

Потери энергии быстрых зарядов в структурах с двумерным электронным газом

© А.В. Дормидонтов, Ю.В. Прокопенко, С.И. Ханкина, В.М. Яковенко

Институт радиофизики и электроники им. А.Я. Усикова НАН Украины,
61085 Харьков, Украина
e-mail: yakovenko@ire.kharkov.ua

(Поступило в Редакцию 30 апреля 2014 г. В окончательной редакции 26 сентября 2014 г.)

Исследованы потери энергии быстрых зарядов на возбуждение собственных колебаний в средах, содержащих двумерный плазменный слой. Рассмотрены структуры: полупроводниковый (или диэлектрический) цилиндр–плазменный слой–вакуум. Получены соответствующие дисперсионные уравнения, описывающие собственные колебания такой системы. Найдены потери энергии точечного заряда при прямолинейном равномерном движении над цилиндром или внутри него. Изучены особенности потерь энергии движущегося заряженного кольца, охватывающего структуру, в частности нанотрубку.

Введение

Современные технологии позволяют создавать различного рода структуры, содержащие двумерный электронный (2D) газ. С ними связывают большие надежды на получение интересных и важных результатов как в области исследования фундаментальных свойств вещества, так и для многочисленных технических приложений. Следует отметить, что в указанных структурах могут существовать плазменные колебания, обладающие интересными особенностями [1–3]. Например, в электростатическом приближении возникает зависимость частоты плазмонов от волнового числа.

Одним из возможных механизмов возбуждения и регистрации колебаний являются движущиеся заряженные частицы, взаимодействующие со структурой. При этом важной характеристикой взаимодействия являются потери энергии заряда. Наличие потерь дает основание ожидать возникновения и развития неустойчивости колебаний в присутствии потоков заряженных частиц.

В настоящей работе находятся потери энергии заряда, движущегося прямолинейно и равномерно над плазменной средой цилиндрической конфигурации с 2D-газом на ее поверхности или в канале внутри структуры.

Собственные плазменные колебания

Прежде всего, найдем дисперсионное уравнение, описывающее собственные электромагнитные колебания в неограниченном по длине (вдоль оси Z) полупроводниковом или диэлектрическом цилиндре с радиусом ρ_1 , на поверхности которого находится тонкий плазменный слой с концентрацией электронов N_0 . Такой слой может быть создан путем нанесения тонкой проводящей пленки на поверхность диэлектрика или полупроводника. Он также может быть образован, например, периодически неровной поверхностью полупроводникового цилиндра вдоль оси Z [4,5]. При этом область локализации поля превосходит высоту неровности поверхности.

Предполагается, что толщина слоя a мала по сравнению с радиусом цилиндра и областью локализации электромагнитного поля вдоль радиуса. Плотность электронов на поверхности цилиндра можно представить в виде $N_0 a \delta(\rho - \rho_1)$, где ρ — радиальная составляющая в цилиндрической системе координат (ρ, φ, z) , $\delta(\rho - \rho_1)$ — дельта-функция Дирака (разумеется, отрицательный заряд компенсируется положительно заряженным фоном). Ограничимся рассмотрением медленных волн, поскольку они наиболее интересны с точки зрения их взаимодействия с движущимся зарядом. Поэтому воспользуемся уравнениями электростатики:

$$\operatorname{rot} \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = 0, \quad \operatorname{div} \mathbf{D}(\mathbf{r}, t) = 4\pi e N(\mathbf{r}, t), \quad (1)$$

где e — заряд электрона, $N(\mathbf{r}, t)$ — возмущенная плотность электронов в точке \mathbf{r} в момент времени t . Величина $N(\mathbf{r}, t)$ удовлетворяет уравнению непрерывности, которое в цилиндрической системе координат имеет вид

$$\frac{\partial N(\mathbf{r}, t)}{\partial t} + N_0 a \delta(\rho - \rho_1) \left(\frac{\partial v_z}{\partial z} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial v_\varphi}{\partial \varphi} \right) = 0. \quad (2)$$

Компоненты v_φ и v_z вектора скорости частицы \mathbf{v} подчиняются уравнению движения

$$m \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} = e \mathbf{E}(\mathbf{r}, t), \quad (3)$$

где m — эффективная масса электронов проводимости в слое.

Выражения (1)–(3) необходимо дополнить материальным уравнением, связывающим вектор электрической индукции $\mathbf{D}(\mathbf{r}, t)$ с вектором напряженности электрического поля $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$. Если принимать во внимание временную дисперсию среды и ее изотропные свойства, то эта связь описывается интегральным соотношением [6–8]

$$\mathbf{D}(\mathbf{r}, t) = \int_{-\infty}^t \hat{\varepsilon}(t - t') \mathbf{E}(\mathbf{r}, t') dt'. \quad (4)$$

Разностное ядро в формуле (4) означает, что свойства среды однородны во времени. Иными словами, свойства среды остаются неизменными в течение всего процесса, начавшегося в момент времени $t = -\infty$. Для вакуума функция $\hat{\varepsilon}(t - t')$ равна $\delta(t - t')$, а для материальной среды эта функция, называемая часто функцией влияния, характеризует эффективность передачи действия поля из одного момента времени в другой [7].

