

Об измерении тока электрического пробоя диэлектриков

© В.А. Пахотин,¹ В.А. Закревский,¹ Н.Т. Сударь²

¹ Физико-технический институт им. А.Ф. Иоффе РАН, 194021 Санкт-Петербург, Россия

² Санкт-Петербургский государственный политехнический университет, 195251 Санкт-Петербург, Россия
e-mail: v.pakhotin@mail.ioffe.ru

(Поступило в Редакцию 24 декабря 2014 г.)

Разработана новая методика определения сопротивления канала пробоя, силы тока и времени развития пробоя на основе результатов измерений параметров импульса тока пробоя, применимая в широком диапазоне изменения параметров измерительной цепи. Проведено численное решение задачи с переменным во времени сопротивлением канала пробоя. Показана возможность обнаружения в эксперименте изменения сопротивления канала пробоя и оценки на этой основе длительности пробоя. Методика проверена при проведении компьютерных экспериментов и использована при анализе экспериментальных осциллограмм тока пробоя полимерного диэлектрика.

Проблема электрической прочности диэлектриков остается актуальной до сих пор, несмотря на то, что исследования в области физики пробоя продолжают в течение многих десятилетий. В настоящее время отсутствует общепринятая модель электрического разрушения полимерных диэлектриков, широко используемых в качестве изоляции. Нет даже надежных данных о величинах токов пробоя, вызывающих разрушение диэлектриков. Знание истинных величин токов пробоя позволит получить дополнительную информацию о механизме пробоя и сведения об условиях разрушения диэлектриков в электрическом поле и, следовательно, наметить пути повышения их электрической прочности и работоспособности.

Надежные экспериментальные данные о токах пробоя, по нашему мнению, отсутствуют потому, что существующие методики регистрации тока в канале пробоя несовершенны и их использование приводит к существенным ошибкам. Для определения тока через образец обычно измеряется падение напряжения на известном (измерительном) сопротивлении R , включенном последовательно с конденсатором C — емкостью измерительной ячейки с образцом [1,2] (рис. 1, *a*). При этом не учитывается сопротивление канала пробоя R_0 , т.е. не учитывается, что ток пробоя складывается не только из тока, замыкающегося на землю, но и из тока саморазряда конденсатора-образца $I(t)$, который не может быть измерен непосредственно, поскольку он замыкается в объеме образца (рис. 1, *b*). Назовем этот ток шунтирующим.

Как видно из схемы рис. 1, *b*, при образовании проводящего канала собственная емкость образца разряжается через этот канал в обход измерительного сопротивления. Поэтому надежное измерение тока пробоя в подобной схеме невозможно. Нетрудно видеть, что без учета сопротивления R_0 затруднительно объяснить явление пробоя и регистрацию значительных токов, потому что при его „отсутствии“ разряд емкости C (релаксация

энергии, накопленной образцом) происходил бы через большое сопротивление R_{lim} , используемое в опытах по изучению пробоя для предохранения от повреждения ис-

