Экспериментальное и теоретическое определение сильно анизотропной функции распределения ионов по скоростям в плазме собственного газа при больших полях

© А.С. Мустафаев,¹ В.С. Сухомлинов,² М.А. Аинов¹

 ¹ Национальный минерально-сырьевой университет "Горный", 199106 Санкт-Петербург, Россия
 ² Санкт-Петербургский государственный университет, 198504 Санкт-Петербург, Россия
 e-mail: rectorat@spmi.ru

(Поступило в Редакцию 28 ноября 2014 г.)

Впервые методом плоского одностороннего зонда измерены первые семь коэффициентов разложения по полиномам Лежандра функции распределения по энергиям и углам ионов Hg^+ в плазме паров Hg при параметре $E/P \approx 400 \text{ V/(cm} \cdot \text{Torr})$. Найдено аналитическое решение кинетического уравнения Больцмана для ионов в плазме собственного газа в условиях, когда доминирующим процессом является резонансная перезарядка, и ион на длине свободного пробега приобретает скорость, много большую характерной скорости теплового движения атомов. При этом учтено наличие амбиполярного поля произвольной величины. Показано, что вид функции распределения ионов по скоростям определяется двумя параметрами и существенно отличается от максвелловского.Проведено сравнение расчетов дрейфовой скорости ионов He^+ в He, Ar^+ в Ar и Hg^+ в Hg с известными экспериментальными данными, которое показало их хорошее соответствие. Расчеты функции распределения ионов хорошо описывают экспериментальные результаты по ее измерению. Анализ полученных результатов показал, что при скоростях ионов, меньших средней тепловой скорости атомов, ионы несмотря на наличие сильного поля распределены по скоростям изотропно. С увеличением скорости иона распределение становится все более вытянутым в направлении электрического поля.

Введение

Функция распределения ионов (ФРИ) по скоростям представляет интерес по многим причинам, среди которых вопросы изучения плазмохимических реакций, идущих с участием ионов; определение подвижности ионов в плазменном объекте; процессы нагрева нейтрального компонента плазмы и ряд других. Среди технических приложений отметим современные плазменные нанотехнологии, тонкую очистку ионами поверхности изделий, технологию создания рельефов на поверхности за счет избирательного травления при бомбардировке потоками ионов [1]. Особенности дрейфа ионов теоретически изучались в ряде работ [2-13], на наиболее полно эти результаты представлены в [5-13]. Автор [6] в своей работе приводит результаты расчета дрейфовой скорости ионов инертных газов в собственном газе, однако ФРИ в явном виде в работе не вычисляется. В работе [5] также рассчитывается дрейфовая скорость ионов инертных газов в плазме собственного газа в приближении сильного поля, при этом автор полагал, что распределение атомов имеет вид дельта-функции. В работе [8] при решении задачи о функции распределения ионов в собственном гаже автор пренебрегал рождением ионов, имеющих максвелловское распределение по скоростям в результате перезарядки. Ниже будет показано, что это может приводить к заметным ошибкам при расчете ФРИ по скоростям.

В работе [7] рассчитано время, в течение которого ион, двигаясь в собственном газе (в пренебрежении всеми процессами, кроме перезарядки), имеет составляющую скорости вдоль направления электрического поля в интервале от v_{iz} до $v_{iz} + dv_{iz}$. Ясно, что это время пропорционально ФРИ по проекции скорости на направление электрического поля, однако получить из этих результатов саму функцию распределения по полной скорости затруднительно.

В работах [9,10] развивается новый метод расчета матричных элементов интеграла столкновений, который применен к решению нестационарного уравнения Больцмана методом моментов для ионов в условиях, когда основной процесс — резонансная перезарядка. Тем не менее в сильных полях, когда отношение тепловой энергии атома и энергии иона, приобретаемой на длине пробега, менее 0.05, использование данного подхода для расчета стационарной ФРИ затруднительно.

В работе [11] сравнивается аналитическое решение уравнения Больцмана для ионов в ВGК-модели [14] и численное решение при постоянном сечении резонансной перезарядки. Показано, что при больших полях аналитическое решение дает неверную асимптотику для дрейфовой скорости иона.

Автор [12] развивает моментный метод решения уравнения Больцмана для заряженных частиц при различных потенциалах их взаимодействия с атомами.

В [13] приводится обзор по методам решения уравнения Больцмана для заряженных частиц как для режимов, близких к гидродинамическим, так и в противоположном случае. В последнем варианте излагаются основы моментного метода (и его модификации). Рассмотрены случаи как постоянных, так и переменных полей, в частности, RF-разряд.

Что касается измерения ФРИ по скоростям в плазме самостоятельного разряда постоянного тока, то нам неизвестны такие работы, за исключением [15], где спектроскопически измерялся допплеровский сдвиг ионных линий в разряде в аргоне при наблюдении вдоль оси разряда, и по его величине делалось заключение о средней скорости ионов, которая в условиях экспериментов авторов оказывалась порядка 10⁴ cm/s.

В ряде работ теоретически исследовались различные аспекты дрейфа ионов в плазме емкостного разряда низкого давления [16–18].

Настоящая работа посвящена экспериментальному и теоретическому решению задачи об определении функции распределения ионов по скоростям в собственном газе тлеющего разряда в постоянном поле с учетом возникновения медленных ионов с атомной температурой в результате перезарядки, которая считалась доминирующим процессом. При этом полагалось, что скорость ионов перед столкновением значительно превышает скорость атомов.

1. Теоретическое решение задачи о функции распределения ионов

Получение основных соотношений в случае постоянного сечения и отсутствия амбиполярного поля

Механизмы взаимодействия ионов с остальными компонентами низкотемпературной плазмы в настоящее время достаточно хорошо изучены [2,19,20]. Установлено, что доминирующим процессом при столкновениях иона в собственном газе является резонансная перезарядка, в результате которой ион во время столкновения с атомом передает ему за счет туннельного эффекта свой заряд, сохраняя импульс и энергию. Таким образом, движение иона в собственном газе носит эстафетный характер (эффект Ceнa [2]).

Имея в виду основной механизм взаимодействия ионов с нейтральными атомами, рассмотрим установившееся распределение по скоростям при условиях:

• атомы газа движутся в соответствии с законом Максвелла;

• движение ионов происходит в собственном газе с низкой степенью ионизации;

 доминирующим процессом, формирующим функцию распределения ионов по скоростям, является резонансная перезарядка;

• отсутствуют продольные градиенты параметров плазмы.

Последнее условие необходимо, поскольку в противном случае будет зависеть от продольной координаты и ФРИ. Решение задачи в этом случае также не вызывает затруднения, но требует постановки физически обоснованных граничных условий по координате Z.

В стационарной плазме при сделанных предположениях уравнение Больцмана имеет вид

$$\mathbf{v}_i \boldsymbol{\nabla}_r(f_i) + \frac{e\mathbf{E}}{m} \boldsymbol{\nabla}_v(f_i) = S_i, \qquad (1)$$

где e, m — заряд и масса иона, **E** — напряженность электрического поля, **v**_i — скорость ионов, f_i — ФРИ по скоростям, S_i —интеграл столкновений.