Введем скалярный потенциал $\psi(\mathbf{r}, t)$ таким образом, чтобы электрическое поле $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$ удовлетворяло условию $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = -\nabla\psi(\mathbf{r}, t)$. Представим величины $\psi(\mathbf{r}, t)$, $N(\mathbf{r}, t)$ и другие в виде набора пространственно-временных гармоник. Например,

$$\begin{aligned}\psi(\mathbf{r}, t) &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \psi_n(\rho, q_z, \omega) \\ &\quad \times \exp[i(q_z z + n\varphi - \omega t)] dq_z d\omega, \\ \mathbf{D}(\mathbf{r}, t) &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \mathbf{D}_n(\rho, q_z, \omega) \\ &\quad \times \exp[i(q_z z + n\varphi - \omega t)] dq_z d\omega,\end{aligned}$$

где q_z и n — продольное и азимутальное волновые числа соответственно, ω — частота колебаний. Тогда из уравнения (4) следует

$$\mathbf{D}_n(\rho, q_z, \omega) = \varepsilon(\omega)\mathbf{E}_n(\rho, q_z, \omega),$$

где

$$\varepsilon(\omega) = \int_0^{\infty} \hat{\varepsilon}(\tau) \exp(i\omega\tau) d\tau$$

— диэлектрическая проницаемость среды. Можно показать, что для холодной плазмы твердого тела (например полупроводника) диэлектрическая проницаемость имеет вид $\varepsilon(\omega) = \varepsilon_0 - \omega_L^2/\omega^2$, где ε_0 — диэлектрическая постоянная кристаллической решетки, ω_L — ленгмюровская частота электронов проводимости, концентрация которых N . После несложных преобразований уравнение Пуассона (1) приводится к виду

$$\begin{aligned}\frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} (\rho D_{n\rho}) + \frac{in}{\rho} D_{n\varphi} + iq_z D_{nz} \\ = \frac{4\pi e^2 N_0 a}{m\omega^2} \delta(\rho - \rho_1) \left(q_z^2 + \frac{n^2}{\rho^2} \right) \psi_n,\end{aligned}\quad (5)$$

где $D_{n\rho}$, $D_{n\varphi}$, D_{nz} — компоненты вектора $\mathbf{D}_n(\rho, q_z, \omega)$ и $\psi_n \equiv \psi_n(\rho, q_z, \omega)$.

Для определения спектра собственных колебаний рассматриваемой структуры необходимо решить уравнение Лапласа в областях $\rho < \rho_1$ и $\rho > \rho_1$. Полученные решения должны удовлетворять граничным условиям на поверхности $\rho = \rho_1$ и условиям конечности поля при $\rho = 0$ и $\rho \rightarrow \infty$. Выполнив эти условия, мы получим

связь частоты ω собственных колебаний структуры с волновыми числами q_z и n , а также с радиусом цилиндра ρ_1 .

На границе $\rho = \rho_1$ выполняются условия непрерывности тангенциальных составляющих электрического поля $\mathbf{E}_n(\rho, q_z, \omega)$ (потенциала ψ_n). Нормальная составляющая вектора индукции $\mathbf{D}_n(\rho, q_z, \omega)$ на поверхности $\rho = \rho_1$ испытывает разрыв, обусловленный поверхностным зарядом 2D-газа.

Для получения граничных условий для $D_{n\rho}$ введем между вакуумом и поверхностью цилиндра переходной слой, в котором плавно меняются свойства вещества. В этом слое выполняется уравнение (5). После его умножения на ρ и интегрирования по толщине слоя, которая устремляется к нулю, получим граничное условие для производных составляющих потенциала $\partial\psi_n/\partial\rho$

$$\begin{aligned}\varepsilon(\omega) \frac{\partial\psi_n}{\partial\rho} \Big|_{\rho=\rho_1-0} - \frac{\partial\psi_n}{\partial\rho} \Big|_{\rho=\rho_1+0} \\ = \frac{4\pi e^2 N_0 a}{m\omega^2} \left(q_z^2 + \frac{n^2}{\rho_1^2} \right) \psi_n(\rho_1, q_z, \omega).\end{aligned}$$

В областях $\rho < \rho_1$ и $\rho > \rho_1$ решения уравнения Лапласа имеют вид

$$\psi_n = \begin{cases} AK_n(k\rho), & \rho > \rho_1, \\ BI_n(k\rho), & \rho < \rho_1, \end{cases}$$

где $k = |q_z|$, $I_n(k\rho)$ и $K_n(k\rho)$ — модифицированные функции Бесселя первого и второго рода (функция Макдональда) соответственно. Здесь приняты во внимание условия конечности величины ψ_n при $\rho \rightarrow 0$ и $\rho \rightarrow \infty$.

На границе имеем условия

$$AK_n(k\rho_1) = BI_n(k\rho_1),$$

$$A \left[K'_n(k\rho_1) + \frac{\Omega^2(n^2 + k^2\rho_1^2)}{\omega^2 k\rho_1} K_n(k\rho_1) \right] = B\varepsilon(\omega)I'_n(k\rho_1),\quad (6)$$

где $\Omega^2 = 4\pi e^2 N_0 a / m\rho_1$, $I'_n(k\rho_1)$ и $K'(k\rho_1)$ — производные функций $I_n(k\rho_1)$ и $K_n(k\rho_1)$ по аргументу, вычисленные при значении аргумента $k\rho_1$. Поскольку величина a может быть соизмерима с атомными размерами, то $N_0 a = N_{0S}$ представляет собой поверхностную плотность электронов 2D-газа. Из условий (6) следует дисперсионное уравнение колебаний в структуре полупроводник–тонкий плазменный слой–вакуум, т.е. в структуре, объединяющей трехмерную и двумерную плазменные среды (3D+2D-газ),

$$\Delta_n = 0,\quad (7)$$

где

$$\begin{aligned}\Delta_n &= \varepsilon(\omega)K_n(k\rho_1)I'_n(k\rho_1) - I_n(k\rho_1)K'(k\rho_1) \\ &\quad - \frac{\Omega^2}{\omega^2 k\rho_1} (n^2 + k^2\rho_1^2) I_n(k\rho_1)K_n(k\rho_1).\end{aligned}$$

Уравнение (7) определяет также частоты собственных колебаний поля в диэлектрическом ($\varepsilon(\omega) = \varepsilon_0$) цилиндре, боковая поверхность которого покрыта плазменным слоем толщиной $a \ll 1/k$. Если положить $\varepsilon(\omega) = 1$, то из (7) получим дисперсионное уравнение собственных колебаний нанотрубки [1]

$$\omega^2 = \Omega^2(n^2 + k^2\rho_1^2)I_n(k\rho_1)K_n(k\rho_1).$$

При этом использовано соотношение $K_n(k\rho_1)I'_n(k\rho_1) - I_n(k\rho_1)K'_n(k\rho_1) = 1/k\rho_1$ [9].