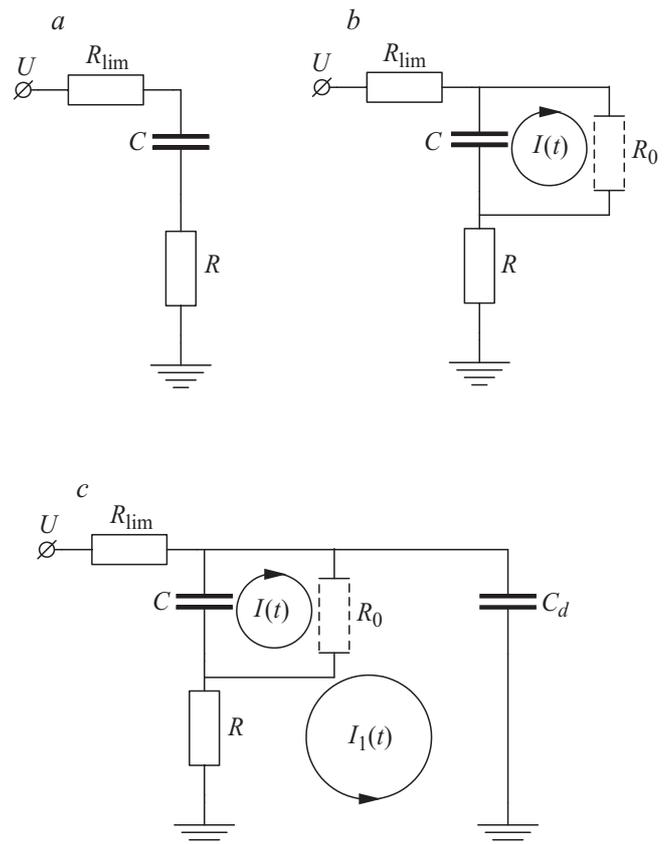


Рис. 1. Схемы измерения тока пробоя: C — емкость образца диэлектрика, C_d — дополнительный конденсатор, R — сопротивление измерительного резистора, R_{lim} — ограничительное сопротивление, R_0 — сопротивление канала пробоя, U — напряжение источника напряжения, $I(t)$ — шунтирующий ток пробоя (не замыкающийся на землю), $I_1(t)$ — измеряемый ток пробоя.

точника напряжения U . В этом случае регистрируемый ток был бы небольшим, а время пробоя относительно велико.

Очевидно, что с учетом изложенного выше при оценке тока пробоя необходимо использовать не схему рис. 1, *a*, а схему рис. 1, *c*. Здесь C_d — дополнительный конденсатор. Введение дополнительного конденсатора приводит к тому, что в схеме (рис. 1, *c*) напряжение на измерительном резисторе R определяется общим током, протекающим по каналу пробоя, поэтому имеется принципиальная возможность определения тока пробоя путем измерения напряжения на резисторе R или протекающего через него тока. Как будет показано ниже, используя характеристики зарегистрированного при пробое сигнала, расчетным путем можно определить истинную величину и длительность тока пробоя, что и является целью настоящей работы.

В настоящей работе разработана методика определения сопротивления канала пробоя на основе результатов измерений параметров импульса тока пробоя, применяемая в широком диапазоне изменения параметров измерительной цепи. Кроме того, в связи с тем, что в процессе пробоя сопротивление канала значительно изменяется за очень короткий промежуток времени, проведено численное решение задачи с переменным во времени сопротивлением канала пробоя.

Рассмотрим эквивалентную электрическую цепь, представленную на рис. 2, где исследуемый образец диэлектрика представлен конденсатором C и сопротивлением канала пробоя R_0 , а L — индуктивность проводов цепи либо какого-либо измерительного датчика. Минимальное значение емкости C определяется как емкостью образца, так и паразитной емкостью. Паразитная емкость C_2 образована проводниками, соединенными резистором R . Уменьшить индуктивность L можно путем укорочения проводников. Следует иметь в виду, что индуктивность отрезка прямого медного провода длиной $l_0 = 10$ см и диаметром $2r = 1$ мм, рассчитанная по

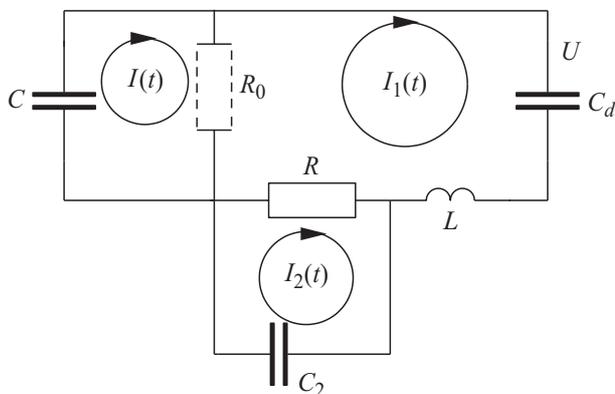


Рис. 2. Эквивалентная схема при измерении тока пробоя: R_0 — некоторое среднее фиксированное сопротивление, которое определяет ток на завершающей фазе пробоя, L — индуктивность проводников цепи.

формуле [3]

$$L = \frac{\mu_0 l_0}{2\pi} \ln\left(\frac{2l_0}{r} - 1\right),$$

составляет приблизительно 10^{-7} Н. Это значение, по-видимому, близко к минимальному значению паразитной индуктивности используемых измерительных цепей. Реактивное сопротивление такой индуктивности на частоте 100 МГц составляет $\sim 63 \Omega$.

