

05 Об оценке термоупругих деформаций в приповерхностных слоях конденсированных сред при поглощении модулированного во времени лазерного излучения

© К.Л. Муратиков^{1,2}

¹ Физико-технический институт им. А.Ф. Иоффе РАН,
194021 Санкт-Петербург, Россия
² Институт проблем машиноведения РАН,
199178 Санкт-Петербург, Россия
e-mail: klm.holo@mail.ioffe.ru

(Поступило в Редакцию 26 февраля 2015 г.)

В квазистатическом приближении определены нестационарные термоупругие деформации в приповерхностных слоях конденсированных сред, создаваемых в результате поглощения энергии лазерного излучения. В рамках трехмерной модели получены аналитические выражения для нормальной и радиальной компонент вектора деформации поверхности среды.

Поглощение лазерного излучения в конденсированных средах часто сопровождается выделением в их приповерхностных слоях тепловой энергии значительной плотности. Выделение тепловой энергии в свою очередь приводит к развитию термоупругих процессов, которые сопровождаются появлением существенных механических деформаций и напряжений. При этом на практике часто реализуются условия, соответствующие квазистатическому приближению, при котором размеры объекта и длина возбуждаемых в нем тепловых волн оказываются существенно меньше длин акустических волн [1–4]. Общая методика расчета деформаций и напряжений в подобных условиях была предложена в работах [5,6]. В работе [7] с помощью результатов, полученных в [5,6], были выполнены оценки термоупругих напряжений и деформаций для предельных случаев слабой и сильной фокусировки лазерного излучения на поверхность объекта. В работе [7] были получены аналитические выражения для термоупругих напряжений вблизи поверхности объекта для важного в квазистатическом приближении случая, когда длина тепловых волн в объекте оказывается больше размера фокусного пятна лазерного излучения. Основной целью настоящей работы является получение аналитических выражений для нормальной и радиальной компонент вектора деформации приповерхностных слоев конденсированных сред в аналогичных условиях.

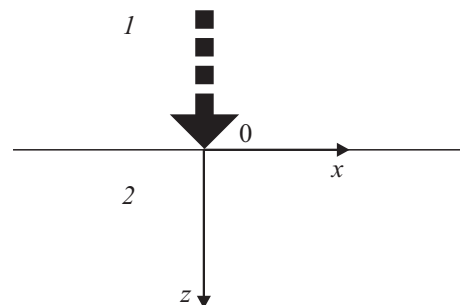
Для решения поставленной задачи воспользуемся результатами работы [6], в которой в квазистатическом приближении были получены общие выражения для компонент вектора деформаций u_z и u_r поверхности объекта при его облучении нестационарным лазерным излучением (граница объекта расположена в плоскости (x, y) , см. рисунок). Полученные в ней результаты справедливы для объектов со свободной границей и при произвольном характере распределения лазерного излучения на его поверхности. Поскольку в большинстве случаев в экспериментах с конденсированными

средами используется лазерное излучение с радиальной симметрией, то в настоящей работе будем считать это условие выполненным. Будем также считать, что излучение возбуждающего лазера изменяется во времени по гармоническому закону с частотой ω . Тогда характер изменения температуры объекта во времени при воздействии на него лазерного излучения можно представить в следующем виде: $\Delta T(r, z, t) = \Delta T(r, z, \omega)e^{i\omega t}$. В подобных условиях в соответствии с работой [6] компоненты вектора деформации поверхности объекта u_z и u_r можно представить в следующей форме:

$$u_z(r, \omega) = -(1 - 2\nu)(1 + \nu) \times \frac{\gamma}{\pi E} \int_0^\infty dk_\perp k_\perp J_0(k_\perp r) S(k_\perp, \omega), \quad (1a)$$

$$u_r(r, \omega) = (1 - 2\nu)(1 + \nu) \times \frac{\gamma}{\pi E} \int_0^\infty dk_\perp k_\perp J_1(k_\perp r) S(k_\perp, \omega), \quad (1b)$$

где ν — коэффициент Пуассона, E — модуль Юнга, $r = \sqrt{x^2 + y^2}$ — расстояние от центра лазерного пучка



Геометрия расположения образца и возбуждающего лазерного излучения. 1 — возбуждающее лазерное излучение, 2 — образец.

