

05

## Теоретическое определение характеристик прочности многослойных материалов для устройств ядерной и термоядерной техники

© И.В. Витковский,<sup>1</sup> А.Ю. Лешуков,<sup>2</sup> С.Н. Ромашин,<sup>3</sup> В.С. Шоркин<sup>3</sup>

<sup>1</sup> Акционерное общество „НИИЭФА им. Д.В. Ефремова“,  
196641 Санкт-Петербург, Россия  
e-mail: vitkoviv@sintez.niiefa.spb.su

<sup>2</sup> Акционерное общество „НИКИЭТ им. Н.А. Доллежала“,  
107140 Москва, Россия

<sup>3</sup> Госуниверситет-УНПК,  
302020 Орел, Россия  
e-mail: vshorkin@yandex.ru

(Поступило в Редакцию 15 сентября 2014 г. В окончательной редакции 18 марта 2015 г.)

Разработан метод оценки целостности многослойных структур, базирующийся на варианте теории адгезионного и когезионного взаимодействия элементов структур, учитывающей только их термомеханические свойства. Исследуемые структуры — материал многослойной стенки жидкометаллического бланкета термоядерного реактора и термостойкий обмоточный провод с биметаллическим проводником, являющийся основой обмоток магнитогидродинамических машин и электродвигателей, предназначенных для эксплуатации в условиях воздействия высоких температур и ионизирующего излучения, например в машинах и устройствах для ядерных и термоядерных установок.

### Введение

Современные требования к ядерным и термоядерным установкам выдвигают задачи обеспечения их надежной работы в течение многих десятилетий.

Примером машин и устройств с такими требованиями к надежности являются магнитогидродинамические насосы (МГДН), дроссели (МГДД), называемые так же как электромагнитные насосы (ЭМН) и дроссели (ЭМНД), предназначенные для обеспечения циркуляции высокотемпературных теплоносителей в жидкометаллических системах термоядерных реакторов (ТЯР) и реакторных установок и (РУ) на быстрых нейтронах (БН), (БР), например БН-1200, МБИР.

Вторым примером является жидкометаллический бланкет ТЯР — энергонапряженное устройство ТЯР, обеспечивающее отвод тепловой энергии термоядерного синтеза в систему преобразования тепла в электричество.

Вполне понятно, что решение таких задач требует не только создания новых конструкций и материалов, но и принципов их расчета.

В АО „НИИЭФА“ (Санкт-Петербург) совместно с ФГБОУ ВПО „Госуниверситет–УНПК“ (Орел), АО „НИКИЭТ“ (Москва), ННЦ ХФТИ НАН Украины (Харьков), ИПП им. Г.С. Писаренко НАН Украины (Киев) и российскими заводами проводится комплекс работ по созданию соответствующих конструкций и материалов, включая принципы их расчета [1–5].

В настоящей работе приведены результаты нового подхода к расчетам многослойных структур, реализуемых в термостойких биметаллических обмоточных

проводах для ЭМН, ЭМНД и многослойных металлокерамических стенках бланкета термоядерного реактора.

Суть такого подхода состоит в том, что при определении предела прочности в продольном и ортогональном многослойной структуре материала направлениях учитываются силы адгезионного и когезионного взаимодействий, рассчитанные на основании учета многочисленных нелокальных потенциальных взаимодействий в сплошных упругих материалах, наличия поврежденности когезионного контакта между частями однородных элементов слоистой структуры и адгезионного контакта ее различных элементов.

Основные требования, предъявляемые к таким материалам: эксплуатация обмоточных проводов в различных газовых средах, а металлокерамики в жидком литии или литий-свинцовой эвтектике; высокие стабильные термостойкие и электрофизические характеристики, обеспечивающие ресурс работы до 50 лет при воздействии ионизирующего излучения, высоких температур — на уровне 400–700°C; образование минимально возможного количества долгоживущих радионуклидов.

Биметаллический обмоточный провод и „металлокерамическая структура“, являются, по существу, искусственными многофазными системами, состоящими из нескольких компонент.

Первой составляющей, используемой для создания обмоточного провода, является медь или хром-ниобиевая бронза, второй — нержавеющей сталь, следующая составляющая, как правило, армированные стеклотканью фوسفаты.

Для рассматриваемой нами металлокерамики первым слоем, контактирующим с теплоносителем, в зависи-

мости от свойств теплоносителя является или сплав ванадий-хром-титановый, FUROFER 97 (EU) или молибден, далее могут быть хром или молибден, улучшающие адгезионную связь с последующим электроизоляционным слоем из нитрида или оксида алюминия, затем идут те же материалы, но в обратном порядке.

Не вдаваясь в тонкости изготовления биметаллических обмоточных проводов и металлокерамических структур, отметим, что их качество и технология изготовления требуют глубокого понимания адгезионных и диффузионных процессов и, в частности, условий расслоения материала, происходящих как при изготовлении, так и при эксплуатации. Объясняется это разнородностью требований к материалам и процессам адгезии и диффузии в них.

