

Термоэлектрический транспорт в эпитаксиальном графене на размерно-квантованной пленке

© З.З. Алисултанов^{†*}, Н.А. Мирзегасанова[‡]

[†] Институт физики им. Х.И. Амирханова,
Дагестанский научный центр Российской академии наук,
Махачкала, Россия

^{*} Институт общей физики им. А.М. Прохорова, Российская академия наук,
119991 Москва, Россия

[‡] Дагестанский государственный университет,
367000 Махачкала, Россия

(Получена 9 января 2014 г. Принята к печати 22 декабря 2014 г.)

В рамках простой аналитической модели мы исследовали термоэлектронный транспорт в эпитаксиальном графене, сформированном на поверхности размерно-квантованных металлической и полупроводниковой пленок. Исследованы проводимость и термоэдс эпитаксиального графена. Показано, что в такой системе имеются кинки проводимости и пики термоэдс (в несколько раз большие, чем в случае изолированного графена). Проводится сравнение со случаями двумерной и трехмерной подложек.

1. Введение

Симметрия кристаллической решетки графена и валентность атома углерода приводят к уникальному спектру для электронных возбуждений [1]. Действительно, исследование зонной структуры графена показывает, что он является полуметаллом с линейным энергетическим спектром носителей вблизи точек K зоны Бриллюэна [2]. Такой спектр приводит к самым разным уникальным свойствам, начиная от электронных, оптических [2,4–7] и заканчивая адсорбционными свойствами [8–11]. Графен сейчас активно обсуждается даже для таких прикладных целей, как очистка природного газа [12] и опреснение воды [13]. Таким образом, графен является многообещающим материалом для различных практических применений. Одним из актуальных вопросов является исследование эпитаксиального графена (ЭГ) [14–26]. Интерес к изучению ЭГ вызван несколькими причинами. Во-первых, при выращивании кристаллов на карбиде кремния различными методами (например, методом молекулярно-лучевой эпитаксии) может произойти рост графена, что сильно влияет на свойства кристаллов. Существуют специальные методы подавления роста графена. Во-вторых, графеновый слой на поверхности металлов и полупроводников может быть рассмотрен в качестве эффективного контакта в приборных устройствах. В-третьих, для того чтобы в полной мере использовать свойства графеновых слоев в электронике, необходимо варьировать их структуру, химический состав, морфологию и т.д., что можно сделать с помощью соответствующей подложки. Кроме этого, существует известное обстоятельство, ограничивающее реальное применение изолированного графена в электронике. Это отсутствие щели в энергетическом спектре носителей. Получение щели в спектре графена (выбором соответствующей подложки, приложением внешнего электрического поля

к бислою графена, добавлением примесей и т.д.) является актуальной проблемой физики графена. Существует достаточное количество экспериментальных работ по исследованию электронных свойств ЭГ (см., например, работы [14–19], а также многочисленные работы группы профессора Уолта де Хира (W. de Heer)¹). В настоящей работе в рамках модели Давыдова (см. [20]) исследуются термодинамика и термоэлектрический транспорт в однослойном графене, сформированном на поверхности размерно-квантованных металлической и полупроводниковой пленок. Насколько известно авторам, экспериментально такая система еще не исследовалась. Необходимо подчеркнуть, что эта система может оказаться достаточно интересной для прикладных целей, так как обладает рядом интересных свойств, предсказываемых простой теорией [25,26].

Изолированный графен обладает уникальными термоэлектрическими свойствами [27]. Действительно, термоэдс графена при комнатной температуре составляет $\sim 30 \text{ мкВ} \cdot \text{К}^{-1}$ (для сравнения — термоэдс металлов $\sim 0.01 \text{ мкВ} \cdot \text{К}^{-1}$). Большие значения термоэдс наблюдаются в щелевом графене, когда химический потенциал приближается к краю запрещенной щели [28]. Аномальный рост термоэдс наблюдается и в монослое графена, сформированного на перестраиваемом бислое графена [21], а также в ЭГ, сформированном на поверхности полупроводника [23].

2. Модель эпитаксиального графена

Мы исследуем ЭГ, сформированный на подложке, в рамках простой модели. Эта модель заключается в том, что графен на поверхности подложки представляется в виде адсорбированных на этой поверхности атомов углерода, выстроенных в гексагональную структуру. Такая модель впервые была предложена Давыдовым [20]

[†] E-mail: zaur0102@gmail.com

¹ <http://www.graphene.gatech.edu>

и была развита в ряде работ автора данной работы (см., например, [21–26]). В модели Андерсона–Ньюенса для функции Грина (ФГ) одиночного адатома имеем

$$G_i^0(\varepsilon) = [\varepsilon - \varepsilon_a - \Lambda(\varepsilon) - i\Gamma_c(\varepsilon)]^{-1}, \quad (1)$$