на поверхности объекта до точки наблюдения,

$$S(k_{\perp}, \omega) = \int_0^{\infty} dz' e^{-k_{\perp} z'} \Delta \tilde{T}(k_{\perp}, z', \omega),$$

$$\begin{aligned} \Delta \tilde{T}(k_{\perp}, z', \omega) &= \int dx \int dy e^{-ik_x x - ik_y y} \Delta T(x, y, z, \omega) \\ &= 2\pi \int_0^{\infty} dr J_0(k_{\perp} r) \Delta T(r, z, \omega) \end{aligned}$$

— фурье-образ распределения температуры в объекте по координатам x и y , $k_{\perp} = \sqrt{k_x^2 + k_y^2}$, $J_0(k_{\perp} r)$ и $J_1(k_{\perp} r)$ — функция Бесселя нулевого и первого порядков.

Что касается компоненты вектора перемещений u_{θ} в окружном направлении, то при наличии радиальной симметрии она равна нулю [8]. При этом относительная окружная деформация ε_{θ} может быть найдена по известной компоненте вектора деформации u_r с помощью соотношения

$$\varepsilon_{\theta} = \frac{u_r}{r}. \quad (2)$$

Рассмотрим случай, когда пространственно-временное распределение плотности мощности лазерного излучения по поверхности объекта $w(x, y, t)$ определяется законом

$$w_L(x, y, t) = \frac{W_L}{\pi a^2} \frac{1 + \cos \omega t}{2} e^{-\frac{x^2 + y^2}{a^2}}, \quad (3)$$

где W_L — мощность лазерного излучения, a — радиус лазерного пучка на поверхности изучаемого объекта.

Выражение (3) соответствует случаю облучения объекта лазерным излучением, сфокусированным на поверхность объекта в пятно с радиусом a и изменяющимся во времени по гармоническому закону. В силу линейности рассматриваемой задачи для получения решения с указанным законом изменения лазерного излучения во времени достаточно знать распределение температуры, соответствующее временной зависимости $e^{i\omega t}$. Фурье образ этого распределения может быть представлен в следующей форме [9]:

$$\Delta \tilde{T}(k_x, k_y, z, \omega) = \frac{W_L}{4K_s} e^{-\frac{a^2 k_{\perp}^2}{4}} \frac{e^{-\xi z}}{h + \xi}, \quad (4)$$

где $h = H/K_s$, H — коэффициент, характеризующий теплообмен образца с окружающей средой, K_s — теплопроводность материала образца, $\xi = \sqrt{k_{\perp}^2 + ik_T^2}$, $k_T = \frac{\sqrt{2}}{\lambda_T} = \sqrt{\frac{\omega}{\kappa}}$, $\lambda_T = \sqrt{\frac{2\kappa}{\omega}}$ — длина тепловой волны в образце, κ — его температуропроводность.

Выражение (4) для фурье-образа распределения температуры получено с учетом наличия теплоотвода из исследуемой среды. Вместе с тем в работе [10] показано, что при воздействии на объект тепловых потоков с

частотами более 10^2 Hz число Био существенно меньше единицы для образцов из большинства материалов. Поскольку обычно при лазерном возбуждении в средах акустических и тепловых колебаний используются более высокие частоты, то в последующих расчетах не будет учитываться конвективный отвод тепла в окружающую среду, т.е. будем считать $H = 0$.

