

Краткие сообщения

01

Об устойчивости состояний равновесия сверхпроводящего кольца, левитирующего в поле закрепленного кольца с постоянным током

© А.М. Бишаев,¹ А.А. Буш,¹ М.Б. Гавриков,² К.Е. Каменцев,¹ М.В. Козинцева,¹
В.В. Савельев,^{2,3} А.С. Сигов¹

¹ Московский государственный технический университет радиотехники, электроники и автоматики,
119454 Москва, Россия

² Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН,
125047 Москва, Россия

³ Национальный исследовательский ядерный университет „МИФИ“,
115409 Москва, Россия
e-mail: kozintseva@mirea.ru

(Поступило в Редакцию 30 декабря 2014 г. В окончательной редакции 16 апреля 2015 г.)

Для разработки плазменной ловушки с левитирующими сверхпроводящими магнитными катушками нужно выполнить поиск их устойчивых левитирующих состояний. С этой целью в однородном поле силы тяжести в приближении тонких колец получена аналитическая зависимость потенциальной энергии одного сверхпроводящего кольца, захватившего заданный магнитный поток, в поле закрепленного кольца с постоянным током от координаты плоскости свободного кольца на оси системы, угла отклонения его оси от общей оси системы и радиального смещения его плоскости. Существование найденных из расчетов устойчивых левитирующих состояний сверхпроводящего кольца в поле кольца с постоянным током было подтверждено экспериментально. Обобщение данного подхода на случай левитации нескольких колец позволит выполнить поиск устойчивых левитирующих состояний нескольких катушек, образующих магнитную систему мультипольной ловушки.

При создании плазменной ловушки с левитирующими магнитными катушками необходимо: 1) обеспечить устойчивость их левитирующих состояний; 2) из найденного множества равновесных состояний найти те из них, которые обеспечат необходимую для данной ловушки конфигурацию магнитного поля.

Магнитные системы ловушек-Галатей состоят из нескольких коаксиальных катушек [1,2]. Они формируют характерную для ловушек этого типа конфигурацию магнитного поля, содержащую область нулевого поля. В соответствии с аксиальной симметрией таких систем равновесные левитирующие состояния сверхпроводящих катушек должны быть устойчивы относительно вертикальных смещений их плоскости вдоль общей оси, относительно угла отклонения их оси от общей оси магнитной системы и относительно радиальных смещений их плоскости.

Если получить аналитическую зависимость потенциальной энергии предлагаемых конфигураций от соответствующих переменных [3–7], то ее локальные минимумы будут определять координаты устойчивых состояний равновесия. С помощью расчетов в системе Mathcad, полученной в [3–5], зависимости потенциальной энергии системы колец от координат плоскостей сверхпроводящих колец на оси системы (левитирующих либо в поле закрепленного сверхпроводящего кольца [3,4], либо в поле кольца с постоянным током [5]), были

найжены левитирующие состояния сверхпроводящих колец, устойчивые к смещению вдоль оси. В [6,7] была исследована устойчивость этих состояний относительно углов отклонения осей левитирующих колец от общей оси системы.

Рассмотрим возможность осуществления левитирующих состояний, устойчивых ко всем возможным отклонениям из него, для случая (рис. 1), когда сверхпро-

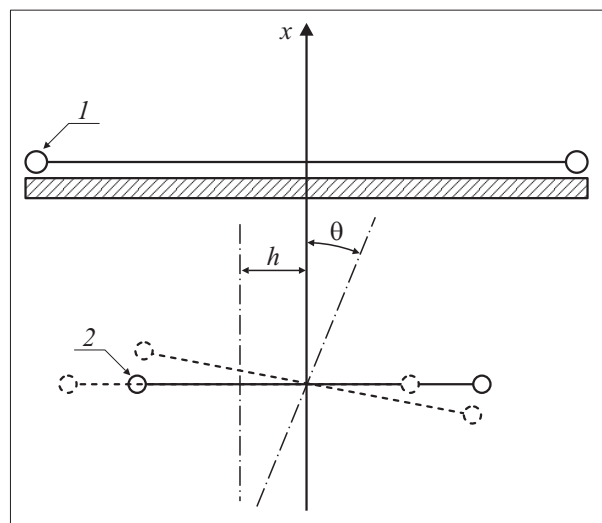


Рис. 1. Расположение колец.