Найдем потери энергии быстрых зарядов на возбуждение колебаний в рассматриваемых структурах.

Потери энергии заряда при движении над структурой

Пусть на расстоянии $\rho_0 = \sqrt{x_0^2 + y_0^2}$ от оси цилиндра в вакууме прямолинейно движется заряженная частица со скоростью v_z . Плотность заряда частицы $Q(\mathbf{r}, t)$ в произвольной точке пространства (x, y, z) в момент времени t определяется соотношением

$$Q(\mathbf{r}, t) = e\delta(z - v_z t)\delta(x - x_0)\delta(y - y_0). \quad (8)$$

В цилиндрической системе координат, где $x_0 = \rho_0 \cos \varphi_0$, $y_0 = \rho_0 \sin \varphi_0$, $x = \rho \cos \varphi$ и $y = \rho \sin \varphi$, плотность заряда частицы принимает вид

$$Q(\mathbf{r}, t) = \frac{e}{2\pi}\delta(z - v_z t) \sum_{n=-\infty}^{\infty} \exp[in(\varphi - \varphi_0)] \times \int_0^{\infty} \kappa J_n(\kappa\rho_0)J_n(\kappa\rho) d\kappa.$$

Заряд $Q(\mathbf{r}, t)$ можно представить в виде набора пространственно-временных гармоник

$$Q(\mathbf{r}, t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} Q_n(\rho, q_z, \omega) \times \exp[i(q_z z + n\varphi - \omega t)] d\omega dq_z,$$

где $Q_n(\rho, q_z, \omega) = e\delta(\omega - q_z v_z) \exp(-in\varphi_0) \delta(\rho - \rho_0) / 4\pi^2 \sqrt{\rho\rho_0}$, $\delta(\rho - \rho_0) / \sqrt{\rho\rho_0} = \int_0^{\infty} \kappa J_n(\kappa\rho_0)J_n(\kappa\rho) d\kappa$ [10].

Потери энергии заряженной частицы в единицу времени на возбуждение колебаний в рассматриваемой структуре определяются выражением

$$\frac{dW}{dt} = ev_z E_z, \quad (9)$$

где значение поля

$$E_z = -i \sum_{n=-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} AK_n(k\rho)q_z \times \exp[i(q_z z + n\varphi - \omega t)] dq_z d\omega$$

берется в точке нахождения частицы: $\rho = \rho_0$, $\varphi = \varphi_0$, $z = v_z t$.

Таким образом, задача заключается в том, чтобы найти потенциал поля, создаваемого зарядом в безграничной среде (вакууме), и из граничных условий на поверхности цилиндра $\rho = \rho_1$ выразить амплитуду A отраженной волны через заряд, скорость частицы и параметры структуры.

Потенциал $\psi^e(\mathbf{r}, t)$ поля, создаваемого заряженной частицей в вакууме, определяется из уравнения Пуассона

$$\Delta\psi^e(\mathbf{r}, t) = -4\pi Q(\mathbf{r}, t).$$

Его решение ищем в виде

$$\psi^e(\mathbf{r}, t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \psi_n^e(\rho, q_z, \omega) \times \exp[i(q_z z + n\varphi - \omega t)] d\omega dq_z,$$

где спектральная составляющая потенциала удовлетворяет уравнению

$$-\frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} \left(\rho \frac{\partial \psi_n^e}{\partial \rho} \right) + \left(q_z^2 + \frac{n^2}{\rho^2} \right) \psi_n^e = \frac{e}{\pi\sqrt{\rho\rho_0}} \delta(\rho - \rho_0) \delta(\omega - q_z v_z) \exp(-in\varphi_0).$$

В областях $\rho < \rho_0$ и $\rho > \rho_0$ составляющая потенциала удовлетворяет уравнению Лапласа и имеет вид

$$\psi_n^e = \begin{cases} C_1 I_n(k\rho), & \rho < \rho_0, \\ C_2 K_n(k\rho), & \rho > \rho_0. \end{cases}$$

В точке $\rho = \rho_0$ выполняются условия

$$C_1 I_n(k\rho_0) = C_2 K_n(k\rho_0),$$

$$C_1 I'_n(k\rho_0) - C_2 K'_n(k\rho_0) = \frac{e}{\pi k \rho_0} \delta(\omega - q_z v_z) \exp(-in\varphi_0),$$

из которых определяются константы C_1 и C_2 . В результате ψ_n^e в области $\rho_0 > \rho > \rho_1$ имеет вид

$$\psi_n^e = \frac{e}{\pi} \delta(\omega - q_z v_z) K_n(k\rho_0) I_n(k\rho) \exp(-in\varphi_0).$$

На поверхности $\rho = \rho_1$ выполняются соотношения

$$AK_n(k\rho_1) + \psi_n^e(\rho_1, q_z, \omega) = BI_n(k\rho_1),$$

$$AK'_n(k\rho_1) + \frac{1}{k} \frac{\partial \psi_n^e(\rho_1, q_z, \omega)}{\partial \rho_1} = B \left[\varepsilon(\omega) I'_n(k\rho_1) - \frac{\Omega^2(n^2 + k^2\rho_1^2)}{\omega^2 k \rho_1} I_n(k\rho_1) \right].$$

Отсюда следует

$$A = \frac{e}{\pi \Delta_n} \delta(\omega - q_z v_z) F_n(\omega, k) \exp(-in\varphi_0),$$