Учитывая, что ион, возникающий как в результате перезарядки, так и в результате электронного удара, имеет скорость атома, определим интеграл столкновений следующим образом:

$$S_{i}(\mathbf{v}_{i}) = n_{a} \iint \sigma v_{r} f_{a}(\mathbf{v}_{a}') f_{i}(\mathbf{v}_{i}')$$
$$\times \left[\delta(\mathbf{v}_{a}' - \mathbf{v}_{i}) - \delta(\mathbf{v}_{i}' - \mathbf{v}_{i}) \right] d\mathbf{v}_{a}' d\mathbf{v}_{i}', \qquad (2)$$

где $f_a(\mathbf{v}_a)$ — функции распределения атомов n_a — концентрация атомов, σ — сечение перезарядки, v_r — модуль относительной скорости ион-атом, \mathbf{v}_a — скорость атомов. В интеграле столкновений не учитываются процессы ионизации и электрон-ионной рекомбинации ввиду того, что при сделанных предположениях их характерное время велико по сравнению со временем резонансной перезарядки. Функция распределения ионов нормирована на концентрацию, а атомов — на единицу.

Прежде всего, конкретизируем функции, входящие в интеграл столкновений. Как известно, сечение перезарядки логарифмически зависит от относительной скорости ион-атом [5,20,21].

$$\sigma(v) = \sigma_0 \left[1 + a \cdot \ln\left(\frac{v_0^2}{v^2}\right) \right] \equiv \sigma_0 \kappa(v), \qquad (2a)$$

где σ_0 , a, v_0 — константы, которые зависят от сорта газа. Так, например, в гелии при $\frac{mv_0^2}{2} = 1 \text{ eV}$ выполняется $\sigma_0 = 2.79 \cdot 10^{-15} \text{ cm}^2$, a = 0.0557 [21], для резонансной перезарядки ионов Hg⁺ по данным [22] для этой же энергии $\sigma_0 = 12 \cdot 10^{-15} \text{ cm}^2$, a = 0.073. В то же время автор [23] приводит следующие значения: $\sigma_0 = 20 \cdot 10^{-15} \text{ cm}^2$, a = 0.048. Ввиду такой слабой энергетической зависимости в сравнительно узком диапазоне скоростей, который характерен для движения ионов, сечение перезарядки с хорошей точностью можно считать постоянным. Действительно, в диапазоне энергий 0.1-0.3 eV, например для гелия, сечение перезарядки изменяется на величину порядка 5% по данным [19,21].

В связи с этим сначала решим задачу, полагая сечение резонансной перезарядки постоянным, а затем приведем формулы, учитывающие его зависимость от скорости. Рассмотрим такие условия движения ионов, когда скорость, приобретаемая ими на средней длине свободного пробега, существенно больше средней скорости атомов, что выполняется, если

$$\sqrt{kT_a} \ll \sqrt{\frac{eE}{\sigma n_a}}$$

(*T_a* — температура нейтральных атомов). Это неравенство эквивалентно следующему:

$$\left(E \cdot P^{-1} \cdot \sigma^{-1}\right)^{1/2} \gg 1, \qquad (2b)$$

где P [Torr] — давление газа, E [V/cm], σ [10⁻¹⁵ cm²].

Отметим, например, что в случае инертных газов неравенство (2b) выполняется только при малых значениях произведения *PR* « 1 (*R* — характерный размер объема, в котором создается плазма), когда из-за быстрой диффузионной гибели электронов значительно возрастает электрическое поле в плазме [24]. В этом случае полагаем, что относительная скорость ион-атом перед столкновением имеет лишь одну составляющую вдоль направления напряженности электрического поля Е и определяется только скоростью иона. Будем полагать также, что частота межатомных столкновений значительно больше частоты ион-атомных столкновений. Это позволяет использовать для атомов равновесное распределение Максвелла, но накладывает ограничение на величину степени ионизации. При сделанных предположениях интеграл столкновений сводится к следующему выражению:

$$S_i(\mathbf{v}_i) = n_a \sigma \left[f_a(\mathbf{v}_i) \int |v_{iz}| f_i(\mathbf{v}_i) d\mathbf{v}_i - |v_{iz}| f_i(\mathbf{v}_i) \right].$$
(3)

Рассмотрим сначала случай, когда плазма не ограничена стенками и электрическое поле имеет одну компоненту, направленную вдоль оси Z. При этом положим, что эта компонента поля, а также концентрация атомов и ионов не зависят от координаты. Тогда функция распределения f_i зависит только от скорости v и можно, используя (3), привести кинетическое уравнение к следующему виду с точностью до членов порядка $O(\frac{c_0}{B})$:

$$\frac{f_i}{v_{iz}} + 2\alpha_0 |v_{iz}| f_i = \gamma f_a(\mathbf{v}_i), \tag{4}$$

где O(x) — величина того же порядка малости, что и величина x при $x \to 0$, $2\alpha_0 = \frac{m}{eE} n_a \sigma$, $\gamma = 2\alpha_0 n_i \overline{v}_{iz}$, $f_a(\mathbf{v}_i) = \left(\frac{\beta}{\pi}\right)^{1.5} \exp(-\beta v_i^2)$, $\beta = \frac{m}{2kT_a}$, T_a — температура атомов,

$$\overline{v}_{iz} = \frac{\int v_{iz} f_i(\mathbf{v}_i) d\mathbf{v}_i}{\int f_i(\mathbf{v}_i d\mathbf{v}_i)}$$

— средняя скорость ионов в направлении электрического поля, *n_i* — концентрация ионов.

Теперь предположим, что плазма создается в цилиндрической разрядной трубке радиуса *R* с диэлектрическими стенками и осью Z и возможен неоднородный по радиусу разогрев газа в плазме. В этом случае в левой части уравнения (4) появляются три дополнительных члена $\frac{m}{eE} v_{\rho} \frac{\partial f_i}{\partial \rho}, \frac{E_{\rho}(\rho)}{E} \frac{\partial f_i}{\partial v_{\rho}}, \frac{m}{eE} \frac{v_{\rho}}{n_i} \frac{\partial n_i}{\partial \rho} f_i$, где E_{ρ} амбиполярное поле, ρ — радиальная координата, v_{ρ} составляющая скорости иона в радиальном направлении. Последний член имеет порядок

$$\frac{m}{eE}\frac{v_{\rho}}{R}f_{i}\ll\frac{m}{eE}\frac{v_{iz}}{\lambda_{i}}f_{i}$$

при $\lambda_i \ll R$, где λ_i — длина пробега иона относительно процесса резонансной перезарядки, и, таким образом, им можно пренебречь. Второй член много меньше члена $\frac{\partial f_i}{\partial v_{iz}}$, если в плазме самостоятельного газового разряда выполняется неравенство $E_{\rho}(\rho) \ll E$. Это неравенство имеет место вблизи оси разряда (где суммарное амбиполярное поле равно нулю), или во всем объеме, если выполнено соотношение [24]

$$PR \gg 10^{-3} \cdot T_a \cdot \sigma_e^{-1} \cdot \delta^{-1/2}, \tag{4a}$$

где σ_e — сечение упругого рассеяния электрона на нейтральной частице, δ — средняя относительная доля энергии электрона, теряемая им при упругом столкновении с нейтральной частицей плазмы, *P* [Torr], *R* [cm], *T_a* [K], σ_e [10⁻¹⁶ cm²].

