

## Дифрагированное переходное излучение релятивистского электрона в двухслойной мишени

© С.В. Блажевич, Р.А. Загороднюк, А.В. Носков

Белгородский государственный национальный исследовательский университет,  
308015 Белгород, Россия  
e-mail: noskov\_a@bsu.edu.ru

(Поступило в Редакцию 5 февраля 2014 г. В окончательной редакции 25 июля 2014 г.)

В рамках динамической теории дифракции построена теория когерентного рентгеновского излучения релятивистского электрона в комбинированной мишени, состоящей из аморфного и кристаллического слоев. Получены и исследованы выражения, описывающие спектрально угловую плотность когерентного рентгеновского излучения в такой мишени.

### Введение

Излучение релятивистского электрона ранее обычно рассматривалось отдельно в кристалле или в аморфной среде. При пересечении релятивистским электроном аморфной пластинки на ее границах генерируется переходное излучение [1,2], которое далее распространяется в направлении, близком к направлению скорости электрона. Переходное излучение, несмотря на то что оно открыто уже сравнительно давно, продолжает и в настоящее время интенсивно исследоваться, особенно для переходов в виде сложных поверхностей при различных внешних условиях [3–8]. Значительный интерес к переходному излучению релятивистских электронов связан с возможностью создания на его основе источника рентгеновского излучения [9]. Необходимо отметить, что переходное излучение релятивистского электрона имеет высокую интенсивность и распространяется в малом угловом диапазоне, однако характеризуется широким спектральным распределением, в то время как для приложений в медицине, микроэлектронике, физике твердого тела и др. требуются интенсивные монохроматические источники излучения. При пересечении релятивистским электроном кристаллической пластинки переходное излучение (ПИ), возникающее на передней границе, дифрагирует на системе параллельных атомных плоскостей кристалла, образуя дифрагированное переходное излучение (ДПИ) [10–13], которое имеет узкий частотный спектр и распространяется в направлении рассеяния Брэгга. Кроме того, при пересечении релятивистским электроном монокристалла его кулоновское поле рассеивается на системе параллельных атомных плоскостей кристалла, порождая параметрическое рентгеновское излучение (ПРИ) [14–16]. В настоящее время используются два различных подхода в описании ПРИ: кинематический [17,18] и динамический [15,16,19]. Кинематический подход учитывает взаимодействия каждого атома только с первичной или преломленной электромагнитной волной в кристалле. В этом подходе в отличие от динамического пренебрегают взаимодействием атома с волновым полем, создаваемым в кри-

сталле совокупным рассеянием волн на всех других атомах, т.е. не учитывают многоволновое рассеяние. Процесс когерентного рентгеновского излучения релятивистских электронов в кристаллах и периодически слоистых средах в рамках динамической теории дифракции рентгеновских волн развит в работах [20–29]. В работах [20–22] когерентное рентгеновское излучение рассматривается в частном случае симметричного отражения, когда отражающая система атомных плоскостей кристалла расположена параллельно поверхности мишени (в случае геометрии рассеяния Брэгга) или перпендикулярно ей (в случае геометрии рассеяния Лауэ). В работах [23–29] развита динамическая теория когерентного рентгеновского излучения релятивистских электронов в кристаллах и периодически слоистых средах для общего случая асимметричного отражения поля электрона относительно поверхности мишени, когда атомные плоскости либо отражающие слои мишени расположены под некоторым произвольным углом к поверхности мишени. В указанных работах показана возможность существенного увеличения спектрально-угловой плотности когерентного излучения при изменении асимметрии отражения, а также выявлены и исследованы эффекты динамической дифракции в излучении.

В настоящей работе впервые исследуется процесс когерентного излучения релятивистского электрона в комбинированной мишени, состоящей из двух слоев: одного аморфного и одного кристаллического. В кристаллическом слое мишени динамическая дифракция рентгеновских фотонов ПРИ и ДПИ рассматривается в геометрии рассеяния Лауэ в условиях асимметричного отражения кулоновского поля релятивистского электрона относительно поверхности мишени. В рамках двухволнового приближения динамической теории дифракции в работе получены и исследованы выражения, описывающие спектрально-угловые распределения ПРИ и ДПИ в рассматриваемой двухслойной мишени. На основе полученных формул показано, что при увеличении плотности аморфной пластинки возрастает угловая плотность ДПИ. Данный результат представляет инте-

рес с точки зрения создания компактного интенсивного квазимонохроматического рентгеновского источника на основе взаимодействия пучка релятивистских электронов с таким радиатором.