При сделанных предположениях с помощью равенств (1), (4) для компонент вектора деформаций u_z и u_r получим следующие выражения:

$$\begin{aligned} u_z(r, \omega) &= -(1 - 2\nu)(1 + \nu) \frac{\gamma}{\pi E} \frac{W_L}{4K_s} \\ &\times \int_0^{\infty} dk_{\perp} k_{\perp} J_0(k_{\perp} r) \frac{e^{-\frac{a^2 k_{\perp}^2}{4}}}{\xi(k_T + \xi)}, \end{aligned} \quad (5a)$$

$$\begin{aligned} u_r(r, \omega) &= (1 - 2\nu)(1 + \nu) \frac{\gamma}{\pi E} \frac{W_L}{4K_s} \\ &\times \int_0^{\infty} dk_{\perp} k_{\perp} J_1(k_{\perp} r) \frac{e^{-\frac{a^2 k_{\perp}^2}{4}}}{\xi(k_T + \xi)}. \end{aligned} \quad (5b)$$

Оценки поведения компонент вектора термоупругих деформаций u_z и u_r при конечных значениях a были выполнены в работе [6]. При облучении поверхности объекта сильно сфокусированным излучением, т.е. при $ak_T \ll 1$, основной вклад в интегралы (5a) и (5b) будут давать значения k_{\perp} , при которых экспонента в подинтегральных выражениях практически равна единице. Для получения аналитических выражений вектора деформаций u_z и u_r в этих условиях удобно воспользоваться преобразованием

$$\frac{k_{\perp}}{\xi(k_{\perp} + \xi)} = \frac{1}{\xi} + \frac{k_{\perp} - \xi}{ik_T^2}. \quad (6)$$

Тогда нормальная к поверхности объекта компонента вектора деформации u_z может быть найдена с помощью соотношения для определенных интегралов от цилиндрических и степенных функций из справочника [11]

$$\int_0^{\infty} dx \frac{J_{\nu}(\gamma x)}{\sqrt{\beta^2 + x^2}} = I_{\frac{\nu}{2}}\left(\frac{\beta\gamma}{2}\right) K_{\frac{\nu}{2}}\left(\frac{\beta\gamma}{2}\right). \quad (7)$$

Использование выражений (5a), (6) и (7) позволяет получить в этих условиях компоненту вектора деформации поверхности объекта u_z в виде

$$\begin{aligned} u_z(r, \omega) &= -(1 - 2\nu)(1 + \nu) \frac{\gamma}{\pi E} \frac{W_L}{8K_s} \left(I_0\left(\frac{\sqrt{ik_T r}}{2}\right) \right. \\ &\times K_0\left(\frac{\sqrt{ik_T r}}{2}\right) - I_1\left(\frac{\sqrt{ik_T r}}{2}\right) K_1\left(\frac{\sqrt{ik_T r}}{2}\right) \left. \right). \end{aligned} \quad (8)$$

Отметим, что в соответствии с выражением (8) компонента вектора деформации на больших расстояниях от

лазерного пучка при $k_T r \gg 1$ изменяется по закону

$$u_z(r, \omega) \cong (1 - 2\nu)(1 + \nu) \frac{\gamma}{\pi E} \frac{W_L}{8K_s} \frac{\sqrt{i}}{(k_T r)^3} \times (1 + ik_T^2 r^2 e^{-\sqrt{i}k_T r}). \quad (9)$$

При $r = 0$ компонента вектора перемещений, нормальных к поверхности объекта, в соответствии с (8) имеет логарифмическую особенность. Ее наличие связано с предположением о точечном характере воздействия лазерного пучка. Более точный анализ, учитывающий конечную ширину лазерного пучка a , показывает, что в этих условиях компонента u_z в его центре может быть оценена с помощью соотношения

$$u_z(0, \omega) \cong (1 - 2\nu)(1 + \nu) \frac{1 - i}{\sqrt{2}} \frac{\gamma}{\pi E} \frac{W_L}{4K_s} \frac{1}{k_T a}. \quad (10)$$

Радиальная компонента вектора деформации u_r может быть вычислена из выражения (5b) с использованием равенства $J_1(x) = -\frac{dJ_0(x)}{dx}$ и соотношения из [11] для интеграла

$$\int_0^\infty dx \frac{J_\nu(\gamma x)}{(x + \sqrt{\beta^2 + x^2})\sqrt{\beta^2 + x^2}} = \frac{1}{\beta} I_{\frac{\nu+1}{2}}\left(\frac{\beta\gamma}{2}\right) K_{\frac{\nu-1}{2}}\left(\frac{\beta\gamma}{2}\right). \quad (11)$$