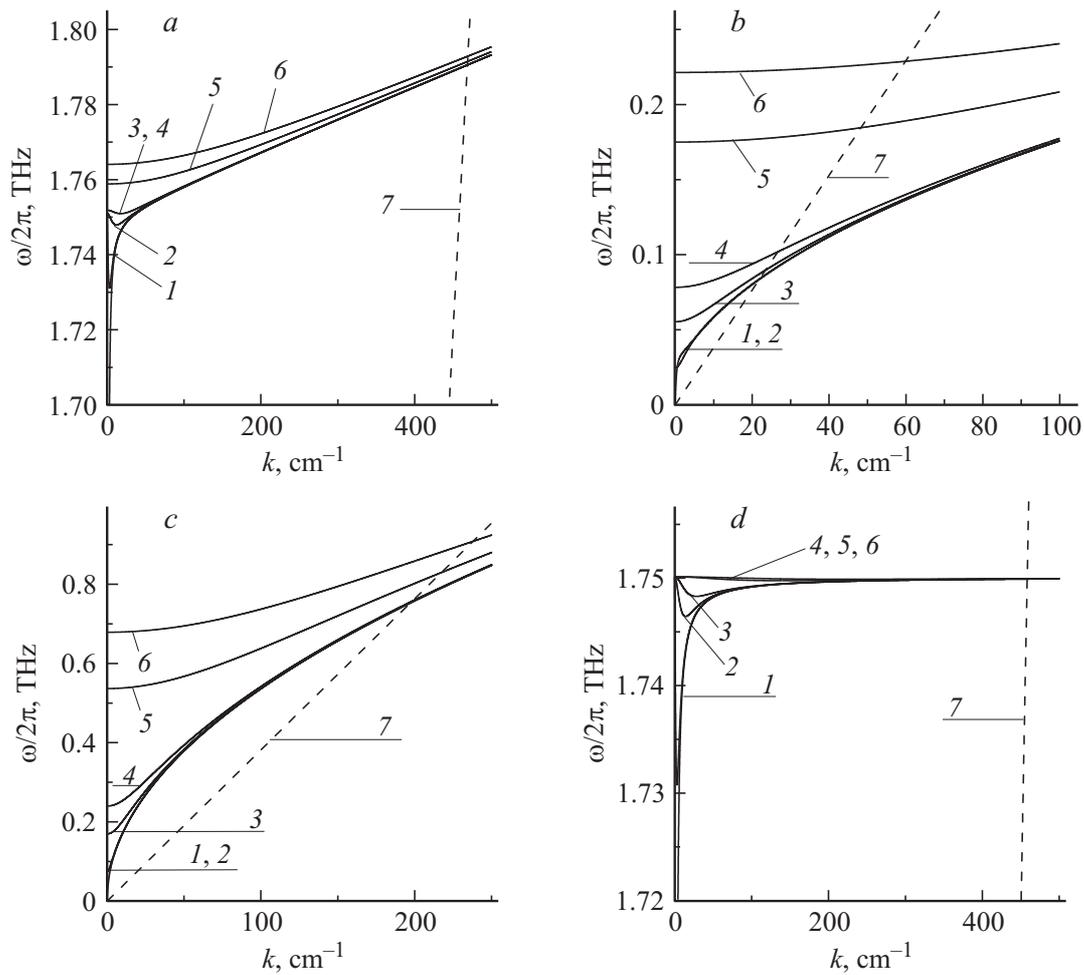


Рис. 1. Дисперсионные характеристики исследуемых структур: *a* — *n*-InSb цилиндра с 2D-газом, *b* — диэлектрического цилиндра с 2D-газом, *c* — цилиндрического плазменного 2D-слоя, *d* — *n*-InSb цилиндра.

где

$$F_n(\omega, k) = \left[I_n(k\rho_1) \frac{\Omega^2}{\omega^2 k \rho_1} (n^2 + k^2 \rho_1^2) + (1 - \varepsilon(\omega)) I_n'(k\rho_1) \right] K_n(k\rho_0) I_n(k\rho_1).$$

После взятия интеграла по dq_z в формуле (9) получим

$$\frac{dW}{dt} = -i \frac{e^2}{\pi v_z} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\omega}{\Delta_n} K_n(\chi\rho_0) F_n(\omega, \chi) d\omega, \quad (10)$$

где $\chi = |\omega/v_z|$. Диапазон волновых азимутальных чисел в выражении (10) ограничен условием $|n_c| < \rho_1/a$, которое следует из условия ограничения волнового числа χ . Подынтегральное выражение в формуле (10) имеет полюсы $\Delta_n = 0$, которые определяют частоты собственных колебаний структуры. Частица теряет энергию на возбуждение этих колебаний в условиях черенковских

резонансов. Им соответствуют точки пересечения дисперсионных кривых с прямой $\omega = kv_z$ (рис. 1).

Нами проведены численные исследования дисперсионных свойств следующих структур: полупроводникового (*n*-InSb: $\varepsilon_0 = 17.8$, $N = 10^{16} \text{ cm}^{-3}$ [11]) и диэлектрического ($\varepsilon_0 = 17.8$) цилиндров с 2D-газом, а также плазменного 2D-слоя. Поверхностная концентрация электронов плазменного слоя равна $N_{0S} = 10^{12} \text{ cm}^{-2}$. Радиусы цилиндров ρ_1 равны 0.5 см. Электрофизические и геометрические параметры исследуемых структур обусловлены выбором терагерцевого диапазона частот. В этом случае, согласно (7), минимальное значение волнового числа k собственной симметричной моды ($n = 0$) равно $\sim 10^{-5} \text{ cm}^{-1}$.