где ε_a — энергия уровня адатома углерода, $\Gamma_c(\varepsilon) = \pi|V|^2\rho(\varepsilon)$ — полуширина уровня адатома, $\Lambda(\varepsilon) = \pi^{-1}P \int_{-\infty}^{\infty} \Gamma_c(\varepsilon')d\varepsilon'/(\varepsilon - \varepsilon')$ — функция сдвига уровня адатома, $\rho(\varepsilon)$ — плотность состояний (ПС) подложки, P обозначает интегрирование в смысле главного значения, V — потенциал гибридизации. Далее положим $\varepsilon_a = 0$. Между адатомами углерода, выстроенными в гексагональную структуру, возникает обмен электронами. Таким образом, формируется зона Бриллюэна ЭГ. Чтобы учесть обмен электронами, воспользуемся уравнением Дайсона в приближении, когда учитываются лишь ближайшие атомы:

$$G_{ij} = G_i^0\delta_{ij} + \sum_l G_i^0t_{il}G_{lj}, \quad (2)$$

где $t_{il} = t$ есть энергия перескока электрона между ближайшими атомами углерода (для изолированного графена $t \approx 2.8$ эВ). Применяя к уравнению Дайсона фурье-преобразование, учитывая симметрию кристаллической решетки графена, а также учитывая, что $G_i^0 = G_0$, получим

$$G_q^{-1}(\varepsilon) = G_0^{-1}(\varepsilon) - tf(\mathbf{q}) - i\gamma, \quad (3)$$

где функция $f(\mathbf{q})$ определена следующим образом: $f(\mathbf{q}) = v_b\sqrt{3} + 2\cos(\sqrt{3}q_x a) + 4\cos(\sqrt{3}q_x a/2)\cos(3q_y a/2)$, a — расстояние между ближайшими атомами в графене, \mathbf{q} — двумерный волновой вектор электронов графена, v_b — зонный индекс ($v_b = +1$ соответствует зоне проводимости, а $v_b = -1$ — валентной зоне), γ — затухание квазичастиц в ЭГ за счет внутренних столкновительных процессов (рассеяния на фононах, на примесных атомах, на дефектах кристаллической решетки и т.д.). Вблизи точки Дирака с координатами $\mathbf{Q} = (2\pi/3a, 2\pi/3\sqrt{3}a)$ получаем: $tf(\mathbf{k}) = v_b 3ta|\mathbf{k}|/2 = v_b v_F \hbar |\mathbf{k}|$, где $\mathbf{k} = \mathbf{q} - \mathbf{Q}$, v_F — скорость Ферми электронов. Выражение (3) будет основным для дальнейших выкладок.

3. Плотность состояний подложки и функция сдвига

Пусть пленка расположена в плоскости $xу$. Для энергии электронов зоны проводимости пленки имеем

$$E(p) = (2m)^{-1}(p_x^2 + p_y^2) + \varepsilon_i, \quad (4)$$

где $\mathbf{p} = (p_x, p_y)$ — двумерный импульс электронов пленки, m — эффективная масса электрона, ε_i — энергия

электронов в направлении z . Далее мы будем использовать для пленочного потенциала приближение бесконечно высокой потенциальной ямы, т.е. $\varepsilon_i = \pi^2 \hbar^2 i^2 / 2m_{\perp} L^2$, m_{\perp} — эффективная масса электрона в направлении z , L — толщина пленки. Для спектральной функции получаем

$$A(\varepsilon, p) = \frac{\chi}{[\varepsilon - \varepsilon_i - (2m)^{-1}(p_x^2 + p_y^2)]^2 + \chi^2}, \quad (5)$$

где χ — остаточное рассеяние в подложке. Чтобы получить ПС, проинтегрируем (5) по двумерному фазовому пространству зоны проводимости:

$$\begin{aligned} \rho_{CB}(\varepsilon, \varepsilon_i) &= \pi^{-1} \int A(\varepsilon, p) d^2\mathbf{p} \\ &= \frac{mS_1 L_1}{\pi^2 \hbar^2 L} \left(\frac{\pi}{2} - \arctg \frac{\varepsilon_i - \varepsilon + \Delta}{\chi} \right), \end{aligned} \quad (6)$$

где Δ — полуширина запрещенной щели в полупроводниковой подложке (мы рассматриваем собственные и прямозонные полупроводники), $S_1 = 3\sqrt{3}a^2/4$ — площадь пленки, соответствующая одному атому графена, L_1 — расстояние в направлении z , на которое распространяется взаимодействие атома графена с подложкой (в первом приближении — протяженность орбитали $2p_z$). Аналогично для валентной зоны

$$\rho_{VB}(\varepsilon, \varepsilon_i) = \frac{mS_1 L_1}{\pi^2 \hbar^2 L} \left(\frac{\pi}{2} - \arctg \frac{\varepsilon_i + \varepsilon + \Delta}{\chi} \right). \quad (7)$$

Для полной ПС получаем

$$\begin{aligned} \rho(\varepsilon) &= \sum_i (\rho_{CB} + \rho_{VB})(\varepsilon, \varepsilon_i) = \frac{mS_1 L_1}{\pi^2 \hbar^2 L} \\ &\times \sum_i \left[\pi + \arctg \frac{\varepsilon - \varepsilon_i - \Delta}{\chi} - \arctg \frac{\varepsilon + \varepsilon_i + \Delta}{\chi} \right]. \end{aligned} \quad (8)$$