Вначале исследуем случай фиксированного сопротивления канала пробоя R_0 . Примем, что в момент времени $t = 0$ сопротивление образца мгновенно изменяется от R_i до R_0 , причем $R_i \gg R_0$. При этом конденсаторы C и C_d , заряженные до напряжения U , разряжаются. Задача состоит в том, чтобы определить параметры импульса напряжения на измерительном резисторе R , и по полученным формулам рассчитать R_0 и амплитуду шунтирующего тока разряда $I(t)$.

Обозначим мгновенные напряжения на конденсаторах C , C_d и C_2 как $U_c(t)$, $U_d(t)$ и $U_2(t)$, тогда выражения для токов будут таковы:

$$I(t) = C \frac{dU_c(t)}{dt}, \quad I_1(t) = C_d \frac{dU_d(t)}{dt}, \quad I_2(t) = C_2 \frac{dU_2(t)}{dt}. \quad (1)$$

Введем следующие обозначения: p — оператор Лапласа, u_c, u_d, u_2 — образы напряжений соответственно $U_c(t), U_d(t), U_2(t)$.

Для данной цепи начальные условия выбираются с учетом направления обхода контуров: $U_c(0) = U$, $U_d(0) = -U$, $U_2(0) = 0$ и будет справедлива система операторных уравнений

$$\begin{cases} p^2 u_d L C_d - p\{u_c C R_0 + u_2 C_2 R - C_d[u_d(R + R_0) + L U]\} \\ \quad + u_d + U[CR_0 + C_d(R + R_0)] = 0, \\ p(C u_c - C_d u_d) R_0 + u_c - U R_0(C + C_d) = 0, \\ p(C_2 u_2 - C_d u_d) R + u_2 - C_d R U = 0. \end{cases} \quad (2)$$

Характеристическое уравнение для искомым напряжений

$$s^4 + b s^3 + c s^2 + d s + e = 0, \quad (3)$$

где

$$\begin{cases} b = \frac{C R_0 + C_2 R}{C R_0 C_2 R}, \\ c = \frac{C R_0 R(C_2 + C_d) + C_d(L + R_0 C_2 R)}{C R_0 C_2 R C_d L}, \\ d = \frac{C R_0 + C_2 R + C_d(R + R_0)}{C R_0 C_2 R C_d L}, \\ e = \frac{1}{C R_0 C_2 R C_d L} \end{cases} \quad (4)$$

решалось аналитически известным методом резольвенты [4]. Обозначим корни характеристического уравнения как s_1, s_2, s_3, s_4 . Тогда по теореме разложения [5]

напряжение на конденсаторе C_2 , которое по абсолютной величине равно напряжению на измерительном сопротивлении, можно представить в следующем виде:

$$U_2(t) = - \sum_{i=1}^4 \frac{URC_d e}{4s_i^3 + 3bs_i^2 + 2cs_i + d} \exp(s_i t). \quad (5)$$

Выражение для шунтирующего тока можно записать так:

$$I(t) = - \sum_{i=1}^4 \frac{UR_0 e \{C[C_2 R s_i (C_d L s_i^2 + 1) + C_d s_i (L s_i + R) + 1] + C_d (C_2 R s_i + 1)\}}{4s_i^3 + 3bs_i^2 + 2cs_i + d} \times C s_i \exp(s_i t). \quad (6)$$

Амплитуда шунтирующего тока очевидно равна $I(0) = U/R_0$.

На рис. 3 представлены графики напряжения на измерительном сопротивлении $U_2(t)$ и тока $I(t)$ в случае, когда сопротивление канала пробоя $R_0 = 10 \Omega$, и при $C = 3 \text{ pF}$, $C_2 = 10 \text{ pF}$, $C_d = 300 \text{ pF}$, $R = 1600 \Omega$, $L = 0.3 \mu\text{H}$ и $U = 1000 \text{ V}$. Там же показан график $U_2(t)$ при $L = 0$ (точки). Значение напряжения, равное 1000 V , приблизительно соответствует напряжению пробоя полимерного диэлектрика толщиной $2 \mu\text{m}$, а значения C , C_2 — точечным электродам и емкости монтажа соответственно. Осциллирующую кривую напряжения $U_2(t)$ (или тока $I_1(t)$) можно рассматривать как результат суперпозиции тока с затухающими колебаниями (из-за наличия индуктивности) и некоего тока в отсутствие индуктивности в цепи. Анализ цепи при отсутствии индуктивности сделан в [6]. Ток I (прерывистая линия) значительно превышает измеряемый ток I_1 , амплитуда которого приблизительно равна $U_2/R \approx 1 \text{ A}$. Образец шунтирует остальную часть цепи. Длительность импульса тока I существенно зависит от емкости образца.