На рис. 1 приведены зависимости собственных частот полупроводникового (*a*), диэлектрического (*b*) цилиндров с 2D-газом и цилиндрического плазменного 2D-слоя (*c*) от продольного волнового числа собственных мод с волновыми азимутальными числами $n = 0, 1, 5, 10, 50, 80$ (соответственно кривые 1–6). Здесь

же приведены дисперсионные зависимости полупроводникового цилиндра с $\rho_1 = 0.5 \text{ см}$ (рис. 1, *d*). Прямые 7 представляют закон дисперсии $\omega = kv_z$ волны движущегося заряда (заряженного кольца) со скоростью $v_z = 0.8c$, где c — скорость света. Как видно из рис. 1, спектры частот собственных колебаний исследуемых структур находятся в терагерцевом диапазоне. Частоты собственных колебаний полупроводникового цилиндра с 2D-газом превосходят частоты собственных колебаний цилиндрического плазменного 2D-слоя с идентичными азимутальными распределениями полей более чем в 2 раза. Собственные частоты полупроводниковой структуры более чем в 8 раз превосходят частоты диэлектрической структуры с модами идентичных распределений полей. Наличие тонкого плазменного слоя на боковой поверхности полупроводникового цилиндра приводит к увеличению межмодового частотного интервала в спектре по сравнению со спектром полупроводникового цилиндра без плазменного слоя. Кроме того, в области продольных волновых чисел $k > 20 \text{ см}^{-1}$ увеличивается крутизна дисперсионных зависимостей, что приводит к увеличению частот возбуждаемых колебаний.

На рис. 2 приведены частоты возбуждаемых колебаний с волновыми азимутальными числами n в диапазоне 0–80 в полупроводниковом (1), диэлектрическом (2) цилиндрах с 2D-газом и в цилиндрическом плазменном 2D-слое (3). Частоты возбуждаемых колебаний в исследуемых структурах увеличиваются с ростом волнового азимутального числа. Собственные частоты полупроводниковой структуры (1) с соседними модами по n отличаются в пределах 30 МГц, что обусловлено малыми значениями межмодового частотного интервала и крутизны дисперсионных зависимостей собственных колебаний (рис. 1). При этом продольные волновые числа возбуждаемых колебаний имеют значение $\sim 470 \text{ см}^{-1}$.

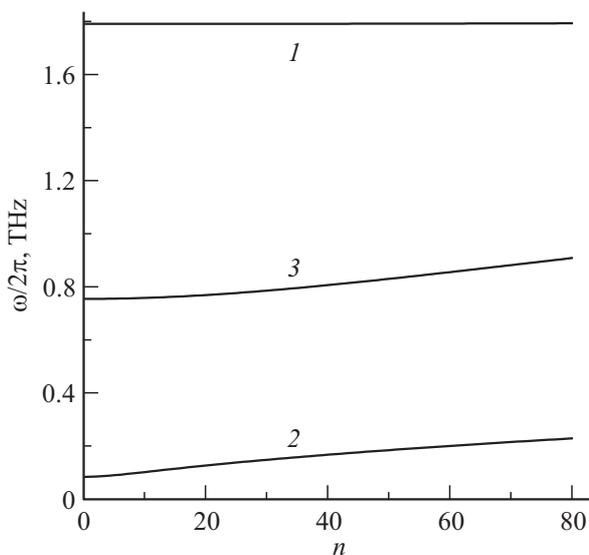


Рис. 2. Частоты возбуждаемых колебаний в: 1 — n -InSb цилиндре с 2D-газом, 2 — диэлектрическом цилиндре с 2D-газом, 3 — цилиндрическом плазменном 2D-слое.

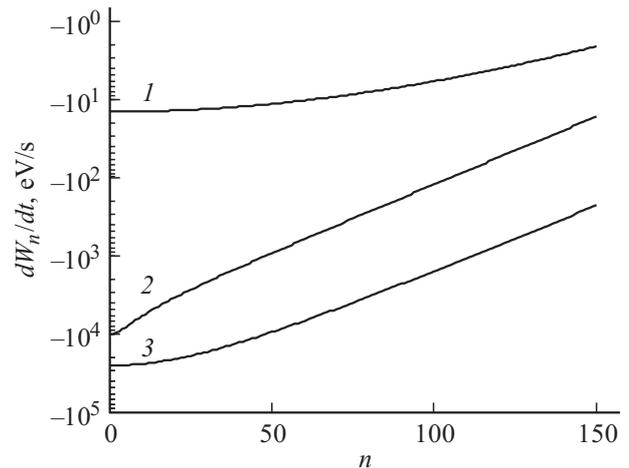


Рис. 3. Потери энергии электрона в единицу времени на возбуждение колебаний в: 1 — n -InSb цилиндре с 2D-газом, 2 — диэлектрическом цилиндре с 2D-газом, 3 — цилиндрическом плазменном 2D-слое.

Собственные частоты диэлектрической структуры (2) и цилиндрического плазменного 2D-слоя (3) с соседними модами отличаются в пределах 2 ГГц. Продольные волновые числа возбуждаемых колебаний имеют значения в диапазонах $22\text{--}60 \text{ см}^{-1}$ и $198\text{--}238 \text{ см}^{-1}$ соответственно.

Воспользовавшись условием $\Delta_n = 0$, проинтегрируем выражение (10) по частоте. При этом при обходе полюса учтем зависимость малой мнимой части $\epsilon(\omega)$ от знака ω . В результате получим

$$\frac{dW}{dt} = -\frac{2e^2}{\rho_1} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{K_n^2(k_n \rho_0) I_n(k_n \rho_1)}{|\Delta'_{n\omega}| K_n(k_n \rho_1)}, \quad (11)$$

где $k_n = \omega_n/v_z$, ω_n — частота возбуждаемых колебаний с волновым азимутальным числом n , определяемая из уравнения $\Delta_n = 0$, $\Delta'_{n\omega}$ — значение производной $\partial \Delta_n / \partial \omega$ на частоте ω_n .