Первый же из дополнительных появившихся членов имеет, очевидно, порядок последнего члена и, таким образом, все три члена можно не учитывать. При выполнении неравенств (4a) и $\lambda_i \ll R$ в случае неоднородного разогрева газа зависимость $f_i(\rho)$ можно учесть, просто считая зависящими от радиуса величины α_0 , β , γ .

Положим сначала, что эти неравенства выполнены и параметры α_0 , β , γ , определяющие свойства плазмы, априори заданы (включая их возможную зависимость от радиальной координаты ρ). Отметим, что параметр α_0 определяет скорость, которую приобретает ион в электрическом поле, параметр β характеризует температуру нейтральных атомов, параметр γ — скорость образования ионов за счет перезарядки.

Решение кинетического уравнения (4) при выполнении неравенств (4а) и $\lambda_i \ll R$ (при малых $\frac{\rho}{R}$ неравенство (4а) справедливо в силу $E_{\rho}(0) = 0$) с учетом поведения функции распределения для скорости ионов при $v_{iz} \to -\infty$ имеет вид

$$\begin{split} f_{i}(\mathbf{v}_{i}) &= A \exp\left[-\beta v_{i}^{2} + (\beta - \alpha_{0})v_{iz}^{2}\right] \\ &\times erfc\left(-\sqrt{\beta - \alpha_{0}}v_{iz}\right)\left\{1 + O\left(\frac{\alpha_{0}}{\beta}\right)\right\} & \text{при } v_{iz} \geq 0, \\ f_{i}(\mathbf{v}_{i}) &= A \exp\left[-\beta v_{i}^{2} + (\beta - \alpha_{0})v_{iz}^{2}\right] \\ &\times erfc\left(-\sqrt{\beta + \alpha_{0}}v_{iz}\right)\left\{1 + O\left(\frac{\alpha_{0}}{\beta}\right)\right\} & \text{при } v_{iz} \leq 0, \end{split}$$

$$\end{split}$$

$$(5)$$

где $A = \frac{\gamma\beta}{2\pi}$ — постоянный множитель, v_i — модуль скорости иона, $erfc(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_{x}^{\infty} \exp(-t^2) dx$. При сделанных

ранее предположениях выполняется $\sqrt{\frac{\alpha_0}{\beta}} \ll 1$. Отметим, что (5) с учетом того, что $v_i z = v_i \mu$, $\mu = \cos \theta$ (θ — угол между осью Z и скоростью иона), дает угловое распределение ионов по скоростям. Интегрируя (5) по угловым координатам, получаем функцию распределения ионов по модулю скорости, нормированную на единицу:

$$F_{i}(v_{i}) \equiv \frac{f_{i}(v_{i})}{n_{i}} v_{i}^{2} = \frac{2\sqrt{\alpha_{0}\beta}}{\sqrt{\pi}} v_{i} \exp(-\beta v_{i}^{2})$$

$$\times \int_{-\sqrt{\beta+\alpha_{0}}v_{i}}^{\sqrt{\beta-\alpha_{0}}v_{i}} \exp(t^{2}) \operatorname{erfc}(-t) dt \left\{1 + O\left(\frac{\alpha_{0}}{\beta}\right)\right\}. \quad (6)$$

Концентрация ионов выражается через ранее определенные константы следующим образом: $n_i = \frac{y\sqrt{\pi}}{2\sqrt{\alpha_0}}$. Отметим, что для учета членов $O\left(\frac{\alpha_0}{\beta}\right)$ в этой формуле достаточно уточнить нормировку, т.е. разделить функцию на $\int_{0}^{\infty} F_i(v_i)v_i^2 dv_i$.

Интегрирование (5) по азимутальному углу и компоненте скорости иона, ортогональной направлению электрического поля, дает распределение ионов по Z-компоненте скорости v_{iz} , нормированное на концентрацию:

$$f_{iz}(\mathbf{v}_i) = \frac{\pi A}{\beta} \exp\left(-\alpha_0 v_{iz}^2\right) erfc\left(-\sqrt{\beta - \alpha_0} v_{iz}\right)$$

 $\times \left\{1 + O\left(\frac{\alpha_0}{\beta}\right)\right\}$ при $v_{iz} \ge 0,$ (6a)

$$egin{aligned} f_{iz}(\mathbf{v}_i) &= rac{\pi A}{eta} \, \expig(lpha_0 v_{iz}^2ig) erfc \left(-\sqrt{eta+lpha_0} v_{iz}
ight) \ & imes \left\{1+O\left(rac{lpha_0}{eta}
ight)
ight\} \quad ext{при} \quad v_{iz} \leq 0. \end{aligned}$$

ФРИ по энергиям $F_{i\varepsilon}(\varepsilon_i)$, нормированная на единицу, с той же точностью, что и (6), записывается в виде

$$F_{i\varepsilon}(\varepsilon_{i}) = \frac{1.16 \cdot 10^{4} \sqrt{\alpha_{0}}}{\sqrt{\pi} T_{a}} \exp\left[-E(\varepsilon_{i})\right]$$

$$\times \int_{-\sqrt{\left(1-\frac{\alpha_{0}}{\beta}\right)E(\varepsilon_{i})}} \exp(t^{2}) erfc(-t)dt \left\{1+O\left(\frac{\alpha_{0}}{\beta}\right)\right\},$$
(6b)

где ε_i — энергия иона, выраженная в eV, $E(\varepsilon_i) = \frac{1.16 \cdot 10^4 \varepsilon_i}{T_a}$, члены $O(\frac{\alpha_0}{\beta})$ учитываются аналогично формуле (6) (т.е. уточнением нормировки), а ФРИ по энергиям и

азимутальному углу в виде

$$F_{i\varepsilon\mu} = \frac{1.16 \cdot 10^4 \sqrt{a_0}}{\sqrt{\pi}T_a} \sqrt{E(\varepsilon_i)}$$

$$\times \exp\left[-E(\varepsilon_i)(1-\mu^2) - \frac{\alpha_0}{\beta}E(\varepsilon_i)\mu^2\right]$$

$$\times erfc\left[-\sqrt{1-\frac{\alpha_0}{\beta}}E(\varepsilon_i)\mu\right]$$
(6c)

при $\mu > 0$,

$$F_{i\varepsilon\mu} = \frac{1.16 \cdot 10^4 \sqrt{a_0}}{\sqrt{\pi} T_a} \sqrt{E(\varepsilon_i)}$$
$$\times \exp\left[-E(\varepsilon_i)(1-\mu^2) + \frac{\alpha_0}{\beta} E(\varepsilon_i)\mu^2\right]$$
$$\times erfc\left[-\sqrt{1+\frac{\alpha_0}{\beta}} E(\varepsilon_i)\mu\right]$$

при $\mu < 0$.