В частности, если на первых стадиях изготовления обмоточного провода требуется хорошая адгезионная связь слоев, то на завершающих этапах и при эксплуатации такая связь нежелательна, как нежелательна и диффузия одного слоя в другой. Аналогичные требования частично предъявляются и к металлокерамическому материалу стенки blankets ТЯР.

Понятно, что экспериментальная проверка целостности слоистой структуры и ее прочности, если это принципиально возможно вообще, требует значительных затрат времени и финансовых ресурсов. Кроме этого, проблема оценки прочности многослойных структур осложняется тем, что в настоящее время отсутствует метод вычисления предела прочности композиционных материалов, материалов сложных химических составов и структур, а также предела прочности их адгезионного соединения.

Заметим, что в теории прочности и механики разрушения деформируемых твердых тел [6] при расчетах используются экспериментальные данные. Теоретические методы физики твердого тела, например [7,8], применимы для расчета только теоретического предела прочности и только для идеальных материалов — материалов с упорядоченной атомной структурой. Использование методов [9,10] невозможно из-за того, что в них применяются суммарные потенциалы парных взаимодействий атомов контактирующих тел или их частей, расположенных в единицах их объемов. Поэтому очевидна необходимость теоретического решения указанной задачи.

## 1. Общий подход к решению проблемы

Для оценки прочности (целостности, или условий расслоения материала) предлагается использовать традиционное условие прочности — не превышение напряжением предельно допустимого значения. В основе теоретического метода расчета лежит модель многочастичных нелокальных потенциальных взаимодействий в сплошной упругой среде [11].

Реальные материалы, их адгезионный контакт обладают определенной поврежденностью в виде сетки микротрещин [12,13], которая существенно снижает реальный предел прочности (разрушающее напряжение) по сравнению с теоретическим пределом прочности. Для практических расчетов важно выявить связь между теоретическим и реальным пределами прочности.

Далее рассматривается модель разрушения отдельных элементов слоистой структуры и их адгезионного соединения.

## 2. Основные теоретические положения, определения и допущения

### 2.1. Теоретические положения

Предлагаемая модель разрушения слоистой структуры базируется на следующих теоретических положениях.

1п. Адгезионные процессы в окрестности поверхности контакта любых соседних элементов слоистой структуры (далее слоев или тел) не влияют на адгезионные процессы, происходящие в окрестностях других поверхностей контакта этих или других слоев.

2п. Материалы взаимодействующих тел — элементов слоистой структуры и их частей считаются однородными и изотропными. При отсутствии внешних воздействий они обладают потенциальной энергией взаимодействия их частей.

3п. При образовании новой структуры за счет адгезии ее слоев или нарушении ее целостности меняются энергетическое и напряженно-деформированное состояния, а вдоль свободных поверхностей и поверхностей адгезионного контакта концентрируется поверхностная энергия.

4п. В элементах слоистой структуры и на поверхности их адгезионного соединения микротрещины образуют сетку [14,15].

5п. В момент перед разрушением напряжения в перешейках между трещинами равны теоретическому пределу прочности.

### 2.2. Определения

Для основных понятий и величин, которые используются в модели разрушения слоистой структуры, приняты следующие определения.

1о. Состояние материала любого слоя  $B$  структуры в отсутствие внешних воздействий на него считается отсчетным.

2о. Положение произвольной частицы  $dV$  любого слоя  $B$  структуры в отсчетном состоянии характеризуется радиусом-вектором  $\mathbf{r} = \mathbf{e}_1x_1 + \mathbf{e}_2x_2 + \mathbf{e}_3x_3$  относительно выбранной неподвижной точки  $O$  с прямоугольными декартовыми координатами  $x_1 = 0, x_2 = 0, x_3 = 0$ .

Здесь  $\mathbf{e}_i$  ( $i = 1, 2, 3$ ) — единичные, взаимно перпендикулярные базисные векторы прямоугольной декартовой системы координат  $x_i$ .

В текущем состоянии та же точка, получив перемещение  $\mathbf{u}(\mathbf{r})$ , имеет радиус-вектор  $\mathbf{R} = \mathbf{r} + \mathbf{u}(\mathbf{r})$  относительно той же точки  $O$ , что и радиус-вектор  $\mathbf{r}$ .

В общем случае в текущем состоянии  $\mathbf{L}_{i,j} = \mathbf{I}_{i,j} + \Delta\mathbf{u}_{i,j}$  — радиус-вектор частицы  $dB_j$  относительно  $dB_i$ ,  $i, j = 1(k), 2(p)$  в текущем состоянии.