На рис. 3 приведены потери энергии движущегося электрона на возбуждение колебаний с волновыми азимутальными числами n в диапазоне 0–150 в полупроводниковом (1) и диэлектрическом (2) цилиндрах с 2D-газом, и в плазменном 2D-слое (3). Электрон движется над исследуемой структурой на расстоянии 0.01 см ($\rho_0 = 0.51 \text{ см}$) параллельно оси Z . Видно, что потери энергии электрона уменьшаются с увеличением волнового азимутального числа. Минимальные потери энергии заряженной частицы наблюдаются в цилиндрической полупроводниковой структуре с 2D-газом, максимальные имеют место в плазменном 2D-слое.

Заметим, что из формулы (11) можно получить выражение для потери энергии кольца с зарядом e_s , которое движется со скоростью v_z на расстоянии ρ_0 от оси цилиндра. В этом случае в формуле (11) необходимо положить $n = 0$. Это обусловлено тем, что из-за структуры плотности заряда $Q(\mathbf{r}, t) = e_s \delta(z - v_z t) \delta(\rho - \rho_0) / \sqrt{\rho \rho_0}$

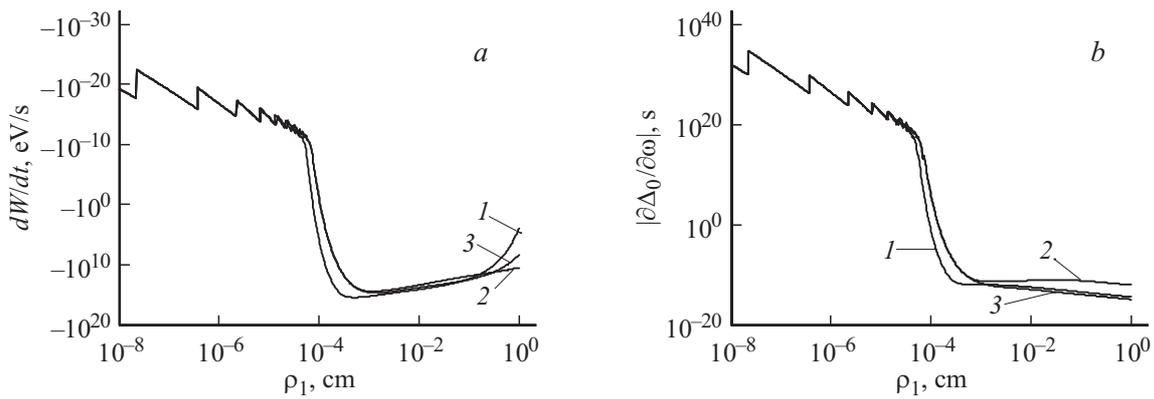


Рис. 4. Зависимости потерь энергии заряженного кольца в единицу времени на возбуждение колебаний в n -InSb (1) и диэлектрическом (2) цилиндрах с 2D-газом, и цилиндрическом плазменном 2D-слое (3) (а) и модуля производной $\partial\Delta_0/\partial\omega$ на частоте ω_0 (б) от радиуса структуры.

поле, создаваемое им, является аксиально симметричным. Потери энергии кольца на возбуждение симметричных колебаний описываются выражением

$$\frac{dW}{dt} = -\frac{2e_s^2 K_0^2(k_0\rho_0)I_0(k_0\rho_1)}{\rho_1 |\Delta'_{\omega_0}|K_0(k_0\rho_1)}.$$

При $\varepsilon(\omega) = 1$ потери энергии движущегося заряженного кольца на возбуждение колебаний в цилиндрическом плазменном 2D-слое равны

$$\frac{dW}{dt} = -\frac{2e_s^2\omega_0 I_0^2(k_0\rho_1)K_0^2(k_0\rho_0)}{\rho_1 I_0'(k_0\rho_1)K_0(k_0\rho_1) + I_0(k_0\rho_1)K_0'(k_0\rho_1)}.$$

На рис. 4 приведены зависимости потерь энергии движущегося заряженного кольца с радиусом ρ_0 на возбуждение колебаний в полупроводниковом (1) и диэлектрическом (2) цилиндрах с 2D-газом, и в плазменном 2D-слое (3) от радиуса структуры ρ_1 . Радиус кольца изменялся в соответствии с формулой $\rho_0 = 1.02\rho_1$, что обеспечивало его соосное перемещение в области вне структуры на расстоянии от боковой поверхности менее длины волны возбуждаемых колебаний. Заряд кольца e_s равен 10^3e . Как видно из рис. 4, характер потерь энергии кольца фактически определяется поведением модуля производной $\partial\Delta_0/\partial\omega$ на частоте ω_0 . Максимальные потери энергии наблюдаются в структурах с радиусом ρ_1 в интервале 10^{-4} –1 см. При ρ_1 вне этого интервала потери энергии кольца значительно убывают с удалением от его границ.

Также аксиальной симметрией обладает поле, которое создается зарядом, движущимся вдоль оси цилиндра.

