

## Нейроморфное расширение бортовых функций ГЛОНАСС для подвижной технологической платформы

© А.С. Девятисильный<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup> Институт автоматики и процессов управления ДВО РАН, 690041 Владивосток, Россия

<sup>2</sup> Дальневосточный федеральный университет, 690950 Владивосток, Россия  
e-mail: devyatis@iacp.dvo.ru

(Поступило в Редакцию 22 декабря 2014 г.)

Предложены метод, модель и алгоритм определения параметров движения технологической платформы по измерениям, доставляемым трехкомпонентным блоком ньютонометров (акселерометров) и бортовой системой многопозиционного приема ГЛОНАСС.

### Введение

Для определения параметров вращения подвижной технологической платформы (ТП) в работе [1] предложена интегрированная система (ИС), включающая систему бортового многопозиционного приема (БМП) сигналов навигационной спутниковой системы (НСС) типа ГЛОНАСС и блок инерциальных измерителей — трех гироскопических датчиков угловых скоростей (ДУС) с взаимноортогональными осями чувствительности.

Настоящая работа созвучна [1], но содержит контрапункт, так что новая модель ИС существенно отлична от модели, обсуждавшейся в [1], а именно: в блоке инерциальных измерителей ДУС заменены тремя линейными ньютонометрами (акселерометрами).

Заметим, что идея отказа в ИНС от гироскопических измерителей не нова, но в наиболее законченном виде она была оформлена в фундаментальном труде [2], где обсуждена возможность функционирования ИНС только по измерениям, доставляемым линейными ньютонометрами, — всего двенадцать ньютонометров, распределенных по четырем (три ньютонометра в каждом) пространственно разнесенным и не лежащим в одной плоскости инерциальным блокам. Математическая модель такой безгироскопной ИНС, как и классической — с тремя ньютонометрами и тремя датчиками угловых скоростей — некорректна; такой же, как и у последней, путь избавления от некорректности — привлечение дополнительной, не инерциальной природы, информации о параметрах движения и ее комплексирование с инерциальной информацией в рамках концепции ИС, реализуемой как решение задачи коррекции ИНС. Подобная ИС, расширяющая по сути потребительскую функцию ГЛОНАСС, и есть предмет обсуждения в настоящей работе.

Инструментом комплексирования информации в ИС является алгоритм. В качестве такового в настоящей работе, как и в [1], предложен алгоритм калмановского типа с оригинальным механизмом настройки синаптических коэффициентов, названным здесь безъядерным

(в отличие по сути от ядерного в [1]), что безусловно явилось откликом на открытие удивительного рода насекомых (Megaphragma), обитателей микромира, у которых более 95% клеток нервной системы безъядерные [3].

### Основные модельные представления

Введем следующие правые прямоугольные системы отсчета:  $o\eta = o\eta_1\eta_2\eta_3$  — инерциальная система с началом в центре  $o$  Земли и осями, направленными на удаленные звезды;  $o\xi = o\xi_1\xi_2\xi_3$  — система жестко связанная с Землей; компоненты вектора в  $o\eta$  и  $o\xi$  связаны линейным преобразованием  $\xi = \mathbf{A}^{\xi\eta}\eta$  с известной матрицей  $\mathbf{A}^{\xi\eta}$  размерности  $3 \times 3$ ;  $\tilde{o}q = \tilde{o}q_1q_2q_3$  — бортовая приборная система отсчета с осями, совпадающими с осями чувствительности линейных ньютонометров, размещенных в точке  $\tilde{o}$ , с движением которой отождествляется траекторное (поступательное) движение ТП; соответственно  $\mathbf{q} = \mathbf{A}^{qn}\eta$  и  $\mathbf{q} = \mathbf{A}^{q\xi}\xi$ , так что  $\mathbf{A}^{qn} = \mathbf{A}^{q\xi}\mathbf{A}^{\xi\eta}$ .