## Амплитуда излучения

Рассмотрим релятивистский электрон, пересекающий со скоростью  $\mathbf{V}$  мишень, состоящую из аморфного и кристаллического слоев (рис. 1) с толщинами соответственно  $a$  и  $b$ . На рис. 1  $\theta$  и  $\theta'$  — углы излучения,  $\theta_B$  — угол Брэгга (угол между скоростью электрона  $\mathbf{V}$  и атомными плоскостями),  $\delta$  — угол между поверхностью и рассматриваемыми атомными плоскостями кристалла,  $\mathbf{k}$  и  $\mathbf{k}_g$  — волновые векторы падающего и дифрагированного фотонов соответственно,  $\mathbf{g}$  — вектор обратной решетки системы дифрагирующих атомных плоскостей кристалла. При пересечении релятивистским электроном первой (вакуум–аморфная среда) и второй (аморфная среда–кристалл) границ мишени возникает переходное излучение, которое затем дифрагирует в кристаллической пластине на системе параллельных атомных плоскостей, порождая в направлении рассеяния Брэгга (в направлении волнового вектора  $\mathbf{k}_g = \mathbf{k} + \mathbf{g}$  (рис. 1)) дифрагированное переходное излучение, выходящее из мишени через третью границу кристалл–вакуум вместе с параметрическим рентгеновским излучением, возникающим в кристаллической пластинке. В зависимости от параметров аморфного слоя и угла падения электрона на мишень возможна конструктивная или деструктивная интерференция волн ПИ, возбужденных на первых двух границах и дающих вклад в выход ДПИ. Распространение рентгеновских волн в кристаллической среде будем рассматривать в рамках двухволнового приближения динамической теории дифракции.

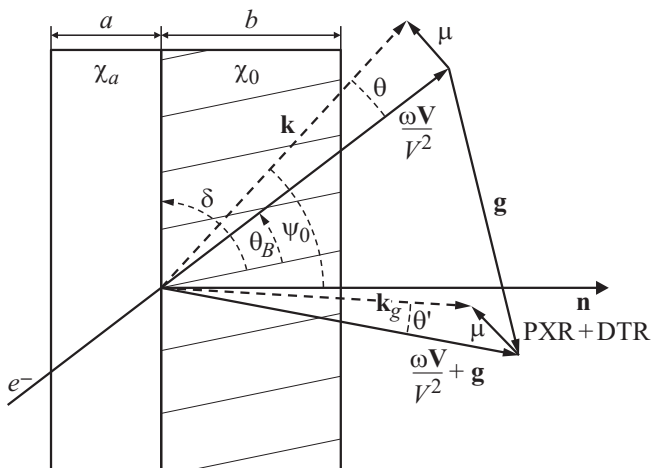


Рис. 1. Геометрия процесса излучения.

Рассмотрим электромагнитные процессы в кристаллической среде, характеризующейся комплексной диэлектрической проницаемостью

$$\varepsilon(\omega, \mathbf{r}) = 1 + \chi(\omega, \mathbf{r}), \quad (1)$$

где  $\chi(\omega, \mathbf{r}) = \chi_0(\omega) + \sum_{\mathbf{g}}' \chi_{\mathbf{g}}(\omega) \exp(i\mathbf{g}\mathbf{r})$ ,  $\chi(\omega, \mathbf{r})$  — диэлектрическая восприимчивость,  $\chi_{\mathbf{g}}(\omega) = \chi_{\mathbf{g}}'(\omega) + i\chi_{\mathbf{g}}''(\omega)$  — коэффициент Фурье разложения диэлектрической восприимчивости кристалла по векторам обратной решетки  $\mathbf{g}$ ,  $\chi_0(\omega)$  — средняя диэлектрическая восприимчивость. Магнитная проницаемость вещества в интересующей нас области относительных высоких рентгеновских частот равна единице, уравнения Максвелла в этом случае имеют следующий вид:

$$\begin{aligned} \text{rot } \mathbf{H}(\mathbf{r}, t) &= 4\pi\mathbf{J}(\mathbf{r}, t) + \frac{\partial \mathbf{D}(\mathbf{r}, t)}{\partial t}, \\ \text{rot } \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) &= -\frac{\partial \mathbf{H}(\mathbf{r}, t)}{\partial t}. \end{aligned} \quad (2)$$