Коэффициент $S_1 L_1 / L$ в этих формулах имеет следующее происхождение. Величина $\rho(\varepsilon)$, входящая в $\Lambda(\varepsilon)$ и $\Gamma_c(\varepsilon)$, есть плотность состояний подложки, соответствующей одному атому графена (именно поэтому в (6) и (7) $S = S_1$). Другими словами, это ПС, соответствующая тому участку поверхностного слоя подложки, с которым взаимодействует атом графена. Если ввести величину L_1 , то, очевидно, для трехмерной подложки объем, соответствующий одному атому графена, равен $S_1 L_1$. Соответствующая плотность состояний в трехмерном (3D) металле ($\Delta = 0$) при $\chi = 0$ есть $S_1 L_1 \sqrt{2} m^{3/2} \sqrt{|\varepsilon|} / \pi^2 \hbar^3$. С другой стороны, мы имеем следующий очевидный предельный переход:

$$\frac{\pi \hbar}{\sqrt{2} m L} \sum_{i=0}^{\infty} \left\{ \arctg \left(\frac{\varepsilon - \varepsilon_i}{\chi} \right) + \frac{\pi}{2} \right\}_{\chi \rightarrow 0} = \sqrt{|\varepsilon|}.$$

Учитывая это выражение, мы из (8) получаем правильное предельное выражение для ПС трехмерной

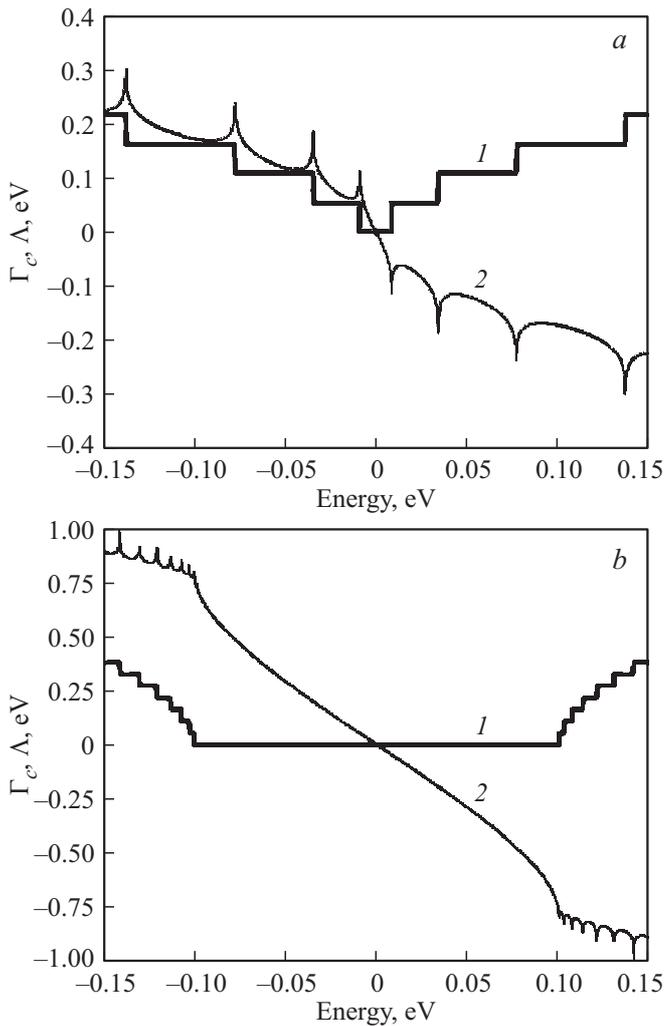


Рис. 1. Зависимость величин Γ_c (1) и Λ (2) от энергии: *a* — металлическая подложка, *b* — полупроводниковая подложка. $V = 2$ эВ, $L = 60$ Å.

структуры. В настоящей работе для простоты считается, что точка $\varepsilon = 0$ (точка отсчета энергии в подложке) совпадает с точкой Дирака. Мы также будем предполагать, что $L_1 \approx 2$ Å. При $\chi \rightarrow 0$ имеем

$$\rho(\varepsilon) = \frac{nS_1L_1}{\pi\hbar^2L} \sum_i \Theta(|\varepsilon| - \varepsilon_i - \Delta). \quad (9)$$

Таким образом,

$$\Gamma_c(\varepsilon) = \pi|V|^2\rho_0L^{-1} \sum_i \Theta(|\varepsilon| - \varepsilon_i - \Delta), \quad (10)$$

$$\Lambda(\varepsilon) = |V|^2\rho_0L^{-1} \sum_i \ln \left| \frac{\varepsilon_i + \Delta - \varepsilon}{\varepsilon_i + \Delta + \varepsilon} \right|, \quad (11)$$

где $\rho_0 = mS_1L_1/\pi\hbar^2$. На рис. 1 показаны функции $\Gamma_c(\varepsilon)$ и $\Lambda(\varepsilon)$ для металлической ($\Delta = 0$) и полупроводниковой ($\Delta = 1$ эВ) подложек.