Кратко остановимся на возможностях бортового многопозиционного приема информации НСС. Пусть такой прием осуществляется в точках  $a, b, c, d$ , жестко привязанных к приборному трехграннику  $oq$ , так что точка  $a$  совпадает с точкой  $\tilde{o}$ , а точки  $b, c, d$  размещены на осях (так, примем, не нарушая общности) соответственно  $\tilde{o}q_1, \tilde{o}q_2, \tilde{o}q_3$  с равным удалением каждой на расстояние  $l$  от точки  $\tilde{o}$  в положительных направлениях. Бортовые приемные устройства НСС выдают информацию о векторах  $\xi_i$ ,  $i = a, b, c, d$  (следовательно, и  $\mathbf{q} = \mathbf{A}^{q\xi}\xi$ ), которая далее может быть использована для построения матрицы  $\mathbf{A}^{q\xi}$ , а следовательно, и  $\mathbf{A}^{qn}$ .

Для оценки вектора абсолютной угловой скорости  $\omega = (\omega_1, \omega_2, \omega_3)^T$  вращения приборного трехгранника  $\tilde{o}q$ , а также для сглаживания отрицательных последствий ограничений на точность и частоту измерений, характерных для НСС, обратимся к информации о движении ТП, доставляемой трехкомпонентным блоком ньютонометров, измеряющим вектор кажущегося уско-

рения, или по существу вектор удельных сил негравитационной природы. Таким образом, ориентируемся на рассмотрение складывающейся информационной ситуации с позиций метода инерциальной навигации. Тогда, полагая, что ориентация трехгранника  $\tilde{\delta}q$  определена (это обсуждено выше), из двух групп базовых уравнений метода, динамической и кинематической [2], составляющих суть математической модели ИНС, может быть оставлена только первая из них — дифференциальные уравнения движения материальной точки, с которой совмещена точка  $\tilde{\delta}$ . Дополнив эти уравнения связями — уравнениями идеальных измерений места точки  $\tilde{\delta}$  — образуем объединенную систему уравнений в качестве идеализированной математической модели ИС и представим задачу наблюдения движения в следующем виде:

$$\begin{aligned} \dot{q}_i &= -e_{ikj}\omega_k q_j + p_i, & q_i(0) &= q_{i,0}, \\ \dot{p}_i &= -e_{ikj}\omega_k p_j + G_i(\mathbf{q}) + F_i, & p_i(0) &= p_{i,0}, \\ z &= q_i, & i, j, k &= \overline{1, 3}, \end{aligned} \quad (1)$$

где  $e_{ikj}$  — псевдотензор Леви–Чивита;  $\mathbf{q} = (q_i)$ ,  $\mathbf{p} = (p_i)$ ,  $\mathbf{z} = (z_i)$  — векторы соответственно координат, удельных импульсов и измерений;  $\mathbf{F} = (F_i)$  и  $\mathbf{G} = (G_i(\mathbf{q}))$  — соответственно вектор удельных сил негравитационной природы (измеряемых ньютонометрами) и напряженность гравитационного поля (с известной, так полагаем, моделью). Целью решения поставленной задачи является оценка вектора  $(\mathbf{q}^T, \mathbf{p}^T, \boldsymbol{\omega}^T)^T$  в реальных условиях присутствия погрешностей измерений, „ $T$ “ — символ транспонирования векторов и матриц.

Далее, следуя вполне оправдавшей себя на практике традиции метода инерциальной навигации, перейдем к модели задачи коррекции [4], полагая, что можно указать некоторые приближения искомым параметрам и перейти к линейной задаче оценки их вариаций. Тогда, учитывая (1), получаем модель следующего вида:

$$\begin{aligned} \delta \dot{q}_i &= -e_{ikj}\omega_k \delta q_j + \delta p_i + e_{ikj}q_k \delta \omega_j, & \delta q_i(0) &= \delta q_{i,0}, \\ \delta \dot{p}_i &= -e_{ikj}\omega_k \delta p_j + e_{ikj}p_k \delta \omega_j + \Gamma_{ij}\varepsilon_j + f_i, \\ \delta p_i(0) &= \delta p_{i,0}, & \delta \dot{\omega}_i &= \chi_i(t), & \delta \omega_i(0) &= \delta \omega_{i,0}, \\ \delta z_i &= \delta q_i + \varepsilon_i, & i, j, k &= \overline{1, 3}, \end{aligned} \quad (2)$$

где  $\Gamma = \Gamma_{ij} = (\partial G_i / \partial q_j)$  — гессиан силовой функции гравитационного поля;  $\mathbf{f} = (f_i)$ ,  $\boldsymbol{\varepsilon} = (\varepsilon_i)$  — векторы соответственно инструментальных погрешностей ньютонометров и погрешностей оценок координат места ТП по данным НСС; кроме того, здесь предполагается, что при реализации модели гравитационного поля вполне замещение  $\mathbf{G}(\mathbf{q})$  на  $\mathbf{G}(\mathbf{z})$ ,  $\boldsymbol{\chi}(t) = (\chi_i(t))$  — скорость изменения вектора  $\delta \boldsymbol{\omega} = (\delta \omega_i)$ .