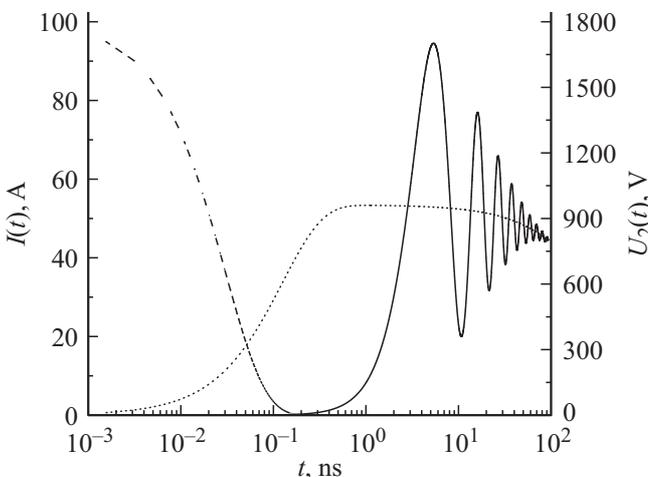


Рис. 3. Изменение со временем напряжения на измерительном сопротивлении $U_2(t)$ (сплошная линия при $L \neq 0$, точки при $L = 0$) и тока $I(t)$ (прерывистая линия) для $C = 3 \text{ pF}$, $C_2 = 10 \text{ pF}$, $C_d = 300 \text{ pF}$, $R = 1600 \Omega$, $L = 0.3 \mu\text{H}$ и $U = 1000 \text{ V}$.

Следует также отметить, что при $C \ll C_d$ заметный колебательный процесс в цепи начинается только после саморазряда емкости образца. К этому важному обстоятельству мы еще вернемся в дальнейшем. Следует подчеркнуть, что ток $I(t)$ может быть определен только расчетным путем. Настоящая работа и предпринята для того, чтобы определить истинный ток пробоя I и время развития пробоя (время резкого уменьшения сопротивления канала пробоя).

Очевидно, что затухание колебаний определяется преимущественно активным сопротивлением цепи и индуктивностью L . Поэтому, измерив на опыте время затухания колебаний, можно найти значение R_0 и величину шунтирующего тока $I(t)$. Числа s_1, s_2 или s_3, s_4 являются комплексносопряженными. В приведенном примере $s_1 = -2.005 \cdot 10^6 \text{ s}^{-1}$, $s_2 = -3.33 \cdot 10^{10} \text{ s}^{-1}$, $s_3, s_4 = -4.693 \cdot 10^7 \pm i 5.869 \cdot 10^8 \text{ s}^{-1}$. Таким образом,

$$s_3 = -\frac{1}{\tau} - i\omega, \quad s_4 = -\frac{1}{\tau} + i\omega, \quad (7)$$

где круговая частота колебаний

$$\omega = |\text{Im } s_3| = \text{Im } s_4, \quad (8)$$

и время τ затухания колебаний тока $I_1(t)$ определяется реальной частью s_3 :

$$\tau = -\frac{1}{\text{Re } s_3}. \quad (9)$$

Длительность спада τ_1 медленно меняющейся составляющей тока $I_1(t)$ определяется величиной действительного числа s_1 :

$$\tau_1 = -\frac{1}{\text{Re } s_1}. \quad (10)$$

Из формул (8)–(10) находим, что период колебаний $T = 10.7 \text{ ns}$ (частота 93.4 MHz), $\tau = 21.3 \text{ ns}$, $\tau_1 = 498.7 \text{ ns}$.

Разумеется, на практике информация о числах s отсутствует. Однако, как будет показано, эта трудность легко преодолевается благодаря свойствам симметрии рассматриваемого алгебраического уравнения 4-й степени (3).