4. Проводимость и термоэдс

Электрическое поле \mathbf{E} и градиент температуры ∇T приводят к возникновению электрического (\mathbf{j}) и теплового (\mathbf{g}) потоков. Эти величины связаны друг с другом посредством следующих соотношений:

$$\begin{aligned} \mathbf{E} &= \rho\mathbf{j} + S\nabla T, \\ \mathbf{g} &= \Pi\mathbf{j} - \kappa\nabla T, \end{aligned} \quad (12)$$

где ρ — удельное сопротивление, κ — коэффициент теплопроводности, S — коэффициент Зеебека, Π — коэффициент Пельтье. Коэффициент Зеебека (дифференциальная термоэдс) и коэффициент Пельтье удовлетворяют следующим формулам:

$$S = -\beta/\sigma, \quad \Pi = ST, \quad (13)$$

где σ — действительная часть продольной проводимости. Термоэлектрический коэффициент обычно определяется с помощью формулы Мотта [29]

$$\beta = \frac{\pi^2}{3e} k_B^2 T \frac{d\sigma(\mu, T=0)}{d\mu},$$

μ — химический потенциал.

Однако эта формула не годится, когда время релаксации квазичастиц сильно зависит от энергии [28]. К тому же эта формула имеет известное условие применимости $|\mu| \gg k_B T$. В общем случае необходимо пользоваться следующим выражением [28]:

$$\beta = \int_{-\infty}^{\infty} d\varepsilon \frac{\varepsilon}{eT} \frac{\partial f}{\partial \varepsilon} A(\varepsilon + \mu), \quad (14)$$

а проводимость и функция $A(\varepsilon)$ определяются с помощью формулы Кубо [30]:

$$\sigma(\mu, T) = \int_{-\infty}^{\infty} d\varepsilon \frac{\partial f}{\partial \varepsilon} A(\varepsilon + \mu),$$

$$A(\varepsilon) = -\frac{2v_F^2\hbar e^2}{\pi NS} \sum_{k, v_{b1}, v_{b2}=\pm 1} \text{Im} G_{v_{b1}}(\mathbf{k}, \varepsilon) \text{Im} G_{v_{b2}}(\mathbf{k}, \varepsilon). \quad (15)$$

В последней формуле учтены множители, появляющиеся при учете суммирования по зонам и вырождения по спину. В [21–23] была исследована статическая проводимость ЭГ. Следуя этим работам, для величины $A(\varepsilon)$ получим

$$\begin{aligned} A(\varepsilon) &= -\frac{e^2}{2\pi^2\hbar} \left\{ \left[\frac{(\tilde{\varepsilon}^2 - \Gamma^2)F(\Gamma) - 4\tilde{\varepsilon}^2\Gamma^2}{F^2(\Gamma) + 4\tilde{\varepsilon}^2\Gamma^2} \right] \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{2} \left(\frac{\tilde{\varepsilon}}{\Gamma} + \frac{\Gamma}{\tilde{\varepsilon}} \right) \left[\text{arctg} \frac{F(\Gamma)}{2\tilde{\varepsilon}\Gamma} + \text{arctg} \frac{\tilde{\varepsilon}^2 - \Gamma^2}{2\tilde{\varepsilon}\Gamma} \right] \right\}, \end{aligned} \quad (16)$$

где $F(\Gamma) = \xi^2 - \tilde{\varepsilon}^2 + \Gamma^2$, $\tilde{\varepsilon} = \varepsilon - \Lambda(\varepsilon)$, $\Gamma = \gamma + \Gamma_c(\varepsilon)$.

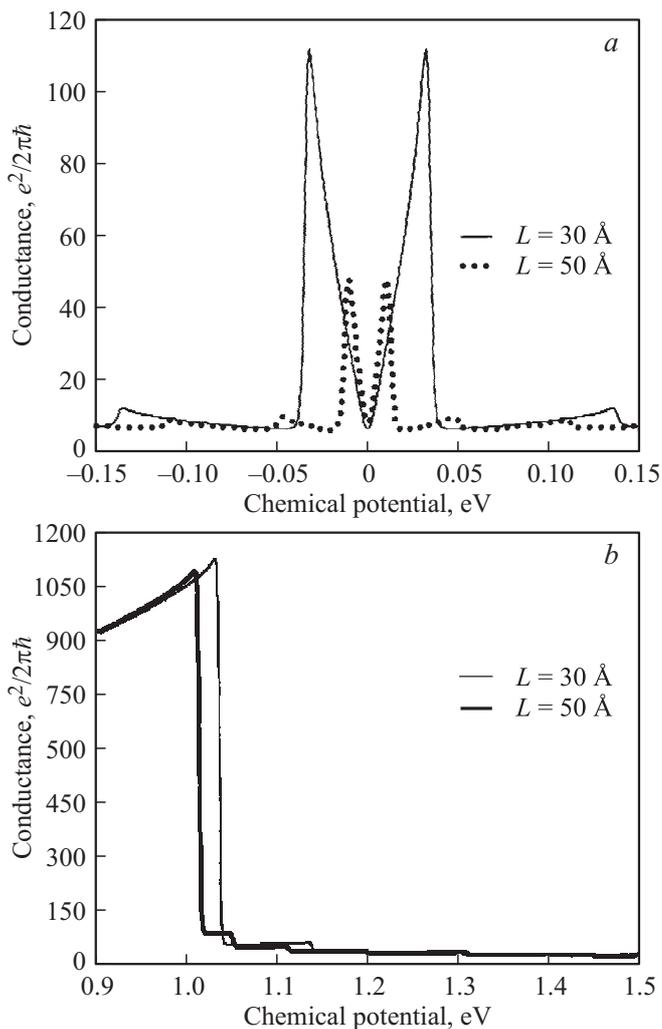


Рис. 2. Проводимость эпитаксиального графена (в единицах $e^2/2\pi\hbar$) при различных значениях толщины пленки: *a* — металлическая подложка, *b* — полупроводниковая подложка. $T = 10$ К, $V = 2$ эВ.