Для удобства последующих рассуждений представим систему (2) в общем виде

$$\begin{aligned} \delta \dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{C} \delta \mathbf{x} + \mathbf{w}, & \mathbf{x}(0) &= \mathbf{x}_0, \\ \delta \mathbf{z} &= \mathbf{H} \delta \mathbf{x} + \boldsymbol{\varepsilon}, \end{aligned} \quad (3)$$

где  $\delta \mathbf{x} = (\delta \mathbf{q}^T, \delta \mathbf{p}^T, \delta \boldsymbol{\omega}^T)^T$  — вектор, подлежащий определению с целью приплюсовывания его к вектору приближенных значений соответствующих навигационных

параметров (т.е.  $\mathbf{q}, \mathbf{p}, \boldsymbol{\omega}$ ) и, таким образом, получения текущих значений последних;  $\mathbf{C}$  и  $\mathbf{H}$  — матрицы соответствующих коэффициентов при компонентах вектора  $\delta \mathbf{x}$ ;  $\mathbf{w} = \mathbf{q}(\mathbf{f}, \boldsymbol{\varepsilon})$  — вектор немоделируемых компонент системы (1), имеющих случайный характер и неизвестные статистики.

Заключая настоящий раздел статьи, заметим, что для разрешимости задач типа (3) (обратных задач по сути) необходимо, чтобы пара матриц  $(\mathbf{C}, \mathbf{H})$  или  $(\Phi, \mathbf{H})$  была наблюдаема [5], здесь  $\Phi$  — переходная матрица состояния системы линейных уравнений эволюции вектора  $\delta \mathbf{x}$  и, что существенно, ядро интегрального преобразования в известной формуле Коши для решения этой системы уравнений.

## Модели алгоритма динамического обращения

Сначала обратимся к концепции квазистатистического алгоритма решения задачи (2). Суть ее в формировании системы линейных алгебраических уравнений для точечной оценки вектора  $\mathbf{x}$  в заданный момент времени  $t^*$  на некотором скользящем или расширяющемся интервале времени с объемом измерений на нем большим, чем размерность вектора  $\mathbf{x}$ , и матрицей  $\mathbf{N}$  связи „состояние–измерение“, образуемой из блоков  $\mathbf{H}(t_i)\Phi(t_i, t^*)$ ,  $i = \overline{1, M}$ . В этом случае матрица  $N$  вполне заменяет калмановскую матрицу наблюдаемости [5], а ее вычисленное спектральное число обусловленности ( $\mu$ ) может служить конструктивной оценкой разрешимости обратной задачи (3). Именно в таком ограниченном аспекте этот алгоритм только и рассматривается здесь (со ссылкой на прецедент [6]) в следующем за этим разделе настоящей статьи.

Переходя теперь непосредственно к алгоритму динамического обращения, обратимся, как и в [1], к его нейросетевой концепции, взяв за основу линейный динамический алгоритм (комплементарной модели (3)) следующего вида:

$$\delta \dot{\mathbf{x}}^* = \tilde{\mathbf{C}} \delta \mathbf{x}^* + \mathbf{K} \delta \mathbf{z}, \quad \delta \mathbf{x}^*(0) = \delta \mathbf{x}_0^*, \quad (4)$$

где  $\delta \mathbf{x}^*$  — текущая оценка вектора  $\delta \mathbf{x}$ ;  $\mathbf{K}$  — матрица синаптических коэффициентов, настраиваемых так, чтобы достигался минимум квадратичного критерия  $J = \|\mathbf{z} - \mathbf{H} \mathbf{x}^*\|^2$ ;  $\tilde{\mathbf{C}} = \mathbf{C} - \mathbf{K} \mathbf{H}$ .