Введем следующие обозначения:

$$s_m = s_3 s_4 = \omega^2 + \frac{1}{\tau^2}, \quad s_s = s_3 + s_4 = -\frac{2}{\tau}. \quad (11)$$

Согласно формулам Виета [4],

$$\begin{aligned} s_1 s_2 &= \frac{e}{s_m}, \\ s_1 + s_2 &= -b - s_s, \\ s_1 s_2 + (s_1 + s_2) s_s + s_m &= c. \end{aligned} \quad (12)$$

В соответствии с (12) не имеет значения, какие пары чисел s являются сопряженными, поскольку всегда можно выразить одни пары через другие.

Сделаем в (12) все подстановки, будем иметь

$$\begin{aligned} \frac{e}{s_m} + (-b - s_s)s_s + s_m &= \\ &= \frac{CR_0R(C_2 + C_d) + C_d(L + R_0C_2R)}{CR_0C_2RC_dL}. \end{aligned}$$

И окончательно для сопротивления канала пробоя получим

$$R_0 = \frac{\tau[\tau^3 - C_dKL(\tau - 2C_2R)]}{K\{CC_dL[2\tau + C_2R(K-4)] - \tau^2R(CC_2 + CC_d + C_2C_d)\}}, \quad (13)$$

где $K = 1 + (\omega\tau)^2$. Следует отметить, что формула (13) для сопротивления канала пробоя получена из общих свойств алгебраического уравнения без решения сложного уравнения 4-й степени (3).

Зная параметры измерительной схемы, измерив в ходе эксперимента ω и τ , из выражения (13) можно определить сопротивление канала пробоя R_0 и амплитуду импульса шунтирующего тока I , равную U/R_0 . В конкретной измерительной установке величины емкостей и индуктивности могут быть измерены с помощью соответствующих приборов.

В качестве примера оценим R_0 по кривой для $U_2(t)$ на рис. 3. Колебания с периодом 10 ns ($\omega = 6.3 \cdot 10^8$ r/s) затухают за время $\tau \approx 22$ ns и $\tau_1 \approx 500$ ns при $C = 3$ pF, $C_2 = 10$ pF, $C_d = 300$ pF, $R = 1600 \Omega$, $L = 0.3 \mu$ H. Подставив эти значения в (13), получим $R_0 \approx 9.5 \Omega$. Это значение близко к значению сопротивления 10Ω , которое было использовано при построении графика на рис. 3. Остается неясным, какую информацию можно получить из значения τ_1 . Анализ цепи при $L = 0$ показывает, что при $R \gg R_0$

$$\tau_1 = R(C_2 + C_d).$$

Отсюда следует, что по длительности спада медленно меняющейся составляющей тока τ_1 определить сопротивление канала R_0 невозможно.

Перейдем к важному для практики случаю изменяющегося во времени сопротивления канала пробоя.

По определению, электрический пробой диэлектрика представляет собой процесс быстрого уменьшения электрического сопротивления образца в локальной области. В настоящей работе физика этого явления не рассматривается, но представляет большой интерес исследование влияния изменения сопротивления канала пробоя во времени на параметры токов $I(t)$, $I_1(t)$, поскольку оно может помочь получить представление о длительности заключительной фазы электрического разрушения диэлектрика (пробоя) и сравнить полученное значение с величиной, полученной в [7] расчетным путем.

Будем пользоваться схемой, показанной на рис. 2, полагая, что $R_0 = R_0(t)$. Для численного решения задачи