Из выражения для n_i и определения параметров α_0 , γ следует, что средняя скорость иона с точностью до величин порядка $\frac{\alpha_0}{B}$ определяется как

$$\overline{v}_i = \sqrt{\frac{1}{\pi \alpha_0}} \left[1 + O\left(\frac{\alpha_0}{\beta}\right) \right] \approx \sqrt{\frac{2eE}{\pi n_a \sigma}}.$$
 (7)

Этот же результат можно получить прямым вычислением средней скорости с помощью полученной функции распределения. Вычисление среднеквадратичной скорости с этой же точностью дает

$$\sqrt{\overline{v_i^2}} = \left(\frac{1}{n_i}\int\limits_0^\infty F_i(v_i)dv_i\right)^{0.5} = \frac{1}{\sqrt{2\alpha_0}}\left[1+O\left(\frac{\alpha_0}{\beta}\right)\right],\tag{7a}$$

а для наиболее вероятной скорости v_{ip} в приближении $\alpha_0 \to 0$ получаем из решения трансцендентного уравнения

$$\left(\frac{dF_i(v_i)}{dv_i}\right)_{v_i=v_{ip}}=0,$$

что $v_{ip} = \frac{1.5}{\sqrt{\beta}}$. Учет конечного значения параметра $\alpha_0 \ll \beta$ сдвигает положение максимума функции распределения ионов по скоростям в сторону меньших скоростей.

Учет амбиполярного поля и зависимости сечения перезарядки от скорости

В том случае, когда необходимо учесть амбиполярное поле (т.е. если ищется решение не вблизи приосевой области разряда или неравенство (4a) не выполняется), но по-прежнему выполнено неравенство $\lambda_i \ll R$, поступим следующим образом. Учитывая, что в нашем случае можно в уравнении Больцмана пренебречь

пространственными градиентами и основной процесс, определяющий вид функции распределения — резонансная перезарядка, для решения задачи при некоторой радиальной координате ρ выберем локальную систему координат, ось Z которой совпадает с направлением суммарного электрического поля в плазме при этом значении ρ :

$$E_S = E\sqrt{1 + \varepsilon(\rho)^2},\tag{8}$$

где $\varepsilon(\rho) = \frac{E_{\rho}(\rho)}{E}$. Тогда уравнение Больцмана имеет вид (4), но параметр α_0 будет зависеть от отношения амбиполярного и аксиального (направленного вдоль оси разрядной трубки) полей

$$\alpha(\rho)\alpha_0\sqrt{1+\varepsilon(\rho)^2}.$$
 (8a)

Соответственно верны формулы (5), (6), но с заменой параметра α_0 на $\alpha(\rho)$. Кроме того, из простого геометрического рассмотрения следует, что в (5) необходимо заменить $v_z = v\mu$ на выражение $\frac{v\left[\mu + \varepsilon(\rho)\sqrt{1-\mu^2}\right]}{\sqrt{1+\varepsilon(\rho)^2}}$, а $v_\rho = v\sqrt{1-\mu^2}$ на $\left|\frac{v\left[\varepsilon(\rho)\mu - \sqrt{1-\mu^2}\right]}{\sqrt{1+\varepsilon(\rho)^2}}\right|$. Отметим, что мы не налагали никаких условий на соотношение величин аксиального и амбиполярного полей. Что касается формулы для скорости дрейфа в аксиальном направлении, то с учетом того, что при выбранной нами системе координат выполняется

$$\overline{v}_i = \overline{v}_{iz} \sqrt{1 + \varepsilon(\rho)^2}, \qquad (9)$$

можно получить

$$\overline{v}_{iz} = \sqrt{\frac{2eE}{\pi n_a \sigma}} \cdot \frac{1}{[1 + \varepsilon(\rho)]^{0.25}}.$$
 (10)

В заключение этой части работы обсудим, как изменятся полученные формулы, если учесть зависимость сечения резонансной перезарядки от скорости. Расчеты показывают, что величины $\frac{x^2\kappa(x)}{2}$ и $\int_{0}^{x} \kappa(y)y dy$, например для инертных газов, отличаются при изменении величины $x = \sqrt{\beta}v_i$ в диапазоне $x \in [0, 10]$ не более, чем на 5%, где $\kappa(x)$ определена формулой (2а). Нетрудно показать, что в этом случае все полученные выше формулы с той же степенью точности описывают соответствующие величины для зависимости сечения перезарядки от скорости, согласно (2a), при замене величины $\alpha(\rho)$ на $\alpha(\rho)\kappa(v_i).$

Задача решена в предположении, что выполняется неравенство $\lambda_i \ll R$. Это необходимо для того, чтобы можно было пренебречь в кинетическом уравнении (1) членом с $\nabla_r(f_i)$. Однако даже если данное неравенство не выполняется, то, поскольку $\nabla_r(f_i)_{r=0} = 0$, полученные выше результаты все равно верны вблизи оси трубки. Нетрудно доказать, что точное решение уравнения Больцмана при произвольном отношении $\frac{\lambda_i}{R}$ стремится при $\rho \rightarrow 0$ к решению уравнения (4).

2. Экспериментальное определение функции распределения ионов в плазме тлеющего газового разряда

Нами были проведены измерения ФРИ по энергиям зондовым методом в положительном столбе тлеющего разряда низкого давления в ртути. Разряд создавался в трубке из кварцевого стекла диаметром 30 mm и длиной 300 mm между плоским импрегнированным катодом косвенного накала диаметром 11 mm и молибденовым анодом диаметром 20 mm. Предварительная термическая подготовка прибора и безмасляная откачка обеспечили остаточное разрежение 10^8 Torr в рабочем режиме.

Температура катода измерялась W-Re микротермопарой и поддерживалась электронной системой стабилизации на уровне 1000-1500 K с точностью $\pm 5^{\circ}$. Стабильность эмиссионного тока катода и разрядного тока в процессе измерений при различных давлениях ртути контролировалась электронной системой стабилизации.

Ртуть вводилась в трубку методом вакуумной дистилляции. Давление насыщенных паров регулировалось температурой термостата, в котором находилась жидкая фаза ртути. Остальная часть разрядной трубки поддерживалась при более высокой температуре. Давление ртути изменялось в диапазоне 5 · 10⁻⁴-1 Torr и контролировалось магниторазрядными датчиками. Верхняя граница давления определялась размерами зондов и условиями применимости бесстолкновительной теории зондового тока. Разрядный ток изменялся в диапазоне 0.05-0.5 А. Оценки толщины призондового слоя показали, что в условиях проведения эксперимента выполняется приближение бесстолкновительного слоя [25,26] и его толщина много меньше диаметра зонда.