Как видно из (4), одновременно с настройкой синаптических коэффициентов при обработке информации, доставляемой вектором  $\delta \mathbf{z}$ , происходит и изменение матрицы  $\tilde{\mathbf{C}}$  или ядра  $\Phi$  соответствующего интегрального преобразования, если представить решение системы уравнений (4) в форме Коши. Подобный же, заметим, процесс изменения функциональных (не путать с клеточными) ядер популяций биологических нейронов, отождествляемый с обучением, происходит, что вполне можно предположить, и при усвоении внешней информации „живыми“ (биологическими) системами.

Настройка матрицы  $\mathbf{K}$  связана с решением нескольких содержательно и по форме близких экстремальных задач. Решение первой из них —  $\mathbf{K} = \arg \min_{\Omega_k} J$ ;  $\Omega_k$  — область значений  $\mathbf{K}$ , предполагает простейший механизм направленного (благодаря обращениям к значениям  $J$ ) перебора значений всех элементов матрицы  $\mathbf{K}$ ; при этом скорость сходимости к наилучшему решению существенно зависит от выбора начального значения  $\mathbf{K}$  и, в конечном итоге, от того насколько успешно реализуется свойство асимптотической устойчивости решения системы (4).

Вторая экстремальная задача —  $\mathbf{K} = \mathbf{D}\mathbf{H}^T(\mathbf{R}^*)^{-1}$ ,  $\dot{\mathbf{D}} = \mathbf{C}\mathbf{D} + \mathbf{D}\mathbf{C}^T - \mathbf{D}\mathbf{H}^T(\mathbf{R}^*)^{-1}\mathbf{H}\mathbf{D} + \mathbf{Q}^*$ ,  $\mathbf{D}(0) = \mathbf{D}_0$ ,  $(\mathbf{Q}^*, \mathbf{R}^*) = \arg \min_{\mathbf{Q}, \mathbf{R}} J$ , где  $\mathbf{D}_0, \mathbf{Q}, \mathbf{R}$  — положительно

определенные матрицы; обращение к ней, как уже указывалось нами в [1], гарантирует асимптотическую устойчивость алгоритма (4), но при этом, что немаловажно, при надлежащем выборе матриц  $\mathbf{Q}$  и  $\mathbf{R}$  позволяет существенно сократить число настраиваемых параметров; заметим, что механизм настройки матрицы  $\mathbf{K}$  включает матрицу  $\mathbf{C}$ , т.е. в неявном виде априорную информацию о характере эволюции вектора  $\delta\mathbf{x}$ , или, что то же самое по сути о ядре  $\Phi$ , и, таким образом, этот механизм можно назвать „ядерным“ в отличие от „безъядерного“ предыдущего. Обращаясь к сообществам биологических нейронов, можно предположить, что подобный механизм отклика на внешнюю по отношению к этому сообществу информацию существует и у них и, по-видимому, только у высокоразвитых организмов с высокоорганизованной центральной нервной системой (ЦНС). Третья экстремальная задача, численная верификация которой будет предложена в следующем разделе, при решении рассматриваемой здесь задачи аналитического конструирования интегрированной информационно-навигационной системы, имеет вид  $\mathbf{K} = \mathbf{D}\mathbf{H}^T(\mathbf{R}^*)^{-1}$ ,  $\dot{\mathbf{D}} = -\mathbf{D}\mathbf{H}^T(\mathbf{R}^*)^{-1}\mathbf{H}\mathbf{D} + \mathbf{Q}^*$ ,  $\mathbf{D}(0) = \mathbf{D}_0$ ,  $(\mathbf{Q}^*, \mathbf{R}^*) = \arg \min_{\mathbf{Q}, \mathbf{R}} J$  включает, очевидно, безъядерный

(строго говоря, с „чужим“ ядром  $\Phi = \mathbf{E}$ ,  $\mathbf{E}$  — единичная матрица), механизм настройки синаптических коэффициентов и имеет своим прообразом более высокий уровень самоорганизации биологических нейронов по сравнению с первым случаем, но уступает в этом второму.

Если выбрать матрицы  $\mathbf{Q}$  и  $\mathbf{R}$  в виде  $\mathbf{Q} = \text{diag}(\sigma_1^2, \sigma_1^2, \sigma_1^2, \sigma_2^2, \sigma_2^2, \sigma_2^2, \sigma_3^2, \sigma_3^2, \sigma_3^2)$  и  $\mathbf{R} = \text{diag}(\sigma_4^2, \sigma_4^2, \sigma_4^2)$ , то рассматриваемая далее экстремальная задача (из трех последних) будет решаться в пространстве только четырех параметров ( $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3, \sigma_4$ ) при числе синаптических коэффициентов, равном 27.

