Юх П. // Оптические волны в кристаллах: пер. с англ. М.: Мир, 1987. 616 с.
- [12] Ахманов С.А., Никитин С.Ю. // Физическая оптика: 2-е изд. М.: Наука, 2004. 656 с.
- [13] Кузьминов Ю.С. // Электрооптический и нелинейно-оптический кристалл ниобата лития. М.: Наука, 1987. 264 с.
- [14] Новицкий П.В., Зограф И.А. // Оценка погрешностей результатов измерений. Л.: Энергоиздат, 1991. 304 с.