Здесь  $\Delta\mathbf{u}_{i,j} = \mathbf{u}_j - \mathbf{u}_i \equiv \mathbf{u}(\mathbf{r}_i + \mathbf{I}_{i,j}) - \mathbf{u}(\mathbf{r}_i)$  — относительное смещение частиц,  $\mathbf{u}_j \equiv \mathbf{u}(\mathbf{r}_i + \mathbf{I}_{i,j})$ ,  $\mathbf{u}_i \equiv \mathbf{u}(\mathbf{r}_i)$  — их собственные перемещения из положения  $\mathbf{r}_j = \mathbf{r}_i + \mathbf{I}_{ij}$  в  $\mathbf{R}_j = \mathbf{r}_j + \mathbf{u}_j$  и из  $\mathbf{r}_i$  в  $\mathbf{R}_i = \mathbf{r}_i + \mathbf{u}_i$  соответственно, при этом величина  $|\Delta\mathbf{u}_{i,j}|$  считается малой, а в отсчетном состоянии  $|\Delta\mathbf{u}_{i,j}| = 0$  и  $\mathbf{L}_{i,j} = \mathbf{I}_{i,j}$ , где  $\mathbf{I}_{ij}$  — радиус-вектор частицы  $dB_j$  относительно  $dB_i$ ,  $i, j = 1(k), 2(p)$  в отсчетном состоянии.

3о. Парным взаимодействием элементарных частиц  $dB_{(k)} \equiv dB_{1(k)}$  и  $dB_{(p)} \equiv dB_{2(p)}$ , слоев  $B_{(k)}$  и  $B_{(p)}$  сплошных тел с объемами  $dV_{(k)} \equiv dV_{1(k)}$  и  $dV_{(p)} \equiv dV_{2(p)}$  считается действие одной из них на другую без учета взаимодействия каждой из них с остальными частицами тел  $B_{(k)}$  и  $B_{(p)}$ .

4о. Тройным взаимодействием частиц  $dB_{(k)} \equiv dB_{1(k)}$ , и  $dB_{2(p)}$  и  $dB_{3(q)}$  тел  $B_{(k)}$ ,  $B_{(p)}$  и  $B_{(q)}$  считается взаимодействие частицы  $dB_{(k)}$  с парой частиц  $dB_{2(p)}$  и  $dB_{3(q)}$  без учета взаимодействия частиц этой пары между собой, а также взаимодействующей тройки частиц с ее окружением.

5о. Удельная потенциальная энергия  $\varphi_{(kp)}$  адгезионного взаимодействия слоев  $B_{(k)}$ ,  $B_{(p)}$  и их элементов равна сумме потенциальных энергий  $\varphi_{(kp)}^{(2)}$  и  $\varphi_{(kp)}^{(3)}$  всех парных и тройных взаимодействий составляющих их элементарных частиц

$$\varphi_{(kp)} = \varphi_{(kp)}^{(2)} + \varphi_{(kp)}^{(3)}.$$

Здесь

$$\varphi_{(kp)}^{(2)} = \int_{V_{(k)}} \int_{V_{(p)}} d^2\varphi_{(kp)}^{(2)}, \quad \varphi_{(kpq)}^{(3)} = \int_{V_{(k)}} \int_{V_{(p)}} \int_{V_{(q)}} d^3\varphi_{(kpq)}^{(3)}.$$

6о. Потенциалом парного и тройного взаимодействия частиц  $dB_{(k)} \equiv dB_{1(k)}$ ,  $dB_{2(p)}$  и  $dB_{(k)} \equiv dB_{1(k)}$ ,  $dB_{2(p)}$ ,  $dB_{3(q)}$  являются соответственно

$$d^2\varphi_{(kp)}^{(2)} = \Phi^{(2)}(L_{1(k)2(p)})dV_{1(k)}dV_{2(p)}$$

и

$$d^3\varphi_{(kpq)}^{(3)} = \Phi^{(3)}(L_{1(k)2(p)}, L_{1(k)3(q)})dV_{1(k)}dV_{2(p)}dV_{3(q)}.$$

Здесь

$$\Phi_{(kp)}^{(2)} = \Phi^{(2)}(L_{1(k)2(p)})$$

и

$$\Phi_{(kpq)}^{(3)} = \Phi^{(3)}(L_{1(k)2(p)}, L_{1(k)3(q)})$$

— коэффициенты пропорциональности, где  $L_{1(k)2(p)} = |L_{1(k)2(p)}|$ ,  $L_{1(k)3(q)} = |L_{1(k)3(q)}|$  — расстояния между

взаимодействующими частицами, нижние индексы вне скобок — номер частицы, индексы внутри скобок — номер слоя, равный 1 или 2 (номера частиц и слоев могут совпадать).

7о. Теоретическим пределом прочности  $\sigma_{T\gamma}$  адгезионного соединения слоев с номерами 1 и 2 ( $\gamma = (12)$ ) и когезионного соединения их частей  $\gamma(k)$  ( $k = 1$  или  $k = 2$ ) считается проекция  $\sigma_{T\gamma} = \sigma_{T\gamma}\mathbf{n}_\gamma$  на направление нормали  $\mathbf{n}_\gamma$  к поверхности контакта  $A_\gamma$ , плотности  $\sigma_{T\gamma} = d\mathbf{F}_\gamma dA_\gamma$  распределения  $A_\gamma$  суммы  $\mathbf{F}_\gamma$  всех сил  $d^2\mathbf{F}_\gamma = \mathbf{f}_\gamma dV_{1(k)}dV_{2(p)}$  действия на частицы  $dB_{(k)} \equiv dB_{1(k)}$  со стороны частиц  $dB_{2(p)}$ . Здесь

$$\mathbf{f}_{(kp)} = -d\Psi_{(kp)}^{(2)}/dL_{1(k)2(p)},$$

где

$$\Psi_{(kp)}^{(2)} = \Phi_{(kp)}^{(2)} + \int_{V_{(k)}} \Phi_{(kkp)}^{(3)} dV_{(k)} + \int_{V_{(p)}} \Phi_{(kpp)}^{(3)} dV_{(p)}.$$