Как и в работе [1], для решения задачи реализуется мультисистема из  $3^4 = 81$  параллельных вычислительных систем. И здесь опять обращаясь к прообразам, можно допустить, что подобная мультисистемная (по сути с резервированием функций) организация может

встречаться и у популяций биологических нейронов, что помимо всего прочего еще и повышает их функциональную надежность.

Работа каждой из 81 систем — алгоритмов динамического обращения — выполняется при одинаковых для всех стартовых на шаге решения условиях, но при разных значениях параметров  $\mathbf{Q}$  и  $\mathbf{R}$ . Победившая в таком соревновательном на шаге процессе признается система с наименьшим значением  $J$ , а значения ее переменных  $\mathbf{x}^*$  и  $\mathbf{D}$  принимаются в качестве стартовых на следующем шаге решения для всех систем мультисистемы; следующий набор значений параметров  $\mathbf{Q}$  и  $\mathbf{R}$  формируется около (как центра) значений параметров  $\mathbf{Q}$  и  $\mathbf{R}$  победившей системы. Например, если  $\tilde{\sigma}_1$  — значение параметра  $\sigma_1$  системы-победителя, то новый набор значений параметра есть  $\{\tilde{\sigma}_1(1 - \alpha), \tilde{\sigma}_1, \tilde{\sigma}_1(1 + \alpha)\}$ ;  $0 < \alpha < 1$ ; аналогично назначаются новые значения параметров  $\sigma_2, \sigma_3, \sigma_4$ .

## Вычислительный эксперимент

Численная верификация модельных представлений, изложенных выше, выполнена на двух траекториях — при движении объекта с постоянной относительно Земли линейной скоростью  $V = 100 \text{ m/s}$  1) вдоль меридиана и 2) по параллели на широте  $45^\circ$ . При этом в обоих случаях в качестве приближенного значения вектора  $\omega$  рассматривался вектор абсолютной угловой скорости вращения географически ориентированного (с осями, направленным на восток, север и по радиус-вектору места объекта) подвижного ортогонального координатного трехгранника, а в качестве оцениваемых компонент вектора  $\delta\omega$  — синусоиды одной частоты, но с различающимися амплитудами и фазами.

Прежде всего была оценена разрешимость задачи (2), (3), т.е. возможность ее численного обращения, на вычислительных средствах с относительной точностью, равной  $\varepsilon_1 = 2.2 \cdot 10^{-16}$ .

На рис. 1 представлены графики эволюции (по мере накопления измерений) чисел обусловленности

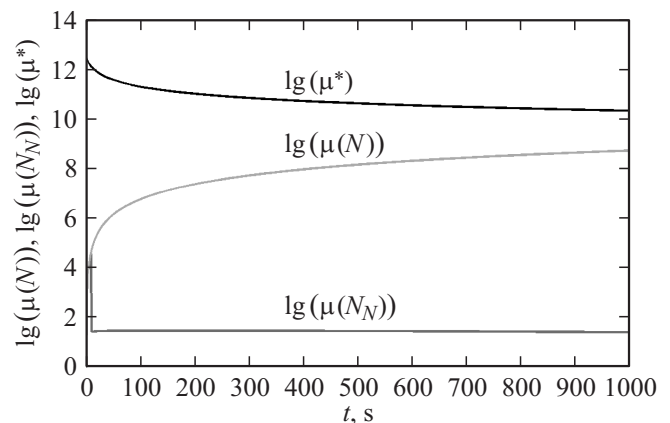


Рис. 1.

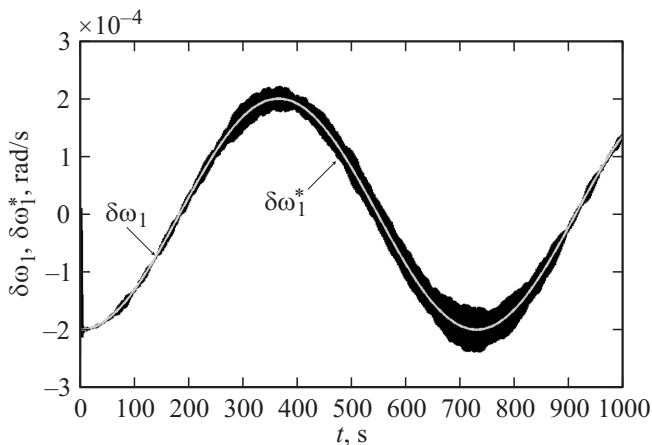


Рис. 2.