Потери энергии частицы, движущейся вдоль оси цилиндра

Предположим, что заряженная частица движется в канале полупроводникового цилиндра вдоль его оси Z ($\rho_0 = 0$). При этом диаметр канала мал по сравнению

с областью локализации электромагнитного поля. Как следует из формулы (8), плотность заряда при $\rho_0 = 0$ принимает вид

$$Q(\mathbf{r}, t) = \frac{e}{2\pi} \delta(z - v_z t) \int_0^\infty \frac{\kappa}{\kappa^2 + k^2} J_n(\kappa\rho) d\kappa.$$

Тогда спектральная составляющая потенциала поля, создаваемого зарядом, равна

$$\psi_0^e(\rho, q_z, \omega) = \frac{e}{\pi\varepsilon(\omega)} \delta(\omega - q_z v_z) \int_0^\infty \frac{\kappa}{\kappa^2 + k^2} J_n(\kappa\rho) d\kappa.$$

В этом случае потери энергии заряженной частицы в единицу времени на возбуждение колебаний в структуре описываются выражением

$$\begin{aligned} \frac{dW}{dt} &= ev_z E_z \Big|_{\rho_0=0, z=v_z t} \\ &= -iev_z \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} [\psi_0^e(0, q_z, \omega) + B] q_z \\ &\quad \times \exp[i(q_z v_z - \omega)] dq_z d\omega. \end{aligned} \quad (12)$$

Первое слагаемое в этой формуле соответствует потерям энергии частицы на возбуждение плазмонов в объеме цилиндра, как в безграничной среде, т.е. плазмонов, падающих от оси цилиндра на границу $\rho = \rho_1$. Второе слагаемое в (12) связано с наличием границы. В него входят потери на возбуждение собственных колебаний структуры 3D + 2D-газ–вакуум, а также потери, вызванные воздействием на частицу поля плазмона, отраженного от границы. Для нахождения потерь энергии необходимо определить величину амплитуды колебаний B . Выражение для амплитуды B находится из граничных условий на поверхности $\rho = \rho_1$, которые

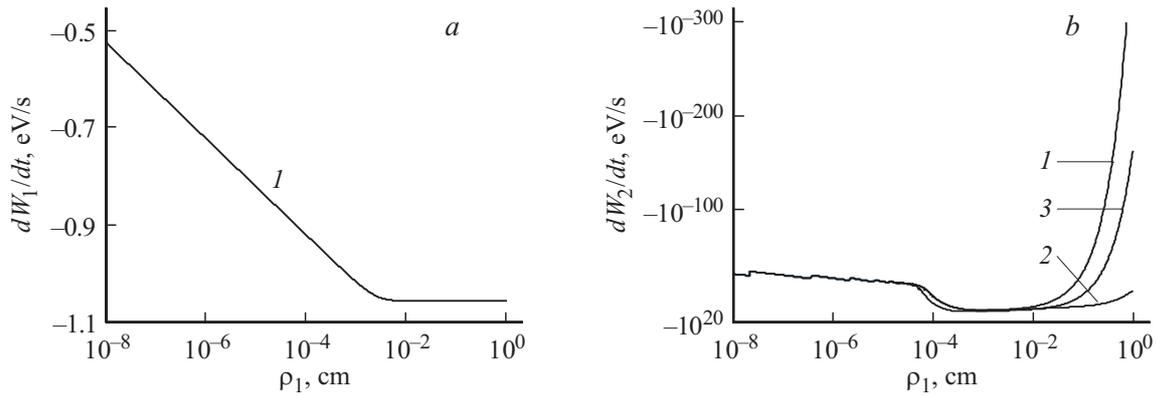


Рис. 5. Зависимости потерь энергии электрона в единицу времени на возбуждение колебаний в n -InSb (1) или диэлектрическом (2) цилиндре с 2D-газом, или цилиндрическом плазменном 2D-слое (3) от радиуса структуры.

записываются следующим образом:

$$\begin{aligned} AK_0(k\rho_1) &= BI_0(k\rho_1) + \psi_0^e(\rho_1, q_z, \omega), \\ \varepsilon(\omega) \left[BI_0'(k\rho_1) + \frac{1}{k} \frac{\partial \psi_0^e(\rho_1, q_z, \omega)}{\partial \rho_1} \right] - AK_0'(k\rho_1) \\ &= \frac{\Omega^2 k \rho_1}{\omega^2} [BI_0(k\rho_1) + \psi_0^e(\rho_1, q_z, \omega)]. \end{aligned}$$

Из этих уравнений получим

$$B = \frac{eK_n(k\rho_1)}{\pi\varepsilon(\omega)\Delta_0} \delta(\omega - q_z v_z) F_0(\omega, \rho_1),$$

где

$$F_0(\omega, \rho_1) = \left[\left(\frac{K_0'(k\rho_1)}{K_0(k\rho_1)} + \frac{\Omega^2 k \rho_1}{\omega^2} \right) K_0(k\rho_1) - \varepsilon(\omega) K_0'(k\rho_1) \right].$$

Подставив в (12) величины $\psi_0^e(\rho, q_z, \omega)$ и B и взяв по dq_z интеграл, получим

$$\begin{aligned} \frac{dW}{dt} &= -i \frac{e^2}{\pi v_z} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\omega}{\varepsilon(\omega)} \\ &\times \left(\int_0^{\infty} \frac{\kappa d\kappa}{\kappa^2 + k^2} + \frac{F_0(\omega, \rho_1)}{\Delta_0} K_0(k\rho_1) \right) d\omega. \quad (13) \end{aligned}$$

Первое слагаемое в (13) соответствует выражению для потерь энергии частицы в безграничной среде [6].

В выражении (13) существует полюс $\varepsilon(\omega) = 0$, который определяет потери энергии частицы на возбуждение плазмонов в цилиндре с конечным радиусом. На частоте $\omega_s = \omega_L / \sqrt{\varepsilon_0}$ эти потери равны

$$\frac{dW_1}{dt} = -\frac{e^2 \omega_s^2}{v_z \varepsilon_0} \int_0^{\infty} \left(1 - \frac{J_0(k\rho_1)}{I_0(k_s \rho_1)} \right) \frac{\kappa d\kappa}{\kappa^2 + k_s^2}, \quad (14)$$

где $k_s = \omega_s / v_z$. Видно, что подынтегральное выражение является осциллирующей величиной от радиального

волнового числа κ . Осцилляции вызваны воздействием на частицу поля волны, отраженной от границы.