8о. Относительной площадью адгезионного контакта соседних слоев  $B_{(k)}$  и  $B_{(p)}$  ( $k \neq p$ ) или когезии двух частей одного из них ( $k = p$ ) считается отношение площади истинной адгезии  $A_{\alpha(kp)}$  к общей площади  $A_{(kp)}$  их контакта:  $\alpha_{(kp)} = A_{\alpha(kp)}/A_{(kp)}$ . Поврежденностью адгезионного или когезионного контактов является величина  $\beta_{(kp)} = 1 - \alpha_{(kp)}$ .

### 2.3. Допущения

Для расчета характеристик прочности когезии и адгезии элементов слоистой структуры приняты следующие допущения.

1д. В качестве отсчетного принимается термодинамическое состояние слоистой структуры при отсутствии внешних воздействий и нарушений сплошности адгезии ее элементов и когезии их частей, а в качестве текущего — их наличие.

2д. Температура и плотность материала однородны в элементах структуры и при нарушении целостности структуры не изменяются.

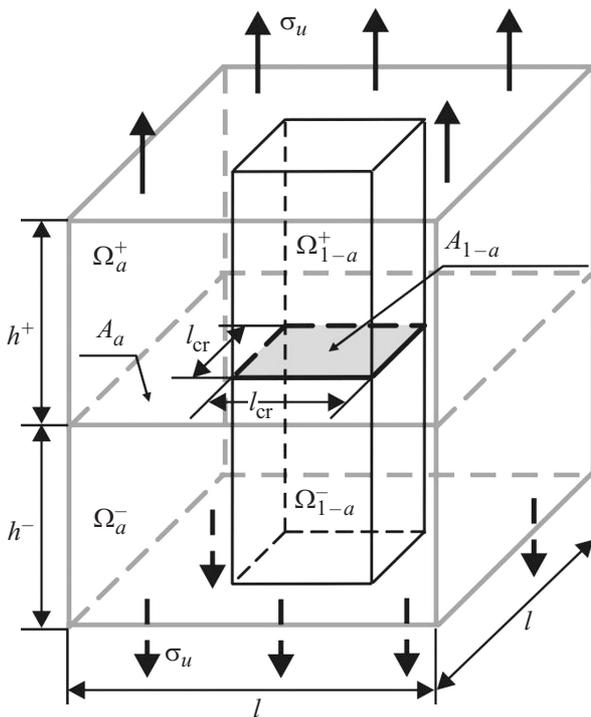
3д. Зависимости коэффициентов  $\Phi_\gamma^{(2)}$  и  $\Phi_\gamma^{(3)}$  от расстояний между взаимодействующими частицами аппроксимируются функциями

$$\Phi_{(y)}^{(2)} = \Phi_{0y}^{(2)} X_{12y}, \quad \Phi_{(y)}^{(3)} = \Phi_0^{(3)} X_{12y} X_{13y}.$$

Здесь коэффициент с индексом  $\gamma = (12)$  характеризует взаимодействие частиц разных слоев  $B_{(1)}$  и  $B_{(2)}$ , а коэффициент с индексами  $\gamma = (k)$  ( $k = 1, 2$ ) характеризует взаимодействие частиц одного из взаимодействующих слоев

$$X_{1j\gamma} = \exp(-2\beta_\gamma L_{1j}) - 2 \exp(-\beta_\gamma L_{1j}), \quad j = 2, 3.$$

4д. Исследуемое тело  $B$  является объединением большого количества частей, занимающих геометрически



Расчетная схема структуры материала.

одинаковые области  $\Omega$  с объемом  $V$  (см. рисунок), образующих ячеистую структуру.

5д. В каждой из областей  $\Omega$  имеется плоская трещина. Трещины разных ячеек расположены в параллельных плоскостях.

6д. Для адгезионного контакта разных материалов (см. рисунок) все трещины расположены в плоскости их контакта. При этом области  $\Omega^+$  и  $\Omega^-$  каждого из контактирующих материалов имеют основание со стороной  $l$ , а расстояния  $h^+$  и  $h^-$  совпадают с толщинами контактирующих элементов слоистой структуры таким образом, что  $h^+ = h^-$ ,  $h^+ + h^- = l$ .

7д. Величина энергии единицы площади свободной поверхности вычисляется по формуле [5]

$$W_s = 8E \cdot 10^{-12} \text{ J/m}^2,$$

где  $E$  — модуль Юнга.

Величина энергии единицы площади поверхности адгезионного контакта  $W_{s(12)}$  определяется в соответствии с [11].