водящее кольцо 2, захватившее магнитный поток Φ_2 , левитирует в поле коаксиального с ним закрепленного несверхпроводящего кольца 1 с постоянным током J_1 . Предполагается, что радиус сечения каждого кольца (a_k) много меньше среднего радиуса соответствующего кольца (R_k).

Пусть x — координата центра левитирующего кольца на оси системы (отсчитывается от закрепленного кольца), h — смещение его оси относительно общей оси системы в горизонтальной плоскости, θ — угол отклонения его оси от общей оси системы.

Поскольку теперь мы имеем дело с тремя независимыми переменными, то для облегчения процедуры поиска удобно рассмотреть задачу поэтапно. Получив зависимость $U(x, h)$, построить распределение эквипотенциалей, которое определит устойчивое по x и h состояние равновесия. Далее при тех же значениях параметров, используя зависимость $U(x, \theta)$ [7], исследовать это состояние на устойчивость по θ .

Воспользовавшись выражением для силы взаимодействия между контурами с током [8] в данном случае¹

$$F_q = -\frac{\partial U}{\partial q} = J_1 J_2 \frac{\partial L_{12}}{\partial q} \quad (1)$$

и считая, что магнитный поток Φ_2 , захваченный сверхпроводящим кольцом 2, сохраняется, а ток J_1 в кольце 1 поддерживается постоянным:

$$\begin{aligned} J_1 &= \text{const} \\ L_{21}J_1 + L_{22}J_2 &= \Phi_2 = \text{const} \\ L_{12} &= L_{21} \end{aligned} \quad (2)$$

для $U(x, h)$ получаем

$$U(x, h) = \frac{1}{2} \frac{(\Phi_2 - L_{12}(x, h)J_1)^2}{L_{22}} + m_2 g x. \quad (3)$$

В формулах (1)–(3) L_{ik} — коэффициенты самоиндукции и взаимной индукции колец, J_k — токи в кольцах, m_2 — масса второго кольца.

Формально выражение для $U(x, h)$ (либо для $U(x, \theta)$) совпадает с таковым для $U(x)$ [5] с той разницей, что коэффициенты взаимной индукции колец $L_{ik}(x, h)$ (либо $L_{ik}(x, \theta)$) являются функцией не только координаты x левитирующего кольца, но и смещения h (либо угла отклонения θ).

Для выполнения расчетов распределения потенциальной энергии $U(x, h)$ и $U(x, \theta)$ были выведены формулы² для коэффициентов взаимной индукции колец $L_{12}(x, \theta)$ [6,7] и $L_{12}(x, h)$.

Вычисления, выполненные в системе Mathcad, показали, что при определенных значениях параметров (захваченный магнитный поток, размеры колец и т.д.)

¹ Здесь q — обобщенная координата, дифференцирование выполняется при постоянных токах.

² Формулы не приводятся в силу громоздкости.