Зависимость статической проводимости ЭГ от химического потенциала приведена на рис. 2. При значениях химического потенциала, соответствующих уровням энергии пленки, вызванным размерным квантованием, проводимость меняется скачкообразно. Очевидно, первый скачок связан с тем, что вблизи значений $\mu = \pm \varepsilon_1$ происходит резкий переход от режима не связанного с подложкой графена (при $|\mu| < \varepsilon_1$, $\Gamma_c = 0$) к режиму связанного графена (при $|\mu| > \varepsilon_1$, $\Gamma_c \neq 0$). Другие скачки также обусловлены резкими переходами между разными режимами связи (например, от Γ_{c1} к Γ_{c2}). Понятно, что в разных режимах проводимость будет различной. Это и объясняет наличие крутых изломов (кинков) в проводимости.

На рис. 3 приведена термоэдс эпитаксиального графена. Вследствие скачкообразного поведения проводимости вблизи уровней размерного квантования в этих точках имеются пики термоэдс. Действительно, термоэдс чувствительна к производной от проводимости

по химическому потенциалу. Термоэдс вблизи первого уровня возрастает более, чем в 7 раз, по сравнению с и так большим значением термоэдс изолированного графена. Вблизи остальных уровней термоэдс также имеет достаточно большое значение, сравнимое с термоэдс изолированного графена. Возвращаясь к обсуждению скачкообразного изменения проводимости, хотелось бы обратить внимание на следующий момент. В нашем случае величина Γ_c , очевидно, определяет время релаксации квазичастиц эпитаксиального графена на подложке ($\tau \propto \Gamma_c^{-1}$). Следовательно, вблизи уровней энергии время релаксации терпит скачок, т.е. становится сильно зависящим от энергии. Как и в предыдущих наших работах, проведем аналогию с работами [28,31]. Можно сказать, что вблизи уровней размерного квантования появляется новый канал рассеяния квазичастиц, причем время релаксации сильно зависит от энергии. Как и в работах [28,31], здесь следует упомянуть об очевидной аналогии между транспортом в эпитаксиальном графене и транспортом в металле вблизи электронного тополо-

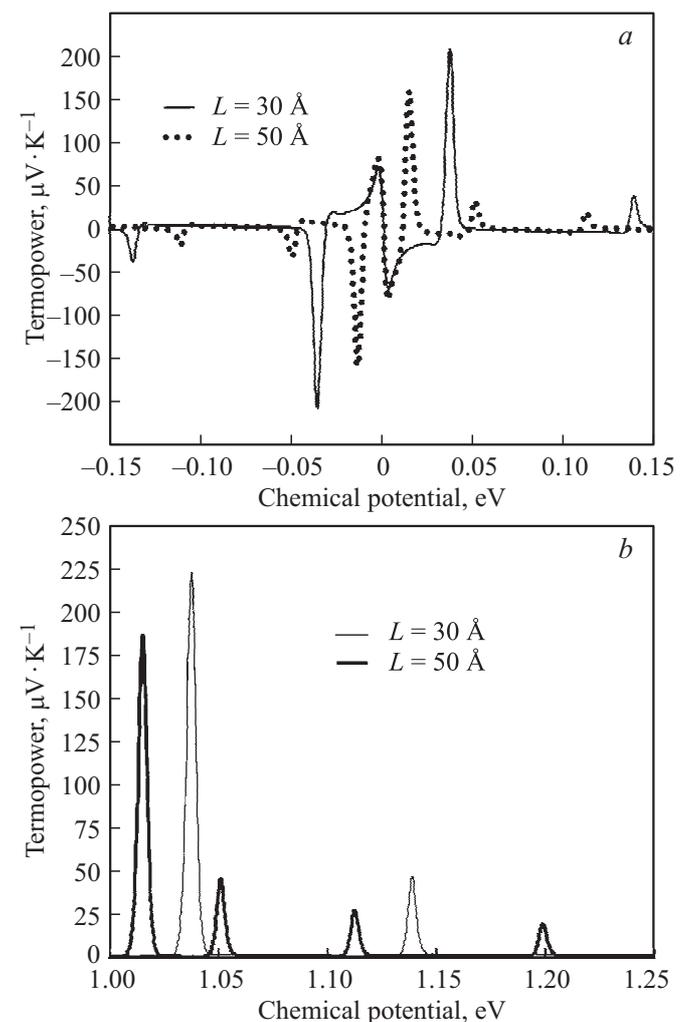


Рис. 3. Термоэдс эпитаксиального графена при различных значениях толщины пленки: *a* — металлическая подложка, *b* — полупроводниковая подложка. $T = 10$ К, $V = 2$ эВ.