8д. В момент слияния трещин в перешейках между трещинами соседних ячеек развиваются напряжения, равные теоретическому пределу прочности  $\sigma_t$ . При этом растягивающие напряжения равны реальному пределу прочности  $\sigma_u$ , а энергия упругих деформаций ячейки с трещиной равна энергии упругих деформаций той же ячейки без трещины.

9д. Плотность энергии упругих деформаций  $[w]$  определяется как

$$\begin{aligned} [w] &= \int_0^{\langle \nabla u \rangle} \langle P \rangle d\langle \nabla u \rangle \\ &= \mu \langle g_{ij} \rangle \langle g_{ij} \rangle + (\lambda/2) \langle g_{kk} \rangle \langle g_{ll} \rangle \\ &= \alpha^2 [w]_{\alpha\alpha} + 2\alpha(1-\alpha) [w]_{\alpha(1-\alpha)} + (1-\alpha)^2 [w]_{(1-\alpha)(1-\alpha)}. \end{aligned}$$

Здесь

$$\langle \nabla \mathbf{u} \rangle = (1/V) \int_V (\nabla \mathbf{u}(\mathbf{r})) dV = \alpha \langle \nabla \mathbf{u} \rangle_\alpha + (1-\alpha) \langle \nabla \mathbf{u} \rangle_{(1-\alpha)},$$

$$\mathbf{P} = (\mathbf{e}_i \mathbf{e}_j) P_{ij} = (\mathbf{e}_i \mathbf{e}_j) (2\mu g_{ij} + \lambda \delta_{ij} g_{kk}),$$

$$\langle P \rangle = \alpha \langle P \rangle_\alpha + (1-\alpha) \langle P \rangle_{(1-\alpha)},$$

скобки  $\langle \rangle_\alpha$ ,  $\langle \rangle_{1-\alpha}$ ,  $\langle \rangle$  — означают средние значения величин по соответствующим областям  $\Omega_\alpha = \Omega_\alpha^+ \cup \Omega_\alpha^-$ ,  $\Omega_{1-\alpha} = \Omega_{1-\alpha}^+ \cup \Omega_{1-\alpha}^-$ ,  $\Omega = \Omega_\alpha \cup \Omega_{1-\alpha}$ ;  $[w]_{km}$  — объемная плотность работы обобщенных сил  $\langle P \rangle_k$ , развивающихся в области  $\Omega_k$ , на обобщенных перемещениях  $\langle \nabla u \rangle_m$ , развивающихся в области  $\Omega_m$ ;  $k$  и  $m$  независимо друг от друга равны  $\alpha$  или  $1-\alpha$ ;  $\lambda$  и  $\mu$  — параметры Ламэ,  $\delta_{ij}$  — символ Кронекера,  $g_{ij}$  — тензор деформации,  $\nabla$  — дифференциальный оператор Гамильтона.

10д. В области  $\Omega_\alpha$  средние напряжения равны теоретическому пределу прочности  $\sigma_t$ . В области  $\Omega_{1-\alpha}$  напряжения отсутствуют. Тогда в этом случае

$$[w]_{(1-\alpha)(1-\alpha)} = 4W_s A_{1-\alpha} / V_{1-\alpha},$$

$$[w]_{\alpha(1-\alpha)} = 0, \quad [w]_{\alpha\alpha} = \sigma_t^2 A_\alpha / V_\alpha,$$

где  $A_\alpha$  — площадь перешейка между трещинами,  $A_{1-\alpha}$  — площадь трещины,  $V_\alpha$  и  $V_{1-\alpha}$  — объемы областей  $\Omega_\alpha$  и  $\Omega_{1-\alpha}$ .

11д. Величина  $\alpha$  определяется из условия минимума потенциальной энергии ячейки:  $\partial[w]/\partial\alpha = 0$ . Тогда

$$\begin{aligned} \alpha &= ([w]_{(1-\alpha)(1-\alpha)} - [w]_{\alpha(1-\alpha)}) / ([w]_{\alpha\alpha} + [w]_{(1-\alpha)(1-\alpha)} - 2[w]_{\alpha(1-\alpha)}). \end{aligned}$$

### 3. Расчетные соотношения

Соотношения для вычисления теоретических пределов прочности  $\sigma_{t(12)}$  и  $\sigma_{t(k)}$  слоев адгезионного соединения с номерами  $k = 1, 2$  ( $\gamma = (12)$ ) и когезионного соединения их частей  $\gamma = (k)$  соответственно получаются при использовании положения 1п, 2п, определения 1о–8о и допущения 1д–3д:

$$\sigma_{t\gamma} = (7\pi/3)\Phi_{0\gamma}^{(2)}/\beta_{(\gamma)}^3 + (35\pi^2/9)(\Phi_{0\gamma}^{(3)}/\beta_{(\gamma)}^6).$$