В результате интегрирования выражения (14) получим

$$\frac{dW_1}{dt} = -\frac{2e^2 \omega_s^2}{v_z \varepsilon_0} \left(2 \ln \frac{\kappa_c v_z}{\omega_s} - \frac{K_0(k_s \rho_1)}{I_0(k_s \rho_1)} \right).$$

Здесь учтено ограничение верхнего предела интегрирования в первом слагаемом выражения (14) значением $\kappa_c \sim 1/a$. Заметим, что если поверхность полупроводникового цилиндра является идеально проводящей, то выражение (14) принимает вид

$$\frac{dW_1}{dt} = -\frac{2e^2 \omega_s^2}{v_z \varepsilon_0} \left(1 - \frac{1}{I_0(k_s \rho_1)} \right) \ln \frac{\kappa_c v_z}{\omega_s}.$$

Видно, что наличие границы приводит к уменьшению потерь энергии частицы (рис. 5, а).

Полюс $\Delta_0 = 0$ обуславливает возбуждение собственных симметричных колебаний рассматриваемой структуры. При этом потери энергии частицы имеют вид

$$\frac{dW_2}{dt} = -\frac{2e^2 \omega_0 F_0(\omega_0, \rho_1) K_0(k_0 \rho_1)}{v_z \varepsilon(\omega_0) |\Delta'_{0\omega}|},$$

где, как выше приведено, $k_0 = \omega_0 / v_z$, а частота ω_0 определяется пересечением дисперсионной зависимости ($\Delta_0 = 0$) исследуемой структуры с прямой $\omega = k v_z$.

В случае движения частицы вдоль оси плазменного 2D-слоя ($\varepsilon(\omega) = 1$) имеем

$$\frac{dW_2}{dt} = -\frac{2e^2 \omega_0}{v_z |f'_{\omega}|} \frac{K_0(k_0 \rho_1)}{I_0(k_0 \rho_1)},$$

где

$$f = 1 - \frac{\Omega^2 \rho_1^2}{v_z^2} I_0(k_0 \rho_1) K_0(k_0 \rho_1), \quad f(\omega_0) = 0.$$

На рис. 5, б приведены зависимости потерь энергии электрона, движущегося вдоль оси полупроводникового (1) или диэлектрического (2) цилиндра с 2D-газом,

или плазменного 2D-слоя (3), на возбуждение колебаний от радиуса структуры ρ_1 . Максимальные потери энергии наблюдаются в полупроводниковом цилиндре с 2D-газом и плазменном 2D-слое с радиусами ρ_1 в интервале 10^{-4} – 10^{-1} см, а в диэлектрическом цилиндре с 2D-газом — 10^{-4} – 1 см. В первых двух структурах при $\rho > 10^{-1}$ см потери энергии электрона резко убывают, что обусловлено уменьшением степени взаимодействия электрического поля электрона с границей раздела сред.

Заключение

В настоящей работе построена теория потерь энергии быстрых зарядов на возбуждение собственных колебаний в средах, содержащих двумерный электронный газ. Найдены потери энергии точечного заряда, пролетающего в вакууме над цилиндрической структурой полупроводник (или диэлектрик)—2D-газ. В этом случае возбуждаются электромагнитные колебания, содержащие набор гармоник с азимутальным волновым числом, изменяющимся в широких пределах $n \leq |n_c|$, где n_c равно отношению радиуса цилиндра к толщине атомарного слоя $n_c \approx \rho_1/a$. При движении заряженного кольца, охватывающего указанную структуру, возбуждаются только аксиально симметричные колебания. При этом потери энергии движущегося заряда значительно возрастают. Так, отношение потерь энергии заряженного кольца к потерям энергии точечного заряда на возбуждение нулевой гармоники поля достигает величины e_s^2/e^2 .

Обнаружены особенности зависимости от радиуса цилиндра потерь энергии заряда при его движении над структурой и внутри нее. Они связаны с геометрией структуры и обусловлены свойствами модифицированных функций Бесселя и их производных по аргументу.

Показано, что при движении заряженной частицы вдоль оси полупроводникового цилиндра кроме собственных колебаний возбуждаются объемные плазмоны. Наличие границы приводит к уменьшению потерь энергии заряда.

Список литературы

- [1] Ведерников А.К., Говоров А.Д., Чаплик А.В. // ЖЭТФ. 2001. Т. 120. Вып. 4. 10. С. 973–985.
- [2] Ведерников А.К., Чаплик А.В. // ФТП. 2004. Т. 38. Вып. 11. С. 1358–1363.
- [3] Чаплик А.В. // ЖЭТФ. 2013. Т. 144. Вып. 1. № 7. С. 215–220.
- [4] Ханкина С.И., Яковенко В.М., Яковенко И.В. // Изв. вузов. Радиофизика. 2002. Т. 46. Вып. 10. С. 887–893.
- [5] Ханкина С.И., Яковенко В.М., Яковенко И.В. // ЖЭТФ. 2007. Т. 131. Вып. 3. С. 518–524.
- [6] Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Электродинамика сплошных сред. М.: Наука, 1982. 620 с.
- [7] Александров А.Ф., Богданкевич Л.С., Рухадзе А.А. Основы электродинамики плазмы. М.: Высшая школа, 1978. 407 с.
- [8] Силин В.П., Рухадзе А.А. Электромагнитные свойства плазмы и плазмоподобных сред. М.: Госатомиздат, 1961. 244 с.
- [9] Бейтмен Г., Эрдейн А. Высшие трансцендентные функции. Т. 2 / Пер. с англ. Н.Я. Виленкина. М.: Наука, 1974. 295 с.
- [10] Иваненко Д., Соколов А. Классическая теория поля. М.: Госиздат. техн.-теор. лит. 1951. 479 с.
- [11] Курносоев А.И. Материалы для полупроводниковых приборов и интегральных микросхем. М.: Высшая школа, 1980. 327 с.