гического перехода. Действительно, когда химический потенциал приближается к критическому значению, при котором изменяется связность ферми-поверхности, время релаксации квазичастиц становится сильно зависящим от энергии, что приводит к появлению изломов проводимости и пиков термоэдс [32,33].

5. Сравнение со случаями двумерной и трехмерной подложки

Здесь для сравнения мы рассмотрим подложки с различной топологией. Для трехмерной (3D) и двумерной (2D) металлических подложек имеем:

$$\Gamma_c^{3D}(\varepsilon) = |V|^2 \frac{S_1 L_1 \sqrt{2} m^{3/2} \sqrt{|\varepsilon|}}{\pi \hbar^3},$$

$$\Lambda^{3D}(\varepsilon) = -\text{sign}(\varepsilon) \Gamma_c^{3D}(\varepsilon), \quad (17)$$

$$\Gamma_c^{2D}(\varepsilon) = |V|^2 \frac{m S_1}{\hbar^2}, \quad \Lambda^{2D}(\varepsilon) = 0. \quad (18)$$

Для полупроводниковых 3D и 2D подложек имеем:

$$\Gamma_c^{3D}(\varepsilon) = |V|^2 \frac{S_1 L_1 \sqrt{2} m^{3/2} \sqrt{|\varepsilon| - \Delta}}{\pi \hbar^3} \Theta(|\varepsilon| - \Delta), \quad (19)$$

$$\Lambda^{3D}(\varepsilon) = \frac{|V|^2 S_1 L_1 \sqrt{2} m^{3/2}}{\pi \hbar^3} \left[-\text{sign}(\varepsilon) \sqrt{|\varepsilon| + \Delta} \Theta(|\varepsilon| - \Delta) + (-\sqrt{\varepsilon + \Delta} + \sqrt{\Delta - \varepsilon}) \Theta(\Delta - |\varepsilon|) \right], \quad (20)$$

$$\Gamma_c^{2D}(\varepsilon) = |V|^2 \frac{m S_1}{\hbar^2} \Theta(|\varepsilon| - \Delta),$$

$$\Lambda^{2D}(\varepsilon) = |V|^2 \frac{m S_1}{\pi \hbar^2} \ln \left| \frac{\Delta - \varepsilon}{\Delta + \varepsilon} \right|. \quad (21)$$

На рис. 4 проводится сравнение поведения термоэдс рассматриваемой системы для случаев различных подложек — 3D, 2D и размерно-квантованной пленки. Проанализируем случай металлической подложки (рис. 4, *a*). Чтобы на одном рисунке наглядно представить все три кривые, мы умножили термоэдс для 2D случая на 500, а для 3D случая на 5. Из рис. 4, *a* видно, что размерное квантование кардинально меняет ситуацию. В то время как для 2D и 3D случаев термоэдс эпитаксиального графена очень мала (~ 0.1 и ~ 10 мкВ · К⁻¹ соответственно), эта величина для случая размерно-квантованной подложки достигает значений, в несколько раз превышающих термоэдс изолированного бесщелевого графена. Таким образом, использование размерно-квантованной металлической пленки в качестве подложки для графена приводит к существенному возрастанию термоэдс. Что касается полупроводниковой подложки, то здесь во всех трех случаях мы имеем достаточно большие значения термоэдс (по крайней мере в несколько раз больше, чем термоэдс изолированного графена). Самое большое значение термоэдс достигает в случае двумерной полупроводниковой подложки (рис. 4, *b*): > 400 мкВ · К⁻¹,