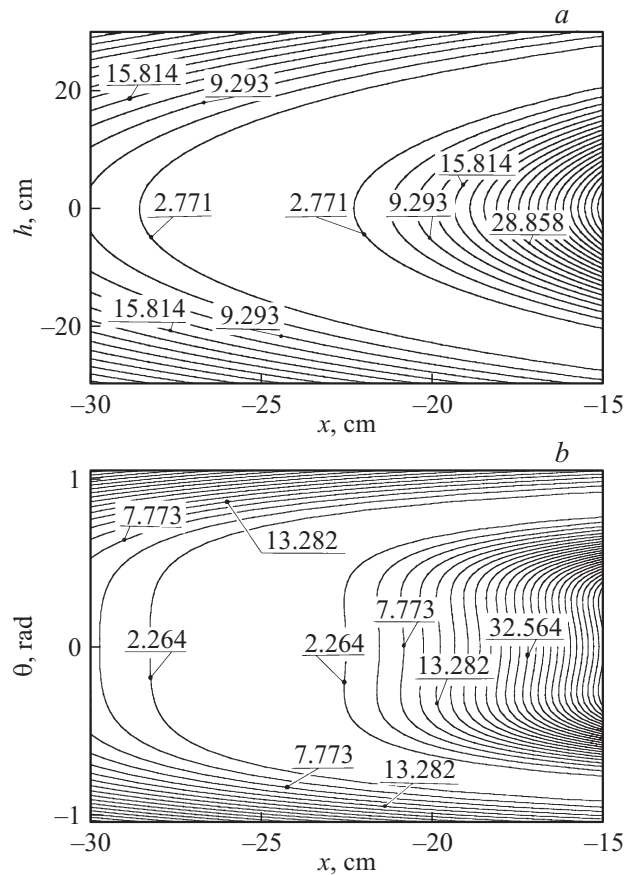


Рис. 2. *a* — распределение эквипотенциалей системы двух колец от координаты x свободного сверхпроводящего кольца и смещения h его оси относительно общей оси системы в горизонтальной плоскости в однородном поле силы тяжести, $\theta = 0$; *b* — распределение эквипотенциалей системы двух колец от координаты x свободного сверхпроводящего кольца и угла отклонения θ его оси от вертикали в однородном поле силы тяжести, $h = 0$ cm; $R_1 = 35$ cm, $R_2 = 30$ cm, $a_1 = 1$ cm, $a_2 = 1$ cm, $J_1 = 9 \cdot 10^4$ A, $m_2 = 200$ g, $\Phi_2 = 1.98 \cdot 10^{-2}$ Wb.

локальный минимум потенциальной энергии $U(x, h)$ существует для случая, когда потоки в кольцах одного знака. Так, согласно приведенному на рис. 2, *a* распределению эквипотенциалей, устойчивое по x и h положение левитирующего кольца 2 достигается при $x = -25$ cm и $h = 0$ cm. Распределение эквипотенциалей, рассчитанное по зависимости $U(x, \theta)$ для тех же значений параметров, показано на рис. 2, *b*. Сравнение приведенных распределений показывает, что искомое устойчивое по x , h и θ положение левитирующего кольца 2 достигается при $x = -25$ cm, $h = 0$ cm и $\theta = 0$ rad, т.е. при нужном нам для осуществления ловушек-Галатей соосном расположении колец.

Для экспериментов по левитации использовались короткозамкнутые многovitковые кольца [5], изготовленные из ВТСП провода типа SCS4050-i-AP 2G HTS (фирма-изготовитель SUPER POWER). Несверхпроводящая катушка с постоянным током имела следующие

параметры: средний радиус 4.75 см, средний радиус намотки 0.6 см, число витков 400. Для проведения экспериментов по левитации использовалось демонстрационное устройство, описанное в [4].

Для ВТСП кольца со средним диаметром 80 мм, имеющем 19 витков,³ с помощью расчетов в системе Mathcad распределения эквипотенциалей по зависимости $U(x, h)$ были определены значения силы тока J_1 в закрепленном кольце и захваченного ВТСП кольцом потока Φ_2 (в пределах экспериментально измеренного интервала), при которых левитирующее состояние ВТСП кольца устойчиво относительно вертикальных и радиальных смещений его плоскости. При этом захваченный поток Φ_2 и поток, создаваемый в закрепленном кольце током J_1 , совпадают по знаку. Одно из распределений эквипотенциалей приводится на рис. 3, а. Построив для тех же значений параметров распределение эквипотенциалей по зависимости $U(x, \theta)$ [7] (рис. 3, б), мы видим, что данное левитирующее состояние ($x = -1.2$ см, $h = 0$ см, $\theta = 0$ рад) является устойчивым и относительно отклонений оси левитирующего кольца от вертикали (общей оси системы).

Существование найденного из расчетов левитирующего состояния ВТСП кольца $\varnothing 80$ мм, устойчивого ко всем возможным отклонениям из него, было подтверждено экспериментально. На рис. 3, с приводится фотография левитирующего состояния этого кольца, которое соответствует распределениям потенциальной энергии на рис. 3, а, б.