Наибольшей экспериментальной сложностью в реализации измерений ФРИ плоским зондом является необходимость одновременного его вращения и перемещения вдоль оси разряда. Для решения указанной задачи в плазму через боковую границу вводится вращающийся плоский односторонний зонд из танталовой фольги толщиной 30 µm в виде круга диаметром 0.5 или 0.8 mm. Зонд располагался на осевой линии разрядной трубки. К зонду приваривался токопровод из танталовой проволоки диаметром 0.1 mm. Токопровод и одна сторона зонда защищалась специальным алундовым покрытием, отожженным в вакууме. Зонд монтировался на трехкоординатной микрометрической дистанционной системе перемещения, которая с помощью сильфонного соединения обеспечивала его пространственную установку с точностью ±0.01 mm и ориентацию относительно оси симметрии разряда в диапазоне углов (0-180°) с шагом 5° и точностью не хуже $\pm 10''$. Контроль установки зонда осуществлялся окуляр-микрометром.

Для измерения лежандровых коэффициентов *F_{ia}* ФТИ регистрировались вторые производные зондового тока I'', полученные методом двойной модуляции потенциала зонда. Экспериментальная установка и метод измерения второй производной зондового тока по потенциалу зонда детально описаны в [27,28]. Использовался модулирующий сигнал вида $u(t) = \Delta \varepsilon (1 + \cos \omega_1 t) \cos \omega_2 t$.

Учет аппаратных искажений,выбор оптимальных амплитуд дифференцирующего сигнала $\sqrt{2}u_1$ и контроль линейности системы регистрации проводились по методике [29,30]. Использовались значения $\Delta \varepsilon = 0.05$, 0.1 и 0.2 V, $\omega_1 = 6 \cdot 10^3$ Hz, $\omega_2 = 6 \cdot 10^5$ Hz.

В области отрицательных потенциалов зонда величина I''_U определяется электронной составляющей зондового тока и пропорциональна функции распределения электронов по скоростям. Как известно [31], при положительном потенциале зонда электронный ток на плоский зонд практически не зависит от этого потенциала. Ионы при этом движутся в задерживающем поле, и вторая производная тока ионов несет информацию об их функции распределения. Ввиду этого I''_U в диапазоне потенциалов 0-1 V в основном описывает распределение ионов. Особое внимание в процессе регистрации I''_U уделялось стабильности разрядного тока.

В эксперименте принимались меры для исключения искажений, возникающих при измерении ФРИ из-за конечной проводимости плазмы [32,33]. С этой целью в трубку на расстоянии 20 и 25 ст от катода впаивались плоский односторонний зонд и сферический зонд диаметром 0.3 mm для контроля точности реконструкции изотропной компоненты ФРИ $F_{i\alpha}^0$. Отсутствие искажающего влияния колебаний в процессе измерений контролировалось путем регистрации I_U'' при выключенном дифференцирующем сигнале.

Принятые в эксперименте специальные меры по стабилизации параметров электрического разряда обеспечили воспроизводимость результатов не хуже 0.5%. Осуществлялся контроль спектра колебаний разрядного тока и напряжения в диапазоне частот до 300 MHz.

Специальная градуировка измерительной системы обеспечила не только относительные, но и абсолютные измерения величин I''_U , что, в свою очередь, позволило определить угловые гармоники функции распределения $F^n_{i\alpha}$ в абсолютной мере.

Потенциал пространства определялся по нулю второй производной зондового тока [26]. Концентрации электронов и ионов вычислялись интегрированием функций распределения электронов и ионов по энергии. Сравнение этих концентраций показало их совпадение в пределах 10%, что с учетом погрешности зондовых измерений является удовлетворительным результатом.

Управление экспериментом обеспечивалось многоканальной измерительно-вычислительной системой на базе PC. Специальное программное обеспечение и радиотехническая элементная база позволили проводить цифровую регистрацию данных, получаемых в импульсных и стационарных режимах, а также их комплексную обработку программными средствами в реальном масштабе времени. Применение цифровой регистрации существенно увеличило точность и чувствительность метода диагностики, повысило достоверность результатов исследований.

3. Обсуждение полученных результатов и сравнение экспериментальных и расчетных данных

Отметим, что формула (7) для дрейфовой скорости иона совпадает с результатами работ [6,19] в предельном случае сильного поля. Аналогично, формула (10) совпадает с результатом, приведенным в [15]. Как уже говорилось, в работе [7] было вычислено время, в течение которого ион имеет составляющую скорости вдоль электрического поля в промежутке от v_{iz} до $v_{iz} + dv_{iz}$. Это время определяет ФРИ по Z-компоненте скорости. Полученное нами распределение (6а) с точностью до переобозначений соответствующих величин совпадает с формулами (47) (для $v_{iz} \ge 0$) и (46) (для $v_{iz} \le 0$) упомянутой работы для случая $\frac{\beta}{\alpha_0} \gg 1$. При выполнении соотношения $\sqrt{\frac{\beta}{a_0}} \rightarrow \infty$ распределение (6a) переходит в распределение Максвелла, тождественное полученному авторами [8]. Как уже говорилось, это соответствует условию пренебрежения ионами, которые рождаются в результате перезарядки с тепловыми скоростями. Таким образом, можно констатировать, что полученные нами результаты для ФРИ по скоростям согласуются с результатами других авторов.

Обсудим теперь некоторые особенности функции распределения (6). Как видно, распределение ионов по модулю скорости зависит от двух параметров α_0 и β , что существенно отличает его от известного равновесного распределения Максвелла.

На рис. 1 приведены графики функций $x^2 f_i(x)$, где $x = \sqrt{\beta}v_i$ при различных значениях параметра $\frac{\alpha_0}{\beta}$, согласно (6), распределения Максвелла $x^2 f_m(x) = \frac{4}{\sqrt{\pi}} x^2 \exp(-x^2)$ и распределения, полученного при постоянном сечении резонансной перезарядки в работе [8]:

$$x^{2}f_{g}(x) = \frac{8\sqrt{2}}{\sqrt{\pi}} \left(\frac{\alpha_{0}}{\beta}\right)^{1.5} x^{2} \exp\left(-\frac{2\alpha_{0}x^{2}}{\beta}\right).$$
(11)

Видно, что для функции $x^2 f_i(x)$ число частиц в области больших скоростей значительно больше, чем для равновесного распределения с температурой атомов. Обратное соотношение наблюдается в области малых скоростей. Это легко объяснить тем, что в области больших скоростей избыток ионов связан с их ускорением в электрическом поле, в области же низких скоростей дефицит ионов по сравнению с максвелловским распределением обусловлен непрерывным уходом из этой области ионов в результате того же ускорения в электрическом поле. В то же время уход частиц из области малых энергий при равновесном распределении



Рис. 1. Функции распределения атомов $x^2 f_m(x)$, ионов $x^2 f_i(x)$ и $x^2 f_g(x)$ (см. формулу (11) работы [8]), $x = \sqrt{\beta} v_i$, $I - x^2 f_i(x)$ при $\frac{\alpha_0}{\beta} = 0.1$, $2 - x^2 f_i(x)$ при $\frac{\alpha_0}{\beta} = 0.01$, $3 - x^2 f_m(x)$, $4 - x^2 f_g(x)$ при $\frac{\alpha_0}{\beta} = 0.01$.