**Таблица 1.** Сравнение результатов расчета теоретических пределов прочности когезионного и адгезионного соединений

Материалы $B_{(1)}-B_{(2)}$	$\sigma_r, 10^4$ МПа, [7,17]	$\sigma_r, 10^4$ МПа, расчет
Ag–Ag	3.18	3.14
Al–Al	3.27	2.21
Au–Au	3.22	4.07
Cu–Cu	4.76	4.85
V–V	6.94	5.94
W–W	7.64	7.64
Si–Si	3.16	2.84
Fe–Cr	7.40	7.12
Fe–Cu	6.00	5.33
Cu–Al	4.40	3.27

Здесь

$$\Phi_{0(k)}^{(2)}/\beta_k^3 = (4\bar{\mu}_{(k)} + 45\lambda_{(k)})/(294\pi),$$

$$\Phi_{0(k)}^{(3)}/\beta_k^6 = 3(\lambda_{(k)} - \mu_{(k)})/(196\pi^2),$$

$$\beta_{(k)} = \left\{ \left[ 135\pi\Phi_{0(k)}^{(2)}/\beta_k^{(3)} + 14067\pi^2\Phi_{0(k)}^{(3)}/4\beta_k^{(6)} \right] / \left[ l_{ar(k)}^2(2\mu_k + 3\lambda_{(k)}) \right] \right\}^{1/2},$$

$l_{ar(k)}$  — среднее расстояние между атомами материала слоя с номером  $k$ , а  $\Phi_{0(12)}^{(i)}$ ,  $\beta_{(12)}$  вычисляются по формулам

$$\beta_{(12)} = (\beta_{(1)}\beta_{(2)})^{1/2}; \quad \Phi_{0(12)}^{(i)} = \left( \Phi_{0(1)}^{(i)}\Phi_{0(2)}^{(i)} \right)^{1/2}, \quad i = 2, 3.$$

Учитывая пункты 3п–5п положений и 4д–11д допущений, получаются выражения для вычисления относительной площади адгезионного контакта  $\alpha_{(12)}$  и его реального предела прочности  $\sigma_{u(12)}$ :

$$\alpha_{(12)} = (W_{s(1)} + W_{s(2)}) / \left[ (W_{s(1)} + W_{s(2)}) + (\sigma_{i(12)}^2/2)(h_1/E_{(1)} + h_2/E_{(2)}) \right],$$

$$\sigma_{u(12)}^2 = \alpha_{12}^2\sigma_{i(12)}^2 + 2[(1 - \alpha_{(12)})^2 + (W_{s(1)} + W_{s(2)}) + \alpha_{(12)}^2W_{s(12)}] / (h_1/E_{(1)} + h_2/E_{(2)}).$$

Из положений 3п–5п, определений 8о и допущений 9д–11д вытекает приведенная ниже система уравнений, из решения которой, учитывая, что  $\sigma_u \approx 0.01\sigma_i$  [16], можно определять величины относительной площади когезионного контакта, длины трещины  $l_{cr}$  и размера  $l$  ячейки  $\Omega$  (рис. 1):

$$\sigma_u^2/(2E) = (1 - \alpha)^2(2W_s/l) + \alpha^2\sigma_i^2/(2E),$$

$$\alpha = 2W_sE/(2W_sE + \sigma_i^2l),$$

$$l_{cr}^2 = (1 - \alpha)l^2.$$

Сопоставление значений  $\sigma_i$  и  $\sigma_{i(12)}$ , рассчитанных по полученным соотношениям, с данными для идеальных материалов [7,17] представлено в табл. 1 и свидетельствует о возможности применения полученных выше соотношений.

### 3.1. Методика расчета многослойной цилиндрической структуры

Напряженное состояние рассматривается в цилиндрической системе координат  $r, \varphi, z$  с базисом  $\mathbf{e}_r, \mathbf{e}_\varphi, \mathbf{e}_z$ . Для  $i$ -го слоя полярный радиус  $r \in [\alpha_{(i)}, b_{(i)} = \alpha_{(i)} + h_{(i)}]$ . Вектор  $\mathbf{u}_{(i)}$  перемещений частиц  $i$ -го слоя в базисе  $\mathbf{e}_r, \mathbf{e}_\varphi, \mathbf{e}_z$  представляется:

$$\mathbf{u}_{(i)} = \mathbf{e}_r u + \mathbf{e}_\varphi v + \mathbf{e}_z w.$$

Поля напряжений и деформаций в слоях структуры возникают из-за различных значений температурного коэффициента линейного расширения  $\eta_{(i)}$  при изменении температуры  $T$  на величину  $\Delta T$ . Полагая, что поле нагрева структуры однородное, принимается, что напряженно-деформированное состояние обладает цилиндрической симметрией, следовательно,  $u = u(r)$ ,  $v = 0$ ,  $w = 0$ .

Для всех слоев  $\varphi \in [0, 2\pi]$ ,  $z \in (-\infty, +\infty)$ . Деформация элементов стенки касательными напряжениями считается эквивалентной их деформации равными по величине нормальными напряжениями  $p_\varphi, p_r, p_z$ , распределенными равномерно по сечению слоя.