Разложения напряженности электрического  $\mathbf{E}$  и магнитного  $\mathbf{H}$  полей, а также электрической индукции  $\mathbf{D}$  поля в кристалле и плотности тока излучающего электрона  $\mathbf{J}$  в интеграл Фурье по частоте имеют следующий вид:

$$\begin{aligned} \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) &= \frac{1}{2\pi} \int \mathbf{E}(\omega, \mathbf{r}) \exp(-i\omega t) d\omega, \\ \mathbf{H}(\mathbf{r}, t) &= \frac{1}{2\pi} \int \mathbf{H}(\omega, \mathbf{r}) \exp(-i\omega t) d\omega, \\ \mathbf{D}(\mathbf{r}, t) &= \frac{1}{2\pi} \int \mathbf{D}(\omega, \mathbf{r}) \exp(-i\omega t) d\omega, \\ \mathbf{J}(\mathbf{r}, t) &= \frac{1}{2\pi} \int \mathbf{J}(\omega, \mathbf{r}) \exp(-i\omega t) d\omega. \end{aligned} \quad (3)$$

Подставим разложения (3) в уравнения (2), используя хорошо известное соотношение  $\mathbf{D}(\omega, \mathbf{r}) = \varepsilon(\omega, \mathbf{r})\mathbf{E}(\omega, \mathbf{r})$ , получим выражения

$$\begin{aligned} \text{rot } \mathbf{H}(\omega, \mathbf{r}) &= 4\pi\mathbf{J}(\omega, \mathbf{r}) - i\omega\varepsilon(\omega, \mathbf{r})\mathbf{E}(\omega, \mathbf{r}), \\ \text{rot } \mathbf{E}(\omega, \mathbf{r}) &= i\omega\mathbf{H}(\omega, \mathbf{r}). \end{aligned} \quad (4)$$

Подставляя в (4) Фурье разложения полей и тока электрона по волновому вектору  $\mathbf{k}$

$$\begin{aligned} \mathbf{E}(\omega, \mathbf{r}) &= \frac{1}{(2\pi)^3} \int \mathbf{E}(\mathbf{k}, \omega) \exp(i\mathbf{k}\mathbf{r}) d^3\mathbf{k}, \\ \mathbf{H}(\omega, \mathbf{r}) &= \frac{1}{(2\pi)^3} \int \mathbf{H}(\mathbf{k}, \omega) \exp(i\mathbf{k}\mathbf{r}) d^3\mathbf{k}, \\ \mathbf{J}(\omega, \mathbf{r}) &= \frac{1}{(2\pi)^3} \int \mathbf{J}(\mathbf{k}, \omega) \exp(i\mathbf{k}\mathbf{r}) d^3\mathbf{k}, \end{aligned} \quad (5)$$

после выполнения несложных преобразований, получим хорошо известное выражение для фурье-образа  $\mathbf{E}(\mathbf{k}, \omega)$

электрического поля в кристалле, генерируемого релятивистским электроном

$$(k^2 - \omega^2(1 + \chi_0))\mathbf{E}(\mathbf{k}, \omega) - \mathbf{k}(\mathbf{kE}(\mathbf{k}, \omega)) - \omega^2 \sum_{\mathbf{g}}' \chi_{-\mathbf{g}} \mathbf{E}(\mathbf{k} + \mathbf{g}, \omega) = 4\pi i \omega \mathbf{J}(\mathbf{k}, \omega), \quad (6)$$

где  $\mathbf{J}(\mathbf{k}, \omega) = 2\pi e \mathbf{V} \delta(\omega - \mathbf{kV})$  — фурье-образ плотности тока, пересекающего мишень релятивистского электрона  $\mathbf{J}(\mathbf{r}, t) = e \mathbf{V} \delta(\mathbf{r} - \mathbf{V}t)$ . Необходимо отметить, что в случае  $\chi_{-\mathbf{g}} = 0$  выражение (6) описывает электрическое поле в аморфной среде.

Так как возбуждаемое электромагнитное поле является практически поперечным в рентгеновском диапазоне частот, то падающая  $\mathbf{E}(\mathbf{k}, \omega)$  и дифрагированная  $\mathbf{E}(\mathbf{k} + \mathbf{g}, \omega)$  в кристалле электромагнитные волны определяются двумя амплитудами с разными значениями поперечной поляризации:

$$\mathbf{E}(\mathbf{k}, \omega) = E_0^{(1)}(\mathbf{k}, \omega) \mathbf{e}_0^{(1)} + E_0^{(2)}(\mathbf{k}, \omega) \mathbf{e}_0^{(2)},$$

$$\mathbf{E}(\mathbf{k} + \mathbf{g}, \omega) = E_{\mathbf{g}}^{(1)}(\mathbf{k}, \omega) \mathbf{e}_1^{(1)} + E_{\mathbf{g}}^{(2)}(\mathbf{k}, \omega) \mathbf{e}_1^{(2)}, \quad (7)$$