Рис. 2. Функции распределения $x^2 f_i(x)$ и $x^2 f_g(x)$ при $\frac{a_0}{\beta} = 0.02$ и различном отношении амбиполярного поля к аксиальному $\varepsilon(\rho)$; $I - x^2 f_i(x)$ при $\varepsilon(\rho) = 0$, $2 - x^2 f_i(x)$ при $\varepsilon(\rho) = 0.5$, $3 - x^2 f_i(x)$ при $\varepsilon(\rho) = 1$, $4 - x^2 f_i(x)$ при $\varepsilon(\rho) = 2$, $5 - x^2 f_g(x)$.

происходит дискретно — только в момент их столкновения с другими частицами (при этом часть столкновений приводит к потере энергии).

Отметим также, что группа медленных ионов, которые формируют ФРИ в районе ее максимума, имеет характерную скорость порядка атомной. Это, однако, не означает, что для данной группы ионов нарушается предположение, что скорость ионов перед столкновением должна быть много больше тепловой скорости атомов. Действительно, группа ионов с тепловыми скоростями появляется как раз в результате перезарядки, т.е. это ионы, которые только что родились и до следующего

4* Журнал технической физики, 2015, том 85, вып. 12

столкновения им необходимо пройти расстояние порядка длины пробега, на котором они и ускорятся в поле до больших (по сравнению с тепловыми) скоростей.

Из сравнения распределений (6) и (11) (рис. 1,2) видно, что они кардинально отличаются. Это связано с отличием использованных физических моделей. Как уже упоминалось, автор [8] пренебрегал рождением ионов в результате перезарядки, считая, что это можно сделать на основании того, что скорость родившегося таким образом иона по условию задачи много меньше средней скорости иона (приобретаемой зха счет иона поля на длине пробега). Это действительно так, но при этом не учитывается, что концентрация, которую создает быстрый ускоренный в поле ион при условии равенства потоков. Для понимания этого достаточно рассмотреть одномерную задачу о движении пучка заряженных частиц в поле. В стационарном случе, поскольку поток постоянен, при увеличении скорости падает концентрация. Именно поэтому наиболее вероятная скорость (полученная в настоящей работе) определяется температурой атомов, т.е. ионами, которые только что родились.

Как видно из полученных результатов (7), (7а), при увеличении амбиполярного поля растут средняя и среднеквадратичная скорости ионов, что вполне понятно физически, поскольку ионы дополнительно ускоряются в амбиполярном поле. В то же время средняя скорость вдоль аксиального поля, согласно (10), падает. Этому полностью соответствуют данные рис. 2, на котором приведены ФРИ при различных параметрах $\varepsilon(\rho)$. Здесь же приведена функция распределения $x^2 f_g(x)$ [8]. Как мы видели, наиболее вероятная скорость ионов по порядку величины равна наиболее вероятной скорости нейтральных атомов и определяется параметром β . Средняя же и среднеквадратичная скорости ионов, согласно (7) и (7а), определяются параметром $\alpha(\rho)$.

На рис. З показаны результаты сравнения ФРИ при $\rho = 0, \frac{\beta}{\alpha} = 100$ для случая ионов He⁺ при комнатной



Рис. 3. ФРИ Не⁺ при $\rho = 0$, $\frac{\alpha_0}{\beta} = 0.01$, $T_a = 300$ K, 1 — расчет без учета зависимости сечения перезарядки от скорости, 2 — расчет с учетом этой зависимости.



Рис. 4. Сравнение зависимости от параметра E/P_0 дрейфовой скорости ионов He⁺ в He, Hg⁺ в парах Hg и Ar⁺ в Ar в сильных полях, рассчитанной по функции распределения (5), с экспериментальными данными, $P_0 = P \cdot 273.16/T_a(K)$, I — расчет по разработанной теории для He⁺ в He, 2 — экспериментальные данные [34], 3 — экспериментальные данные [35], 4 — расчет по разработанной теории для Hg⁺ в парах Hg, 5 — экспериментальные данные [34,36], 6 — расчет по разработанной теории для Ar⁺ в Ar.

атомной температуре с учетом зависимости сечения перезарядки от скорости и без нее. Видно, что наблюдается небольшое отличие этих функций в области низкотемпературного экстремума, связанное различием сечений при таких небольших скоростях.

Для проверки полученных результатов мы рассчитали скорость дрейфа собственных ионов в плазме инертных газов и парах ртути, используя теоретически найденную ФРИ. На рис. 4 приведено сравнение экспериментальных данных и расчетов по функции распределения (5) дрейфовой скорости ионов He^+ в He, Hg^+ в парах Hg и Ar^+ в Ar [34-36]. При вычислении этой скорости мы учитывали, что полученная формула для концентрации (6) верна, строго говоря, только при $\frac{\alpha_0}{\beta} \rightarrow 0$. Поэтому при этих расчетах и везде далее мы использовали нормировочный множитель $\int_{0}^{\infty} F_{i\varepsilon}(\varepsilon_i) d\varepsilon_i$. Расчет проводился с учетом зависимости сечения перезарядки от скорости. В качестве данных о сечениях для Не⁺ брались результаты [21,22], для Hg⁺ — [22], а для Ar⁺ — [36]. Ссылки на экспериментальные данные приведены на рисунке. Видно, что соответствие измеренных и рассчитанных скоростей дрейфа хорошее, что еще раз подтверждает правильность полученных формул. Отметим, что, несмотря на то что формулы (6) и (6b) получены в предположении выполнения неравенства (2b), результаты проведенных сравнений позволяют сделать вывод о том, что данной теорией можно пользоваться, когда параметр, стоящий в левой части неравенства (2b), превосходит 3. На рис. 5 приведена зависимость полученной функции распределения ионов (5) от азимутального угла θ для $\frac{\alpha_0}{\beta} = 0.01$ (что, например, в Не соответствует значению $\frac{E}{P} \approx 300 \,\mathrm{V/cm} \cdot \mathrm{Torr})$ при различных относительных скоростях $x = v_i \sqrt{\beta} = 0.1$, 5 и при отсутствии ($\varepsilon = 0$) и наличии ($\varepsilon = 1$) амбиполярного поля. Интересно отметить, что при x = 0.1 распределение близко к изотропному, несмотря на сильное поле и наличие амбиполярного поля. Это связано с тем, что группу ионов со скоростями x « 1 составляют те из них, которые только родились в результате перезарядки, имеют максвелловское (в том числе изотропное) распределение и не успели ускориться в электрическом поле. По мере роста относительной скорости угловое распределение ионов по скоростям все более вытягивается в направлении поля (рис. 5). Из данных, представленных на этом рисунке, также видно, что при наличии амбиполярного поля максимум функции распределения по углам отклоняется от оси разряда ($\theta = 0$) и, например, для параметра $\varepsilon = 1$ (амбиполярное поле равно осевому) соответствует углу $\theta = \frac{\pi}{4}$.