Таким образом, для сверхпроводящих колец, способных сохранять захваченный ими магнитный поток, получены аналитические зависимости для потенциальной энергии в однородном поле силы тяжести, позволяющие находить устойчивые ко всем возможным отклонениям из него левитирующие состояния сверхпроводящего кольца в поле закрепленного кольца с током.

В заключение заметим, что для нахождения левитирующих состояний магнитных катушек ловушки-Галатеи на основе левитирующего квадрупольа,⁴ устойчивых относительно вертикальных смещений их плоскости вдоль оси системы и углов отклонения их осей от общей оси системы, в [7] получено аналитическое выражение для потенциальной энергии $U(x_2, x_3, \theta_2, \theta_3, \varphi)$ системы, где x_2 и x_3 — координаты плоскостей левитирующих колец вдоль оси системы, θ_2 и θ_3 — углы отклонения левитирующих колец от вертикали, φ — угол между проекциями нормалей \mathbf{n}_1 и \mathbf{n}_2 к плоскостям левитирующих колец на горизонтальную плоскость. Аналогично для исследования на устойчивость положений равновесия двух левитирующих колец квадрупольа относительно радиальных смещений их плоскостей необходимо получить зависимость $U(x_2, x_3, h_2, h_3, \psi)$, где h_2 и h_3 — смещения их осей относительно общей оси системы в горизонтальной