где векторы  $\mathbf{e}_0^{(1)}$  и  $\mathbf{e}_0^{(2)}$  перпендикулярны вектору  $\mathbf{k}$ , а векторы  $\mathbf{e}_1^{(1)}$  и  $\mathbf{e}_1^{(2)}$  перпендикулярны вектору  $\mathbf{k}_{\mathbf{g}} = \mathbf{k} + \mathbf{g}$ . Векторы  $\mathbf{e}_0^{(2)}$ ,  $\mathbf{e}_1^{(2)}$  лежат в плоскости векторов  $\mathbf{k}$  и  $\mathbf{k}_{\mathbf{g}}$  ( $\pi$ -поляризация), а векторы  $\mathbf{e}_0^{(1)}$  и  $\mathbf{e}_1^{(1)}$  перпендикулярны ей ( $\sigma$ -поляризация).

В рамках двухволнового приближения динамической теории дифракции уравнение (6) с учетом (7) сводится к хорошо известной системе уравнений [30]:

$$\begin{cases} (\omega^2(1 + \chi_0) - k^2)E_0^{(s)} + \omega^2 \chi_{-\mathbf{g}} C^{(s)} E_{\mathbf{g}}^{(s)} = 8\pi^2 i e \omega \theta V P^{(s)} \delta(\omega - \mathbf{kV}), \\ \omega^2 \chi_{\mathbf{g}} C^{(s)} E_0^{(s)} + (\omega^2(1 + \chi_0) - k_{\mathbf{g}}^2) E_{\mathbf{g}}^{(s)} = 0. \end{cases} \quad (8)$$

Величины  $C^{(s)}$  и  $P^{(s)}$  в системе (8) определены следующим образом:

$$C^{(s)} = \mathbf{e}_0^{(s)} \mathbf{e}_1^{(s)}, \quad C^{(1)} = 1, \quad C^{(2)} = \cos 2\theta_B,$$

$$P^{(s)} = \mathbf{e}_0^{(s)} (\boldsymbol{\mu} / \mu), \quad P^{(1)} = \sin \varphi, \quad P^{(2)} = \cos \varphi, \quad (9)$$

где  $\boldsymbol{\mu} = \mathbf{k} - \omega \mathbf{V} / V^2$  — составляющая импульса виртуального фотона, перпендикулярная скорости частицы  $\mathbf{V}$  ( $\mu = \omega \theta / V$ , где  $\theta \ll 1$  — угол между векторами  $\mathbf{k}$  и  $\mathbf{V}$ ),  $\theta_B$  — угол Брэгга,  $\varphi$  — азимутальный угол излучения, отсчитывается от плоскости, образованной вектором скорости электрона  $\mathbf{V}$  и вектором обратной решетки  $\mathbf{g}$  в кристалле. Длину вектора  $\mathbf{g}$  можно выразить через угол Брэгга и частоту Брэгга  $\omega_B$ :  $g = 2\omega_B \sin \theta_B / V$ . Угол между вектором  $\frac{\omega \mathbf{V}}{V^2}$  и волновым вектором падающей волны  $\mathbf{k}$  обозначен  $\theta$ , а угол между вектором  $\frac{\omega \mathbf{V}}{V^2} + \mathbf{g}$  и волновым вектором дифрагированной волны  $\mathbf{k}_{\mathbf{g}}$  обозначен  $\theta'$ . Система уравнений (8) при значении параметра

$s = 1$  описывает поля  $\sigma$ -поляризованные, а при  $s = 2$   $\pi$ -поляризованные.

Решим следующее из системы (8) дисперсионное уравнение:

$$(\omega^2(1 + \chi_0) - k^2)(\omega^2(1 + \chi_0) - k_{\mathbf{g}}^2) - \omega^4 \chi_{-\mathbf{g}} \chi_{\mathbf{g}} C^{(s)^2} = 0 \quad (10)$$

стандартными методами динамической теории дифракции рентгеновских волн в кристаллах [31]. Будем искать длины волновых векторов  $\mathbf{k}$  и  $\mathbf{k}_{\mathbf{g}}$  фотонов в кристалле в виде

$$k = \omega \left(1 + \frac{\chi_0}{2}\right) + \lambda_0, \quad k_{\mathbf{g}} = \omega \left(1 + \frac{\chi_0}{2}\right) + \lambda_{\mathbf{g}}. \quad (11)$$