$\mu(N)$  и  $\mu(N_N)$  соответственно для матрицы  $\mathbf{N} = (\mathbf{N}_1 : \mathbf{N}_2 : \dots : \mathbf{N}_n)$ ,  $\dim \mathbf{N} = m \times n$  и нормированной матрицы  $\mathbf{N}_N = \mathbf{N} \cdot \text{diag}(\|\mathbf{N}_1\|^{-1}, \|\mathbf{N}_2\|^{-1}, \dots, \|\mathbf{N}_n\|^{-1})$ ,  $\|\mathbf{N}_i\|$  — евклидова норма  $i$ -го вектора столбца матрицы  $\mathbf{N}$ . Здесь же на рис. 1 представлен график значений числа  $\mu^*$ , рассчитываемый по формуле  $\mu^* = [\varepsilon_1(\sqrt{n}(2n-3)(4m+27) + 4m+30)]^{-1}$  [6]. Как видно из рис. 1,  $\mu_N < \mu^*$  и  $\mu_{N_N} < \mu^*$ , т.е. условия разрешимости задачи (2), (3) в выбранной вычислительной среде выполняются.

На рис. 2 в качестве репрезентативного представлен пример численного оценивания значения одной из компонент ( $\delta\omega_1$ ) вектора  $\delta\omega$ . Эксперимент проводился при среднеквадратических значениях погрешностей ньютонометров  $\sigma_f = 10^{-3} \text{ м/с}^2$  и погрешностей оценок места объекта системой ГЛОНАСС  $\sigma_\varepsilon = 1 \text{ м}$ . Как видно из рисунка, оба графика значений  $\delta\omega_1(t)$  и ее оценки  $\delta\omega_1^*(t)$  достаточно слабо различимы, что можно рассматривать как свидетельство эффективности предложенного метода формирования интегрированной системы. Отдельно, но то же, можно сказать и об эффективности по быстродействию нейросетевого алгоритма с безъядерным механизмом настройки синаптических коэффициентов, так как значение показателя быстродействия  $\tau = T_R/T_M$ , где  $T_M$  — время численного моделирования реального процесса оценивания, длительностью  $T_R$ , весьма высоко, а именно  $\tau > 12$ .

## Заключение

В дополнение ко всему изложенному отметим, что если в инерциальной навигационной системе, входящей в безгироскопном исполнении в рассмотренную в настоящей работе ИС, сохранить блок гироскопических измерителей угловой скорости, то расширение потребительских функций ГЛОНАСС может быть выполнено за счет включения в вектор оцениваемых параметров на-

пряженности гравитационного поля Земли, что следует из ранее опубликованной работы [7].

Работа частично выполнена в рамках Программы фундаментальных исследований „Дальний Восток“ (проект 15-I-4-006 о).

## Список литературы

- [1] Девятисильный А.С. // ЖТФ. 2014. Т. 84. Вып. 10. С. 6–9.
- [2] Андреев В.Д. Теория инерциальной навигации. Автономные системы. М.: Наука, 1966. 580 с.
- [3] Лескова Н.Л. В стране лилипутов. // В мире науки / Scientific American. 2014. № 6. С. 48–53 (Русская версия SA).
- [4] Андреев В.Д. Теория инерциальной навигации. Корректируемые системы. М.: Наука, 1967. 648 с.
- [5] Калман Р., Фалб П., Арбиб М. Очерки по математической теории систем. М.: Мир, 1971. 400 с.
- [6] Девятисильный А.С. // ЖТФ. 2012. Т. 82. Вып. 12. С. 123–125.
- [7] Девятисильный А.С. // ЖТФ. 2013. Т. 83. Вып. 12. С. 42–45.

<sup>1</sup> Интервью Н.Л. Лесковой с доцентом кафедры энтомологии биологического факультета МГУ им. М.В. Ломоносова, кандидатом биологических наук А.А. Полиловым.