С помощью равенства (11), используя явные выражения для функций $I_{\frac{1}{2}}$ и $K_{\frac{1}{2}}$, компоненту вектора перемещения u_r получим в следующем виде:

$$u_r(r, \omega) = (1 - 2\nu)(1 + \nu) \frac{\gamma}{\pi E} \frac{W_L}{4K_s} \frac{1}{i(k_T r)^2} \times [1 - e^{-\sqrt{i}k_T r} (1 + \sqrt{i}k_T r)]. \quad (12)$$

Выражение (12) позволяет определить компоненту вектора перемещения u_r на любом расстоянии от лазерного пучка. Оно, в частности, показывает, что при $r = 0$ компонента u_r остается конечной и равной

$$u_r(0, \omega) = (1 - 2\nu)(1 + \nu) \frac{\gamma}{\pi E} \frac{W_L}{8K_s}. \quad (13)$$

Выражения (9) и (12) показывают, что на малых расстояниях от лазерного пучка, т.е. при $k_T r \leq 1$ на поведение амплитуд компонент вектора деформации u_z и u_r существенное влияние оказывают как упругие, так и теплофизические параметры образца. Однако их фазовые характеристики определяются только температуропроводностью материала образца. В этих условиях измерение зависимости фазы u_z или u_r от частоты модуляции излучения, например при фиксированном r , может быть использовано для определения температуропроводности материала образца. Следует отметить, что

при проведении подобных измерений в силу соотношения (10) желательно, чтобы также выполнялось условие $r > a$.

На больших расстояниях от лазерного пучка, т.е. при $k_T r \geq 1$, в соответствии с (9) и (12) фазовые характеристики компонент вектора деформации u_z и u_r перестают зависеть от температуропроводности материала образца, а их амплитуды спадают обратно пропорционально кубу и квадрату расстояния соответственно. Если считать мощность лазерного излучения W_L , коэффициент Пуассона материала и его тепловые характеристики известными величинами, то в этом случае зависимости амплитуд u_z и u_r от расстояния до пучка при фиксированной частоте модуляции излучения могут быть использованы для определения термоупругой постоянной образца (точнее отношения γ/E).

Таким образом, анализ поведения компонент вектора деформации u_z и u_r в зависимости от частоты модуляции или расстояния от пучка может быть использован для определения теплофизических и термоупругих параметров твердотельных объектов. В заключение следует отметить, что полученные результаты остаются справедливыми только в рамках квазистатического приближения.

Список литературы

- [1] Лямшев Л.М. Радиационная акустика. М.: Наука, 1996. 304 с.
- [2] Muratikov K.L., Glazov A.L., Rose D.N., Dumar J.E. // J. Appl. Phys. 2000. Vol. 88. N 5. P. 2948–2955.
- [3] Muratikov K.L., Glazov A.L., Rose D.N., Dumar J.E. // Rev. Sci. Instrum. 2003. Vol. 74. N 7. P. 3531–3535.
- [4] Муратиков К.Л., Глазов А.Л. // ЖТФ. 2000. Т. 70. Вып. 8. С. 69–76.
- [5] Муратиков К.Л. // Письма в ЖТФ. 2010. Т. 36. Вып. 11. С. 90–97.
- [6] Муратиков К.Л. // ЖТФ. 2011. Т. 81. Вып. 2. С. 58–63.
- [7] Муратиков К.Л. // ЖТФ. 2011. Т. 81. Вып. 6. С. 156–158.
- [8] Тимошенко С.П., Гудьер Дж. Теория упругости. М.: Наука, 1979. 560 с.
- [9] Глазов А.Л., Муратиков К.Л. // ЖТФ. 1987. Т. 57. Вып. 11. С. 2184–2191.
- [10] Torn R.D., O'Hara E.P. // J. Appl. Phys. 1982. Vol. 53. N 8. P. 5392–5400.
- [11] Градштейн И.С., Рыжик И.М. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. М.: Физ.-мат. лит.-ра, 1963. 1100 с.