Как уже говорилось, кроме теоретического вычисления ФРИ в собственном газе в сильных полях, мы также провели ее измерения в парах ртути при низком давлении (порядка 10^{-3} Torr) при величине параметра $\frac{E}{P} \approx 400 \text{ V/(cm} \cdot \text{Torr})$ с помощью плоского одностороннего зонда [27,28]. Для регистрации второй производной зондового тока по напряжению применялся метод демодуляции [28]. Как известно, аппаратная функция этого



Рис. 5. Угловое распределение функции распределения ионов по скоростям при $\frac{\alpha_0}{\beta} = 0.01$, 1 - x = 0.1, $\varepsilon = 0$, 2 - x = 5, $\varepsilon = 0$, 3 - x = 0.1, $\varepsilon = 1$, 4 - x = 5, $\varepsilon = 1$.



Рис. 6. Сравнение нормированной на единицу ФРИ по энергиям ионов Hg⁺ в парах Hg, рассчитанной по формуле (6) и измеренной по методике [29] плоским односторонним зондом при различной величине дифференцирующего сигнала зондового метода; $I - F_{i\varepsilon}(\varepsilon)$, 2 — расчет $F_{ia}(\varepsilon)$, $\Delta \varepsilon = 0.1, 3$ — эксперимент $F_{i\varepsilon}(\varepsilon), \Delta \varepsilon = 0.1, 4$ — расчет $F_{i\varepsilon}(\varepsilon)$, $\Delta \varepsilon = 0.2, 5$ — эксперимент $F_i\varepsilon(\varepsilon), \Delta \varepsilon = 0.2, 6$ — расчет $F_{i\varepsilon}(\varepsilon), \Delta \varepsilon = 0.05, 7$ — эксперимент $F_{i\varepsilon}(\varepsilon), \Delta \varepsilon = 0.05$, плотность тока j = 100 mA/cm², давление $P = 10^{-3}$ Torr, параметр E/P = 400 V/cm · Torr, температура атомов $T_a = 410$ K.

метода имеет вид [30]

$$A(z) = \frac{8}{\pi} \int_{\frac{|z|}{2\sqrt{2}}}^{1} \left[\frac{u^2 - \frac{z^2}{8}}{u} (1 - y) \right]^{0.5} du \quad \text{при} \quad |z| < 2\sqrt{2},$$
$$A(z) = 0, \quad \text{при} \quad |z| > 2\sqrt{2}, \tag{12}$$

где $z = \frac{\sqrt{2}(\varepsilon'-\varepsilon)}{\Delta\varepsilon}$ амплитуда дифференцирующего сигнала равна $\Delta\varepsilon$. На рис. 6 приведены полученные экспериментальные данные и соответствующие расчеты свертки ФРИ по энергиям, нормированной на единицу (6, b), и вышеприведенной аппаратной функции A(z) при различной величине дифференцирующего сигнала. Видно хорошее соответствие измеренных и рассчитанных функций.

На рис. 7 и 8 приведены рассчитанные и измеренные энергетические зависимости коэффициентов разложения ФРИ по полиномам Лежандра степеней 0–3 и 4–6 соответственно для условий рис. 6. Отметим, что расчет проводился без подгоночных параметров и использовались измеренное значение параметра $\frac{E}{p} = 400 \text{ V/(cm} \cdot \text{Torr})$ и температура атомов (равная 410 K), найденная ранее из совпадения расчетной и экспериментальной функций распределения по энергиям. Как видно, наблюдается хорошее согласие результатов расчетов с экспериментальными данными.

На рис. 9–11 показаны угловые зависимости при различных энергиях рассчитанной ФРИ, нормированной на единицу, рассчитанной суммы первых семи членов разложения ФРИ по полиномам Лежандра и этой же суммы, но с использованием экспериментально определенных коэффициентов разложения для ионов Hg⁺ в тех же условиях, что и ранее. Видно, что при наименьшей анизотропии функции распределения, которая соответствует минимальной из взятых энергий в 0.05 eV, совпадение всех трех функций очень хорошее. Имея в виду, что анизотропия падает с уменьшением энергии, можно утверждать, что при энергиях, меньших 0.05 eV, совпадение будет также хорошим. По мере увеличения энергии, т.е. с ростом анизотропии, появляется расхождение функций распределения, вычисленных по первым семи полиномам Лежандра, с точной функцией,



Рис. 7. Зависимость от энергии ионов первых четырех коэффициентов Лежандра в разложении ФРИ по направлениям их движения для тех же условий разряда, что и на рис. 6. Ширина аппаратной функции $\Delta \varepsilon = 0.05$ V, эксперимент: 1 - n = 0, 2 - n = 1, 3 - n = 2, 4 - n = 3, расчет: 5 - n = 0, 6 - n = 1, 7 - n = 2, 8 - n = 3.



Рис. 8. То же, что и на рис. 7, но для коэффициентов Лежандра 4-6, эксперимент: 1 - n = 4, 2 - n = 5, 3 - n = 6, расчет: 4 - n = 4, 5 - n = 5, 6 - n = 6.

что вполне естественно для такого высокого значения $\frac{E}{n} = 400 \text{ V}/(\text{cm} \cdot \text{Torr}).$

Необходимо отметить, что в плазме инертных газов одновременное выполнение неравенств (2b) и (4a), необходимое для справедливости вышеизложенной теории, невозможно в силу невысокого отношения $\frac{E}{P}$ при ма-



Рис. 9. Сравнение угловых зависимостей рассчитанной ФРИ (формула (6)), рассчитанной суммы первых семи членов разложения ФРИ по полиномам Лежандра и этой же суммы, найденной из измерений для энергии ионов $\varepsilon = 0.05 \text{ eV}$, ширина аппаратной функции зондового метода $\Delta \varepsilon = 0.05 \text{ eV}$. Условия разряда те же, что и на рис. 6: 1 — экспериментальное восстановление с использованием коэффициентов разложения ФРИ по полиномам Лежандра $n = 0, \ldots, 6, 2$ — рассчитанная сумма первых семи членов разложения ФРИ по полиномам Лежандра, 3 — расчет ФРИ.



Рис. 10. То же, что и на рис. 9, но для $\varepsilon = 0.2 \, \text{eV}$.



Рис. 11. То же, что и на рис. 9, но для $\varepsilon = 0.5 \, \text{eV}$.

лой роли амбиполярной диффузии, высокого сечения резонансной перезарядки и сравнительно невысокого сечения упругого рассеяния на нейтральном атоме [24]. Таким образом, для решения задачи о нахождении ФРИ по скоростям в тлеющем разряде инертных газов в сильных полях вне оси симметрии разряда необходимо учитывать амбиполярное поле.

4. Заключение

Распределение ионов по скоростям при движении в собственном газе при условии, что скорость, приобретаемая ионом на средней длине свободного пробега, много больше средней скорости теплового движения атомов, описывается функцией, существенно отличающейся от равновесного распределения Максвелла. Средняя и средняя квадратичная скорости ионов при сильных полях определяются энергией, приобретаемой ионом на длине свободного пробега, в то время как наиболее вероятная скорость ионов близка к наиболее вероятной скорости нейтральных атомов. Ввиду этого представление ФРИ по скоростям как равновесной с температурой, отличной от температуры нейтральных атомов, является весьма грубой аппроксимацией.