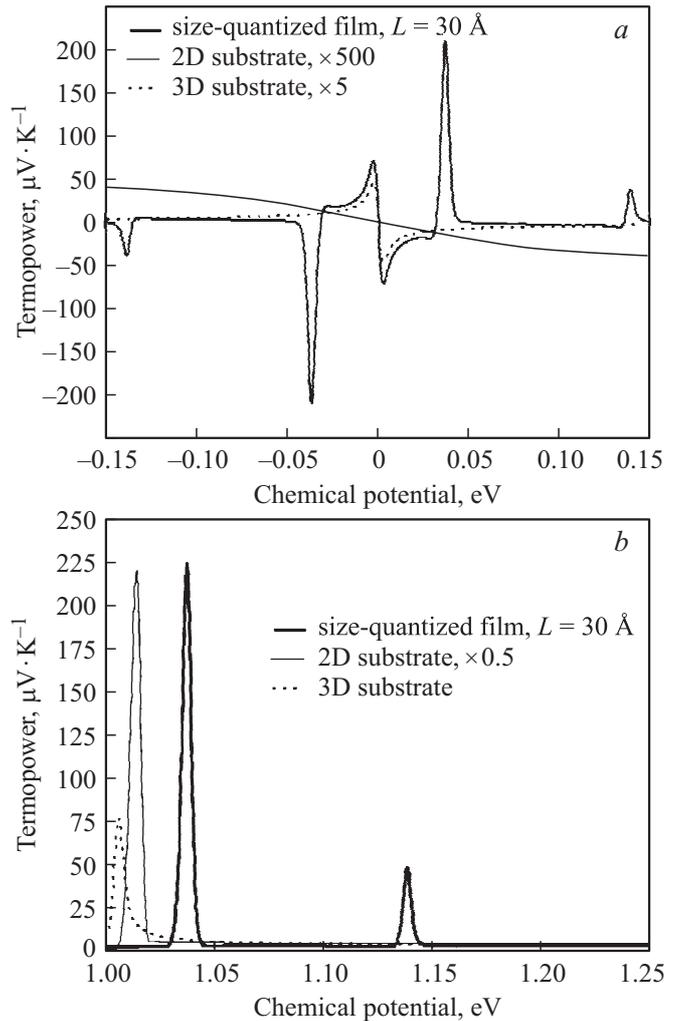


Рис. 4. Сравнение термоэдс эпитаксиального графена, сформированного на подложках различной топологии — на 3D, 2D подложках и размерно-квантованной пленке; *a* — металлическая подложка, *b* — полупроводниковая подложка. $T = 10$ К, $V = 2$ эВ. Для наглядности введены масштабные коэффициенты.

т.е. более чем на порядок превышает термоэдс изолированного бесщелевого графена. В случае размерно-квантованной пленки термоэдс в ~ 2 раза меньше, чем в случае 2D подложки. В случае 3D подложки термоэдс в ~ 2 раза больше, чем термоэдс изолированного бесщелевого графена. Таким образом, в случае полупроводниковой подложки размерное квантование также приводит к возрастанию термоэдс.

6. Заключение

Из исследования термоэлектронного транспорта видно, что размерное квантование приводит к возрастанию термоэдс и дополнительным пикам термоэдс вблизи энергетических уровней. В известных нам экспериментальных работах по исследованию проводимости и

термоэдс эпитаксиального графена на полупроводнике, к сожалению, не рассматривается наиболее интересная область энергии вблизи краев запрещенной щели. В основном исследователи ограничиваются рассмотрением области в непосредственной окрестности точки Дирака. В этом смысле у нас нет возможности сопоставить с экспериментом полученные здесь качественные результаты. Однако мы надеемся, что экспериментаторы в ближайшее время исследуют в эпитаксиальном графене и области энергий вблизи краев щели. Следует подчеркнуть, что предсказанные здесь эффекты достаточно понятны и физически прозрачны. К сожалению, нам не известны экспериментальные работы по исследованию эпитаксиального графена, сформированного на поверхности размерно-квантованной пленки. Мы уверены, что такая система имеет большие перспективы для практического применения графена.

В конце необходимо отметить, что мы здесь не рассматривали фононный, диффузионный и другие вклады в термоэдс. Для рассматриваемых здесь параметров (температуры, химического потенциала и др.) диффузионный вклад очень мал. С другой стороны, фононный вклад (увлечение электронов фононами), как показано в работе [34], для графена является достаточно большим. Однако учет этого вклада не влияет на сущность предсказанных в настоящей работе эффектов, так как знак „фононного“ коэффициента Зеебека совпадает со знаком коэффициента Зеебека, рассмотренного здесь [34], т.е. учет фононного увлечения лишь увеличивает термоэдс во всем диапазоне энергий, причем никаких „отрицательных“ аномалий вблизи краев запрещенной щели нет. Таким образом, нет оснований думать, что учет фононного увлечения будет как-то уменьшать эффект возрастания термоэдс эпитаксиального графена.

Рост термоэдс эпитаксиального графена, сформированного на полупроводнике, вблизи краев запрещенной щели подложки был предсказан в работе [23]. Однако в [23] использовался подход, основанный на формуле Мотта. В [23] было показано, что вблизи краев запрещенной щели термоэдс эпитаксиального графена возрастает почти на порядок. Более строгое рассмотрение, проведенное в [35], показывает, что аномальное поведение термоэдс в эпитаксиальном графене вблизи краев запрещенной щели имеется, но высота пиков почти в 2 раза меньше, чем та, что предсказывается формулой Мотта.

Большой интерес представляет исследование электронного транспорта в эпитаксиальном графене, помещенном в скрещенные магнитное и электрическое поля. Очевидно, из-за неквадратичности спектра электроны графена должны необычно вести себя и в скрещенных магнитном и электрическом полях.

Работа поддержана грантом РФФИ № 15-02-03311а, грантом РНФ МКН-15-19-10049, грантом президента РФ МК-4471.2015.2 для государственной поддержки молодых российских ученых — кандидатов наук (конкурс — МК-2015), а также проектом № 3.1262.2014 Министер-

ства образования и науки РФ в сфере научной деятельности. А.З.З. искренне благодарен фонду „Династия“ за финансовую поддержку.