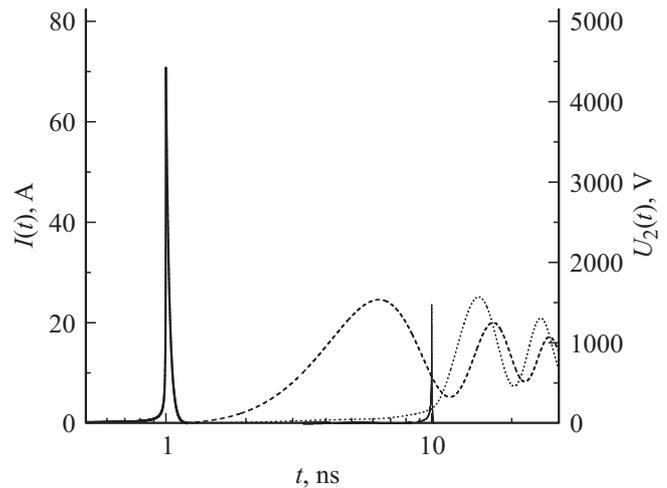


Рис. 4. Изменение со временем напряжения на измерительном сопротивлении $U_2(t)$ (прерывистые линии) и тока $I(t)$ (сплошные линии) при изменении сопротивления канала от $R_i = 10^4 \Omega$ до $R_\sigma = 10 \Omega$: толстые линии $t_f = 1$ ns, тонкие линии $t_f = 10$ ns. Параметры цепи те же, что и на рис. 3.

система уравнений будет иметь вид

$$\begin{aligned} \frac{dI_1}{dt} &= v, \\ \frac{dv}{dt} &= -\frac{I}{LC} - \frac{I_1}{LC_d} - \frac{I_2}{C_2L}, \\ \frac{dI}{dt} &= -\frac{I}{CR_0(t)} - \frac{R'_0(t)(I - I_1)}{R_0(t)} + v, \\ \frac{dI_2}{dt} &= v - \frac{I_2}{C_2R}. \end{aligned} \quad (14)$$

При этом примем начальные условия $I_1(0), I'_1(0) = 0, I_2(0), I'_2(0) = 0, I(0) = U/R_i$. Выражения для $R_0(t)$ и его производной записываются в явном виде. Численное решение системы (14) выполнялось методом Эйлера [8].

Предполагалось, что сопротивление канала изменяется линейно во времени от сопротивления R_i до R_σ за время t_f .

На рис. 4 представлены результаты расчета напряжения на измерительном сопротивлении и $I(t)$ соответственно при различных значениях длительности изменения сопротивления канала от $R_i = 10^4 \Omega$ до $R_\sigma = 10 \Omega$: толстые линии $t_f = 1$ ns, тонкие линии $t_f = 10$ ns (сплошные линии — ток, прерывистые линии — напряжение). Параметры элементов цепи совпадают с параметрами, использованными при построении рис. 3.

Хорошо видно, что начало колебаний приблизительно соответствует окончанию изменения сопротивления канала. Происходит задержка появления заметного тока. Амплитуда шунтирующего тока при увеличении задержки уменьшается, что вызвано частичным разрядом конденсаторов по мере изменения сопротивления канала.

Чтобы понять причину задержки появления заметного тока, рассмотрим разряд конденсатора с емкостью C и разностью потенциалов U на изменяющееся во времени сопротивление. Пусть начальное сопротивление равно R_i , а крутизна (производная) изменения сопротивления равна $-k$. Задача имеет строгое аналитическое решение:

$$V(t) = U \left(1 - \frac{kt}{R_i} \right)^{1/ck}. \quad (15)$$

График изменения напряжения по (15) для $C = 10$ pF, $U = 1000$ V, $R_i = 10^4 \Omega$, $k = 10^{12} \Omega/s$ приведен на рис. 5. Кривая заметно отличается от традиционной экспоненты. Однако объяснить подобное поведение довольно просто. Конденсатор не будет быстро разряжаться до тех пор, пока сопротивление не станет относительно небольшим. Как только это произойдет, конденсатор быстро разрядится. По этой же причине имеют место задержки возникновения токов на рис. 4, поскольку токи вызваны разрядами конденсаторов.

Вышеизложенные результаты необходимы для обработки экспериментальных кривых тока пробоя диэлектриков. Для иллюстрации рассмотрим пример расчета тока пробоя пленки полиэтилентерефталата (ПЭТФ) на основании экспериментальных данных, полученных с использованием электродов шар-плоскость (диаметр шара 5 mm). Толщина пленки составляла $2.5 \mu\text{m}$, диэлектрическая проницаемость — 3.1.

Эквивалентная схема представлена на рис. 2. Параметры установки были измерены с помощью анализатора антенн АА-1400. Численные значения элементов схемы были использованы выше, при расчетах напряжения и тока, показанных на рис. 3. Значение величины измерительного сопротивления $R = 1.6 \text{ k}\Omega$ выбрано для лучшего согласования с измерительным делителем широкополосного осциллографа.