Напряжения  $p_r$  и  $p_\varphi$ , способные привести к потере целостности многослойной стенки, выражаются через перемещения  $u_{(i)}(r)$  по формулам [18]

$$p_{r(i)} = \lambda_{(i)}(du_{(i)}/dr + u_{(i)}/r) + 2\mu_{(i)}(du_{(i)}/dr) + 2(\lambda_{(i)} + \mu_{(i)})A_{(i)} - 2\mu_{(i)}(B_{(i)}/r^2),$$

$$p_{\varphi(i)} = \lambda_{(i)}(du_{(i)}/dr + u_{(i)}/r) + 2\mu_{(i)}(u_{(i)}/r) + 2(\lambda_{(i)} + \mu_{(i)})A_{(i)} + 2\mu_{(i)}(B_{(i)}/r^2).$$

Перемещения  $u_{(i)}$  частиц  $i$ -го слоя в радиальном направлении определяются функцией

$$u_{(i)}(r) = A_{(i)}r + B_{(i)}/r,$$

где  $A_{(i)}$ ,  $B_{(i)}$  — константы интегрирования, которые определяются из краевых условий на внутренней (при  $r = \alpha_{(i)}$ ) и наружной (при  $r = b_{(i)}$ ) поверхностях структуры, где известны действующие на нее давления  $p_a, p_b$ , и условий сопряжения полей перемещений и напряжений при переходе из одного слоя в другой

$$p_r(\alpha_{(4)}) = 2(\lambda_{(4)} + \mu_{(4)})A_{(4)} - 2\mu_{(4)}B_{(4)}/\alpha_{(4)}^2 = -p_a,$$

$$p_r(b_{(1)}) = 2(\lambda_{(1)} + \mu_{(1)})A_{(1)} - 2\mu_{(1)}B_{(1)}/b_{(1)}^2 = -p_b,$$

$$A_{(i+1)}b_{(i+1)} + B_{(i+1)}/b_{(i+1)} + A_{(i)}\alpha_{(i)} + B_{(i)}/\alpha_{(i)} = \eta_{(i)}\alpha_{(i)}\Delta T - \eta_{(i+1)}b_{(i+1)}\Delta T,$$

$$\begin{aligned}
 & (\lambda_{(i+1)} + \mu_{(i+1)})A_{(i+1)} - \mu_{(i+1)}B_{(i+1)}/b_{(p+1)}^2 \\
 & = (\lambda_{(i)} + \mu_{(i)})A_{(i)} - B_{(i)}/\alpha_{(i)}^2, \\
 & \alpha_{(i)} = b_{(i+1)}.
 \end{aligned}$$

### 3.2. Пример результатов расчета прочности многослойной стенки проточного тракта ТЯР

Примем, что рабочая среда — сплав Li–Pb при температуре 500°C, диаметр сечения проточной части — 30 mm. Возможный вариант материалов слоев при их расположении в направлении „снаружи–внутри“: EU–Cr–(Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> или AlN)–Mo. Толщины слоев: EU —  $h_{(1)} \approx 3$  mm, Cr —  $h_{(2)} \approx 2$  μm, (Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> —  $h_{(3)} \approx 20$  μm или AlN —  $h_{(3*)} \approx 20$  μm), Mo —  $h_{(4)} \approx 100$  μm.

Напряженное состояние в многослойной стенке возникает из-за разницы внутреннего  $p_a$  и наружного  $p_b$

**Таблица 2.** Значения характеристик материалов проточного тракта бланкета ТЯР

№ слоя	Материал	$E_{(i)}$ , 10 <sup>11</sup> N/m <sup>2</sup>	$\eta_{(i)}$ , 10 <sup>-6</sup> 1/K	$h_{(i)}$ , 10 <sup>-5</sup> m	$\lambda_{(i)}$ , 10 <sup>11</sup> N/m <sup>2</sup>	$\mu_{(i)}$ , 10 <sup>11</sup> N/m <sup>2</sup>
1	EU	1.6	10.1	300	1.00	0.61
2	Cr	2.5	6.2	0.2	0.70	1.10
3	Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	3.0	5.4	2	0.70	1.10
3*	AlN	3.1	4.6	2	1.23	1.23
4	Mo	2.7	5.0	10	1.7	1.00

**Таблица 3.** Тангенциальные напряжения и пределы прочности в материалах стенки проточного тракта бланкета ТЯР

Материал	$(p_{\varphi(i)})_{\max}$ , 10 <sup>8</sup> N/m <sup>2</sup> (вариант Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub> )	$(p_{\varphi(i)})_{\max}$ , 10 <sup>8</sup> N/m <sup>2</sup> (вариант AlN)	$\sigma_{u(i)}$ , 10 <sup>8</sup> N/m <sup>2</sup>
EU	Слой сжат	Слой сжат	2.9
Cr	1.5	1.7	3.7
Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	1.8		2.9
AlN		2.1	4.1
Mo	1.6	1.8	3.9

**Таблица 4.** Радиальные напряжения и пределы прочности адгезионного контакта

Материал	$p_{r(i,i+1)}$ , 10 <sup>8</sup> N/m <sup>2</sup> (вариант Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub> )	$p_{r(i,i-1)}$ , 10 <sup>8</sup> N/m <sup>2</sup> (вариант AlN)	$\sigma_{u(i,i+1)}$ , 10 <sup>8</sup> N/m <sup>2</sup>
EU–Cr	0.05	0.06	0.19
Cr–Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	0.07		1.5
Cr–AlN		0.09	1.8
Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub> –Mo	0.06		0.7
AlN–Mo		0.08	0.8

давлений:  $\Delta p = 1.2 \cdot 10^6$  Pa и нагрева от  $T_0 = 293$  K до  $T = 793$  K.