Наличие амбиполярного поля, сравнимого по величине с аксиальным полем, существенно искажает функцию распределения ионов по скоростям.

Измерены энергетические зависимости лежандровых компонентов ФРИ $F_{i\alpha}^n$ и выполнен анализ точности измерений. Проведено сравнение теоретических и экспериментальных значений $F_{i\alpha}^n$. Получено хорошее совпадение экспериментальных и расчетных данных. В положительном столбе электрического разряда концентрации электронов и ионов практически равны, и поэтому сравнение

концентраций, полученных при обработке экспериментальной кривой I''_U , также является одним из критериев достоверности приведенной выше интерпретации. В выполненных исследованиях различие в концентрациях не превышало 10%, что, с учетом погрешности зондовых измерений, является удовлетворительным результатом.

Хорошее совпадение рассчитанных и измеренных Φ РИ дает основание заключить, что в указанных условиях Φ РИ иона Hg⁺ формируется в результате резонансной перезарядки и упругие столкновения не влияют на ее вид. Отметим, что, например, в сильных полях в плазме He упругие столкновения необходимо учитывать при расчете Φ РИ He⁺ [37].

Таким образом, разработанный зондовый метод позволяет надежно определять угловые гармоники распределения ионов $F_{i\alpha}^n$, что существенно расширяет его возможности. Измерены энергетические зависимости гармоник функции распределения ионов $F_{i\alpha}^0 - F_{i\alpha}^6$. Проиллюстрированы новые возможности зондового метода в определении ФРИ и конвективной скорости ионов в плазме.

Список литературы

- Иванов Ю.А., Полак Л.С. Химия плазмы / Под ред. Б.М. Смирнова. Вып. 2. М.: Атомиздат, 1975. С. 161–198.
- [2] Сена Л.А. // ЖЭТФ. 1946. Т. 6. С. 34-738.
- [3] Каган Ю.М., Перель В.И. // ДАН СССР. 1954. Т. 98. С. 575-578.
- [4] Каган Ю.М., Перель В.И. // ЖЭТФ. 1955. Т. 29. С. 84-886.
- [5] Смирнов Б.М. // ЖТФ. 1966. Т. 36. С. 1864–1871.
- [6] Перель В.И. // ЖЭТФ. 1957. Т. 32. С. 526-533.
- [7] Фок В.А. // ЖЭТФ. 1948. Т. 18. С. 1048-1055.
- [8] Голант В.Е., Жилинский А.П., Сахаров С.А. Основы физики плазмы. М.: Атомиздат, 1977. 150 с.
- [9] Эндер А.Я., Эндер И.А. // ЖТФ. 2010. Т. 80. Вып. 2. С. 8–17.
- [10] Эндер А.Я., Эндер И.А. // ЖТФ. 2010. Т. 80. Вып. С. 18-28.
- [11] Else D., Kompaneets R., Vladimirov S.V. // Phys. Plasm. 2009.
 Vol. 16. P. 062 106.
- [12] Larry A.Viehland, Mason E.A. // Annal. Phys. 1975. Vol. 91. P. 499–533.
- [13] White R.D., Robson R.E., Dujko S., Nicoletopoulos P., Li B. // J. Phys. D: Appl. Phys. 2009. Vol. 42. P. 194001.
- [14] Bhatnagar P.L., Gross E.P., Krook M. // Phys. Rev. 1954. Vol. 94. P. 511–525.
- [15] Фриш С.Э., Каган Ю.М. // ЖЭТФ. 1947. Т. 17. С. 577-584.
- [16] Israel D., Riemann K.-U., Tsendin L. // J. Appl. Phys. 2006. Vol. 99. N 093 303. P. 1–8.
- [17] O'Connell D., Zorat A.R., Ellingboe A.R., Turner M.M. // Phys. Plasm. 2007. Vol. 14. 103 510. P. 1–9.
- [18] Chen W.C., Zhu X.M., Zhang S., Pu Y.K. // Appl. Phys. Lett. 2009. Vol. 94. 211503. P. 1–3.
- [19] Мак-Даниель И., Мезон Э. Подвижность и диффузия ионов в газах. М.: Мир, 1976. 422 с.
- [20] Никитин Е.Е., Смирнов Б.М. // УФН. 1978. Т. 124. Вып. 2. С. 201–239.

- [21] Майоров С.А. // Расчет сечений резонансной перезарядки ионов гелия, неона, аргона, криптона, ксенона, рубидия, цезия и ртути. Тр. XXXIV Междунар. конф. по физике плазмы и УТС. Звенигород, 2007. П-86.
- [22] Смирнов Б.М. // УФН. 2001. Т. 171. Т. 3. С. 233-266.
- [23] *Dalgarno A., Bates D.R.* Atomic and Molecular Processes N Y: Academic Press, Inc., 1962. 657 p.
- [24] *Райзер Ю.П.* Физика газового разряда. М.: Наука, 1992. 536 с.
- [25] Демидов В.И., Колоколов Н.Б., Кудрявцев А.А. Зондовые методы исследования низкотемпературной плазмы. М.: Энергоатомиздат, 1996. 237 с.
- [26] Godyak V.A., Demidov V.I. // J. Phys. D: Appl. Phys. 2011. Vol. 44. P. 233001-30
- [27] Лапшин В.Ф., Мустафаев А.С. // ЖТФ. 1989. Т. 59. С. 35–45.
- [28] Мустафаев А.С. // ЖТФ. 2001. Т. 71. С. 111–121.
- [29] Мустафаев А.С., Мезенцев А.П., Симонов В.Я. // ЖТФ. 1984. Т. 54. С. 2153–2158.
- [30] Волкова Л.М., Демидов В.И., Колоколов Н.Б., Кралькина Е.А. // ТВТ. 1984. Т. 22. № 4. С. 757–763.
- [31] Mott-Smith H.M., Irving Langmuir // Phys. Rev. 1926. Vol. 28. P. 727–723.
- [32] Иванов Ю.А., Лебедев Ю.А., Полак Л.С. Методы контактной диагностики в неравновесной плазмохимии. М.: Наука, 1981. 144 с.
- [33] Berger E., Heisen A. // J. Phys. D: Appl. Phys. 1975. Vol. 8. P. 629-639.
- [34] Hornbeck A. // Phys. Rev. 1951. Vol. 84. P. 615-620.
- [35] Frederick R. Kovar't. // Phys. Rev. 1964. Vol. 133. N 3A. P. A681-A865.
- [36] Hegerbergt R., Elford M.T., Skulleruds H.R. // J. Phys. B: At. Mol. Phys. 1982. Vol. 15. P. 797–811.
- [37] Barata J.A.S., Conde C.A.N. // Nucl. Instrum. Meth. Phys. Res. A. 2010. V. 619. P. 21–23.