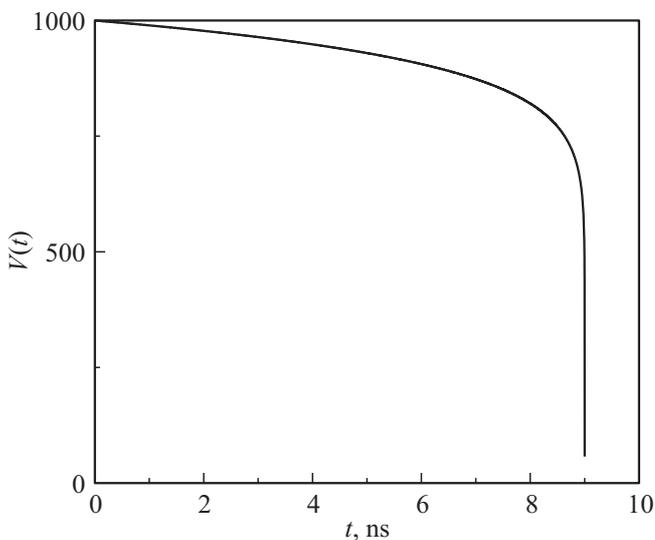


Рис. 5. Разряд конденсатора на изменяющееся линейно во времени сопротивление. $U = 1000$ V, $R_i = 10^4 \Omega$, $k = 10^{12} \Omega/s$.

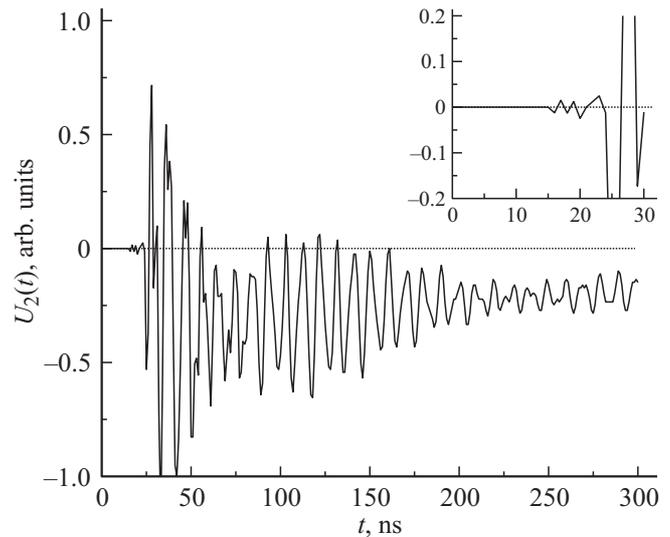


Рис. 6. Осциллограмма напряжения на измерительном сопротивлении $R = 1.6 \text{ k}\Omega$ при пробое пленки ПЭТФ.

В экспериментах использовался широкополосный запоминающий осциллограф ADS-2332 (интервал дискретизации 1 ns) с высоковольтным делителем TTHV250 с граничной частотой 300 MHz. На рис. 6 представлена зарегистрированная на опыте осциллограмма сигнала на измерительном сопротивлении $R = 1.6 \text{ k}\Omega$ при пробое пленки ПЭТФ в режиме подъема напряжения с постоянной скоростью. На вставке показан начальный участок осциллограммы. Пробой произошел при $U = 1200$ V. Путем использования быстрого преобразования Фурье найдено, что наибольший спектральный пик соответствует частоте 106.8 MHz. Амплитуда колебаний уменьшается в 3 раза примерно за время $\tau \approx 25$ ns. Подставив найденные значения в формулу для сопротивления канала пробоя (13), получим, что $R_0 \approx 6.5 \Omega$. Отсюда находим, что амплитуда импульса тока пробоя составляет $I_{\text{max}} = 1200/6.5 \approx 185$ A. Рассмотрение начального участка подобных осциллограмм показывает, что заметные отклонения от нулевой линии развертки начинаются приблизительно за 5–15 ns до развития сильных осцилляций. Этот факт позволяет говорить об уменьшении сопротивления канала пробоя в течение указанного времени (время развития пробоя). Этот простой и ясный результат имеет важное значение для понимания последней стадии разрушения диэлектриков в электрическом поле. Действительно, полученные данные указывают на то, что мощный кратковременный всплеск тока длительностью ~ 0.1 ns ($R_0 C \approx 10^{-10}$ s), вызывающий разрушение диэлектрика в канале пробоя, развивается лишь в конце того периода времени, в течение которого происходит снижение сопротивления канала пробоя до величины в несколько Ω . Длительность импульса разрушающего тока составляет малую часть этого периода. Однако очевидно, что под „временем развития пробоя“ следует понимать именно время, за