Значения характеристик материалов: модуля Юнга  $E_{(i)}$ , параметров Ламэ  $\lambda_{(i)}$  и  $\mu_{(i)}$ , температурного коэффициента линейного расширения  $\eta_{(i)}$  [19], необходимых для проведения расчетов, и толщины слоев  $h_{(i)}$  представлены в табл. 2.

Вычисленные значения реальных пределов прочности  $\sigma_{u(i)}$  и  $\sigma_{u(i,i+1)}$ , а также напряжений, вызванных совместным действием внутреннего давления и температурных деформаций, представлены в табл. 3 и 4.

Данные табл. 3, 4 свидетельствуют о том, что во всех случаях условия прочности отдельных слоев стенки проточного тракта  $p_{\varphi(i)} < \sigma_{u(i)}$  и их адгезионного соединения  $p_{r(i,i+1)} < \sigma_{u(i,i+1)}$  выполняются.

## Заключение

Разработан метод вычисления разрушающих напряжений (реальных пределов прочности), возникающих в области адгезионного контакта элементов многослойных структур, базирующийся на варианте теории адгезионного и когезионного взаимодействий элементов структур, учитывающем только термомеханические свойства их элементов.

Работа выполнялась в порядке личной инициативы в рамках базовой части государственного задания на 2014–2016 гг., код проекта 286.

## Список литературы

- [1] Kirillov I.R., Shatalov G.E., Strebkov Yu.S. // Fusion Eng. Des. 2006. Vol. 81. P. 425–432.
- [2] Vitkovsky I.V., Gorunov A.V., Engelko V.I. et al. // Fus. Eng. Des. 2002. Vol. 61–62. P. 739–743.
- [3] Анисимов А.М., Васильев В.И., Витковский И.В. и др. VII Основы концепции демонстрационного термоядерного реактора // ДЕМО-С. Проект РФ ДЕМО. Описание конструкции систем и режимов работы реактора. Ч. IV. М.: РНЦ „Курчатовский институт“, Институт ядерного синтеза, 1999. С. VII-1–VII-37.
- [4] Vitkovsky I.V., Konev A.N., Shorkin V.S., Kraev N.D., Rusanov A.E., Khoroshikh V.M., Leonov S.A. // Plasma Devices Oper. 2002. Vol. 11. N 2. P. 1–7.
- [5] Витковский И.В., Конев А.Н., Шоркин В.С. // ЖТФ. 2009. Т. 79. Вып. 2. С. 11–16.
- [6] Работнов Ю.Н. Введение в механику разрушения. М.: Наука, 1987. 80 с.
- [7] Вакилов А.Н., Мамонова М.В., Прудников В.В. // ФТТ, 1997. Т. 39. Вып. 6. С. 964–967.
- [8] Партенский М.Б. // УФН. 1979. Т. 128. Вып. 1. С. 69–106.
- [9] Maugis D. // J. Colloid Interf. Sci. 1991. Vol. 150. P. 243–269.
- [10] Jonsen K.K. // Proc. Soc. Lond. Ser. A. 1971. Vol. 324. N 1558. P. 301–313.
- [11] Шоркин В.С., Фроленкова Л.Ю., Азаров А.С. // Материаловедение. 2011. № 2. С. 2–7.
- [12] Качанов Л.М. Основы механики разрушения. М.: Наука, 1974. 311 с.

- [13] *Работнов Ю.Н.* Проблемы механики твердого деформируемого тела. Л.: Судостроение, 1970. С. 66–70.
- [14] *Витковский И.В., Конев А.Н., Шоркин В.С., Якушина С.И.* // ЖТФ. 2007. Т. 77. Вып. 6. С. 28–33.
- [15] *Волынский А.Л., Ярышева Л.М., Моисеева С.В., Баженов С.М., Бакеев Н.Ф.* // Российский хим. журн. 2006. Т. 50. № 5. С. 126–133.
- [16] *Петч Н.* Металлографические аспекты разрушения. Т. 1. Разрушение. Микроскопические и макроскопические основы механики разрушения / Под ред. Г. Либовиц. М.: Мир, 1973. С. 376–420.
- [17] *Неволин В.К., Фазылов Ф.З.* // ФТТ. 2011. Т. 53. Вып. 3. С. 590–592.
- [18] *Седов Л.И.* Механика сплошной среды. Т. 2. СПб.: Лань, 2004. 560 с.
- [19] *Бабичев А.П., Бабушкина Н.А., Братковский А.М.* и др. Физические величины: Справочник / Под ред. И.С. Григорьева, Е.З. Мейлихова. М.: Энергоатомиздат, 1991. 1232 с.