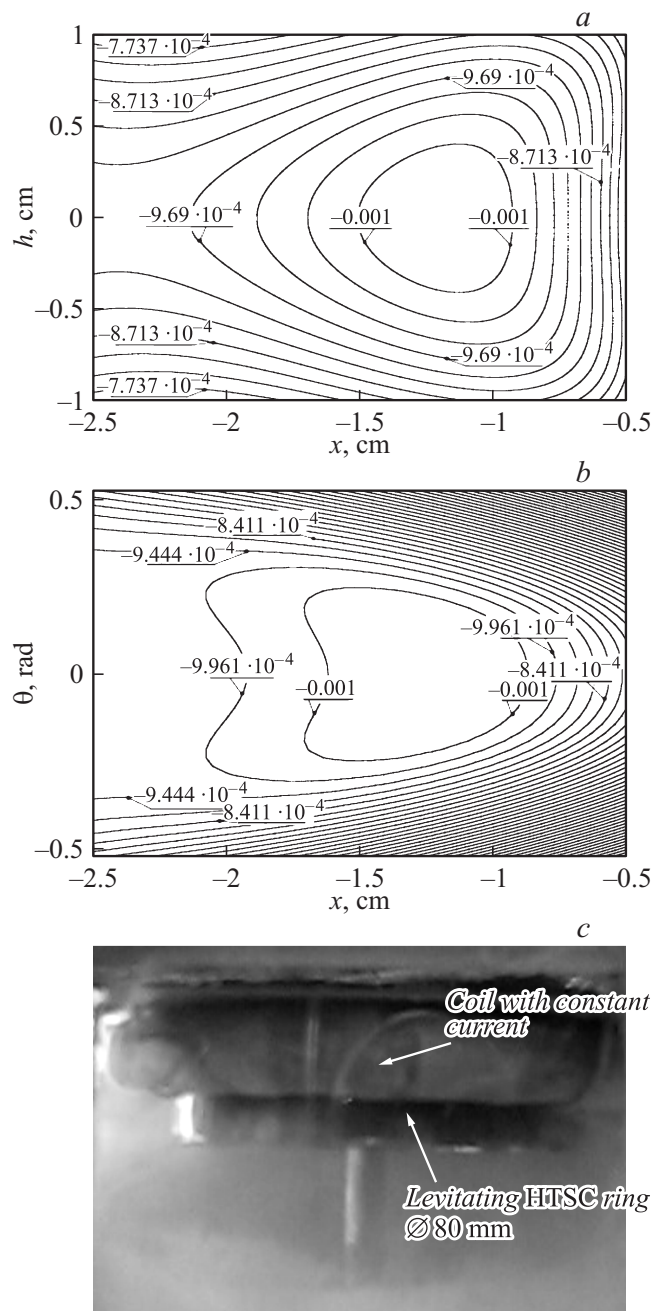


Рис. 3. Поиск равновесных состояний ВТСП кольца $\varnothing 80$ мм в поле расположенной сверху, закрепленной катушки с постоянным током в однородном поле силы тяжести для потоков одного знака: а — распределение эквипотенциалей системы двух колец от координаты x свободного сверхпроводящего кольца и смещения h его оси относительно общей оси системы в горизонтальной плоскости в однородном поле силы тяжести, $\theta = 0$; б — распределение эквипотенциалей системы двух колец от координаты x свободного сверхпроводящего кольца и угла отклонения θ его оси от вертикали в однородном поле силы тяжести, $h = 0$ см; в — фотография устойчивого левитирующего состояния ВТСП кольца в поле катушки с постоянным током, соответствующего расчетным распределениям на рис. 3, а, б. $R_1 = 4.75$ см, $R_2 = 4.0$ см, $a_1 = 0.6$ см, $a_2 = 0.26$ см, $J_1 = 5 \cdot 10^2$ А, $m_2 = 17.5$ г, $\Phi_2 = 5.1 \cdot 10^{-5}$ Вб.

³ Максимальное значение захваченного им потока $1.28 \cdot 10^{-3}$ Вб, постоянная времени 18 min [5].

⁴ Левитирующего в поле несверхпроводящего кольца с постоянным током.

плоскости, ψ — угол между радиусами-векторами смещения осей колец в горизонтальной плоскости. Анализ распределений эквипотенциалей, рассчитанных по данным зависимостям, позволит найти устойчивые ко всем смещениям положения левитирующих колец ловушки.

Исследование выполнено при поддержке Министерства образования и науки РФ и при частичной финансовой поддержке РФФИ, гранты № 13-08-00717, 12-01-00071.

Список литературы

- [1] Морозов А.И., Савельев В.В. // УФН. 1998. Т. 168. № 11. С. 1153–1194.
- [2] Бишаев А.М., Бугрова А.И., Гавриков М.Б., Козинцева М.В., Липатов А.С., Савельев В.В., Сигов А.С., Смирнов П.Г., Тарелкин И.А., Храмов П.П. // ЖТФ. 2013. Т. 83. Вып. 4. С. 34–40.
- [3] Бишаев А.М., Буш А.А., Гавриков М.Б., Козинцева М.В., Каменцев К.Е., Савельев В.В., Сигов А.С. // Письма в ЖТФ. 2012. Т. 38. Вып. 19. С. 23–29.
- [4] Бишаев А.М., Буш А.А., Гавриков М.Б., Козинцева М.В., Каменцев К.Е., Савельев В.В., Сигов А.С., Денисюк А.И., Гордеев И.С. // ЖТФ. 2013. Т. 83. Вып. 5. С. 61–68.
- [5] Бишаев А.М., Буш А.А., Гавриков М.Б., Денисюк А.И., Каменцев К.Е., Козинцева М.В., Савельев В.В., Сигов А.С. // ЖТФ. 2014. Т. 84. Вып. 6. С. 155–158.
- [6] Bishaev A.M., Bush A.A., Behtin M.A., Gavrikov M.B., Gordeev I.S., Bugrova A.I., Kamentsev K.Ye., Kozintseva M.V., Savel'ev V.V., Safronov A.A., Shaposhnikov M.I., Smirnov P.G. // Problems of Atomic Science and Technology. 2013. N 1. Series: Plasma Physics. (19). P. 48–50.
- [7] Bishaev A.M., Bush A.A., Gavrikov M.B., Denis'uk A.I., D'yakonitsa O.Y., Kamentsev K.Y., Kozintseva M.V., Kolesnikova T.G., Savelyev V.V., Smirnov P.G., Shapovalov M.M., Voronchenko S.A. // Problems of Atomic Science and Technology. 2015. N 1. Series: Plasma Physics. (21). P. 16–19.
- [8] Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теоретическая физика. Т. 8. Электродинамика сплошных сред. М.: Наука, 1982. С. 171, 257.