которое происходит уменьшение сопротивления канала пробоя. Полагая, что старение и пробой полимерных диэлектриков в электрическом поле происходит по ионизационному механизму [7], можно положить эту величину равной 5–10 ns.

Для более точного определения амплитуды шунтирующего тока воспользуемся рис. 4, из которого видно, что амплитуда импульса тока при времени падения сопротивления канала пробоя $t_f = 10$ ns будет приблизительно в 4 раза меньше, чем при $t_f \approx 0$ ns. Кроме того, приняв, что импульс тока имеет треугольную форму, будем считать, что средняя величина тока в течение времени 0.1 ns равна $0.5/I_{\max}$. Следовательно, средний ток пробоя составит $185/8 \approx 23$ А. Полагая площадь канала пробоя равной $D \sim 10^{-6}$ см², получим, что плотность тока в канале равна $2.3 \cdot 10^7$ А/см² и, следовательно, в поле с напряженностью 10^7 В/см удельная мощность тепловыделения составит $2.3 \cdot 10^8$ МВтсм⁻³. В этих условиях при отсутствии теплоотвода полимерный материал в канале пробоя, имеющий теплоемкость $2\text{J}(\text{gK})^{-1}$ и плотность 1.4gcm^{-3} [9], за время 0.1 ns разогреется до $\sim 4 \cdot 10^3$ К. Эта значение превышает температуру, при которой происходит деструкция полимерного материала и карбонизация стенок канала пробоя (~ 1800 К) [10], что указывает на наличие теплоотвода.

Таким образом, разработана методика определения сопротивления канала пробоя на основе результатов измерений частоты и длительности затухающих колебаний напряжения на измерительном сопротивлении. Получены аналитические формулы, связывающие амплитуду тока пробоя с параметрами измерительной цепи и измеренными параметрами импульса напряжения. На основе численного решения задачи с переменным во времени сопротивлением канала пробоя показана возможность обнаружения в эксперименте изменения сопротивления канала пробоя и оценки на этой основе силы и длительности тока. Главное же состоит в том, что в работе показана возможность получения истинных значений тока в канале пробоя диэлектрика и времени развития пробоя на основе экспериментальных данных.

Работа выполнена при частичной поддержке Российского Фонда фундаментальных исследований, проект № 13-08-00448.

Список литературы

- [1] Riehl N., Baessler H., Spannring W. // Z. Angew. Phys. 1969. Vol. 27. P. 261–267.
- [2] Liu D., Kao K.C. // J. Appl. Phys. 1991. Vol. 69. P. 2489–2496.
- [3] Калантаров П.Л., Цейтлин Л.А. Расчет индуктивностей. Л.: Энергоатомиздат, 1986. 488 с.
- [4] Математический энциклопедический словарь. М.: Сов. энциклопедия, 1988. 847 с.
- [5] Анго А. Математика для электро- и радиоинженеров. М.: Наука, 1967. 779 с.

- [6] Пахотин В.А., Закревский В.А., Харалдин И.А. // НТВ СПбГПУ. Физико-математические науки. 2014. Т. 1. С. 39–47.
- [7] Zakrevskii V.A., Pakhotin V.A., Sudar N.T. // J. Appl. Phys. 2014. Vol. 115. P. 234 101(1–6).
- [8] Дьяконов В.П. Система MathCAD. М.: Радио и связь, 1993. 128 с.
- [9] Энциклопедия полимеров. Т. 3. М.: Советская энциклопедия, 1977. 1152 с.
- [10] Веттегрень В.И., Закревский В.А., Смирнов А.Н., Сударь Н.Т. // ФТТ. 2010. Т. 52. № 8. С. 1650–1655.