Список литературы

- [1] K.S. Novoselov, A.K. Geim, S.V. Morozov, D. Jiang, M.I. Katsnelson, I.V. Grigorieva, S.V. Dubonos, A.A. Firsov. *Nature* **438**, 197 (2005).
- [2] A.H. Castro Neto, F. Guinea, N.M.R. Peres, K.S. Novoselov, A.K. Geim. *Rev. Mod. Phys.*, **81**, 109 (2008).
- [3] Л.А. Фальковский. *ЖЭТФ*, **133**, 663 (2008).
- [4] A.K. Geim, K.S. Novoselov. *Nature Materials*, **6**, 183 (2007).
- [5] P. Avouris, Z. Chen, V. Perebeinos. *Nat. Nanotechnol.*, **2**, 605 (2007).
- [6] Л.А. Фальковский. *УФН*, **178**, 923 (2008); *ЖЭТФ*, **142**, 1309 (2012).
- [7] S. Das Sarma, Sh. Adam, E.H. Hwang, E. Rossi. *Rev. Mod. Phys.*, **83**, 407 (2011).
- [8] З.З. Алисултанов, Р.П. Мейланов, А.К. Нухов. *Письма ЖТФ*, **39** (3) 63 (2013).
- [9] З.З. Алисултанов. *ФНТ*, **39** (2), 225 (2013).
- [10] З.З. Алисултанов. *ФТТ*, **55** (6), 1211 (2013).
- [11] З.З. Алисултанов. *ФТП*, **47** (7), 954 (2013).
- [12] S.P. Koenig, L. Wang, J. Pellegrino, J.S. Bunch. *Nat. Nanotechnol.*, **7**, 728 (2012).
- [13] D. Cohen-Tanugi, J.C. Grossman. *Nano Lett.*, **12** (7), 3602 (2012).
- [14] C. Berger, Zh. Song, T. Li, Xuebin Li, A.Y. Ogbazghi, R. Feng, Z. Dai, A.N. Marchenkov, E.H. Conrad, Ph.N. First, W.A. de Heer. *J. Phys. Chem. B*, **108**, 19912 (2004).
- [15] G. Giovannetti, P.A. Khomyakov, G. Brocks, V.M. Karpan, J. van den Brink, P.J. Kelly. *Phys. Rev. Lett.*, **101**, 026 803 (2008).
- [16] P.A. Khomyakov, G. Giovannetti, P.C. Rusu, G. Brocks, J. van den Brink, P.J. Kelly. *Phys. Rev. B*, **79**, 195 425 (2009).
- [17] P.A. Khomyakov, A.A. Starikov, G. Brocks, P.J. Kelly. arXiv: 0911.2027.
- [18] M. Vanin, J.J. Mortensen, A.K. Kelkkanen, J.M. Garcia-Lastra, K.S. Thygesen, K.W. Jacobsen. arXiv: 0912.3078.
- [19] C. Riedl, C. Coletti, U. Starke. *J. Phys. D: Appl. Phys.*, **43**, 374 009 (2010).
- [20] С.Ю. Давыдов. *ФТП*, **45**, 629 (2011); *Письма ЖТФ*, **37**, 64 (2011).
- [21] З.З. Алисултанов. *Письма ЖЭТФ*, **98** (2), 121 (2013).
- [22] З.З. Алисултанов. *Письма ЖТФ*, **39** (17), 8 (2013).
- [23] Z.Z. Alisultanov. *Low Temp. Phys.*, **39** (7), 767 (2013).
- [24] З.З. Алисултанов. *Письма ЖТФ*, **39**(13), 32 (2013).
- [25] З.З. Алисултанов, Р.П. Мейланов. *ФТТ*, **54**, 1398 (2012).
- [26] З.З. Алисултанов, Р.П. Мейланов. *ТМФ*, **172**, 455 (2012).
- [27] D. Dragoman, M. Dragoman. *Appl. Phys. Lett.*, **91**, 203 116 (2007).
- [28] S.G. Sharapov, A.A. Varlamov. *Phys. Rev. B*, **86**, 035 430 (2012).
- [29] N.F. Mott, H. Jones. *The Theory of the Properties of Metals and Alloys*, 1st edn (Oxford, Clarendon Press, 1936).
- [30] N.M.R. Peres, F. Guinea, A.H. Castro Neto. *Phys. Rev. B*, **73**, 125 411 (2006).
- [31] А.А. Варламов, А.В. Кавокин, И.А. Лукьянчук, С.Г. Шараров. *УФН*, **182** (11), 1229 (2002) [*Phys. Usp.*, **55**, 1146 (2012)].

- [32] A.A. Varlamov, V.S. Egorov, A.V. Pantsulaya. *Adv. Phys.*, **38**, 469 (1989).
- [33] Y.M. Blanter, M.I. Kaganov, A.V. Pantsulaya, A.A. Varlamov. *Phys. Rep.*, **245**, 159 (1994).
- [34] S.V. Koniakhin, E.D. Eidelman. *Euro Phys. Lett.*, **103**, 37 006 (2013).
- [35] З.З. Алисултанов, Н.А. Мирзегасанова. *ЖТФ*, **84** (10), 145 (2014).

Редактор Л.В. Шаронова

Thermoelectrical transport in epitaxial graphene on dimensional quantized substrate

Z.Z. Alisultanov^{++‡}, N.A. Mirzegasanova[‡]

⁺ Amirkhanov Physics Institute,
Dagestan Science Centre
of Russian Academy of Sciences,
367003 Makhachkala, Russia

^{*} Prokhorov General Physics Institute,
Russian Academy of Sciences,
119991 Moscow, Russia

[‡] Dagestan States University,
367000 Makhachkala, Russia