Динамические добавки  $\lambda_0$  и  $\lambda_{\mathbf{g}}$  для рентгеновских волн связаны соотношением  $\lambda_{\mathbf{g}} = \omega \beta / 2 + \lambda_0 (\gamma_{\mathbf{g}} / \gamma_0)$  [31]. Так как динамические добавки малы  $|\lambda_0| \ll \omega$ ,  $|\lambda_{\mathbf{g}}| \ll \omega$ , то можно пренебречь квадратичными по  $\lambda_0$  и  $\lambda_{\mathbf{g}}$  членами при подставке (11) в (10), при этом получим по два решения для падающей и дифрагированной волн

$$\lambda_{\mathbf{g}}^{(1,2)} = \frac{\omega}{4} \left( \beta \pm \sqrt{\beta^2 + 4\chi_{\mathbf{g}} \chi_{-\mathbf{g}} C^{(s)^2} \frac{\gamma_{\mathbf{g}}}{\gamma_0}} \right), \quad (12a)$$

$$\lambda_0^{(1,2)} = \omega \frac{\gamma_0}{4\gamma_{\mathbf{g}}} \left( -\beta \pm \sqrt{\beta^2 + 4\chi_{\mathbf{g}} \chi_{-\mathbf{g}} C^{(s)^2} \frac{\gamma_{\mathbf{g}}}{\gamma_0}} \right), \quad (12б)$$

где

$$\beta = \alpha - \chi_0 \left(1 - \frac{\gamma_{\mathbf{g}}}{\gamma_0}\right), \quad \alpha = \frac{1}{\omega^2} (k_{\mathbf{g}}^2 - k^2),$$

$$\gamma_0 = \cos \psi_0, \quad \gamma_{\mathbf{g}} = \cos \psi_{\mathbf{g}},$$

$\psi_0$  — угол между волновым вектором падающей волны  $\mathbf{k}$  и вектором нормали к поверхности пластинки  $\mathbf{n}$ ,  $\psi_{\mathbf{g}}$  — угол между волновым вектором  $\mathbf{k}_{\mathbf{g}}$  и вектором  $\mathbf{n}$  (рис. 1). Так как динамические добавки малы, то можно показать, что  $\theta \approx \theta'$  (рис. 1), и поэтому в дальнейшем угол  $\theta'$  будем обозначать как  $\theta$ .

Для решения дисперсионного уравнения длину волнового вектора свободных фотонов в аморфной среде  $k_a = \omega \sqrt{1 + \chi_a}$  удобно представить в виде

$$k_a = \omega \left(1 + \frac{\chi_0}{2}\right) + \frac{\gamma_0}{\gamma_{\mathbf{g}}} \left(\lambda'_{\mathbf{g}} - \frac{\omega \beta}{2}\right), \quad (13)$$

где

$$\lambda'_{\mathbf{g}} = \lambda_{\mathbf{g}}^* - \frac{\gamma_{\mathbf{g}}}{\gamma_0} \omega \left( \frac{\gamma^{-2} + \theta^2 - \chi_a}{2} \right),$$

$$\lambda_{\mathbf{g}}^* = \frac{\omega \beta}{2} + \frac{\gamma_{\mathbf{g}}}{\gamma_0} \lambda_0^*, \quad \lambda_0^* = \omega \left( \frac{\gamma^{-2} + \theta^2 - \chi_0}{2} \right), \quad (14)$$

а длину свободного излученного фотона в направлении рассеяния Брэгга в виде

$$k_0 = \omega \left(1 + \frac{\chi_0}{2}\right) + \lambda''_{\mathbf{g}}, \quad (15)$$

где  $\lambda''_{\mathbf{g}} = -\omega(\chi_0/2)$ . Используя введенные обозначения и систему уравнений (8), запишем выражения для полей.

В вакууме перед мишенью поле представлено псевдофотонами падающего на мишень кулоновского поля релятивистского электрона

$$E^{(s)vac I} = \frac{8\pi^2 ieV\theta P^{(s)}}{\omega} \times \frac{1}{\frac{\gamma_0}{\gamma_g}(-\chi_0 - \frac{2}{\omega} \frac{\gamma_0}{\gamma_g} \lambda_g + \beta \frac{\gamma_0}{\gamma_g})} \delta(\lambda_g - \lambda_g^*). \quad (16a)$$

В аморфной среде поле состоит из кулоновского поля электрона и поля излученных свободных фотонов  $E_a^{(s)}$ :

$$E_0^{(s)sr} = \frac{8\pi^2 ieV\theta P^{(s)}}{\omega} \frac{1}{\frac{\gamma_0}{\gamma_g}(-\chi_0 + \chi_a - \frac{2}{\omega} \frac{\gamma_0}{\gamma_g} \lambda_g + \beta \frac{\gamma_0}{\gamma_g})} \times \delta(\lambda_g - \lambda_g^*) + E_a^{(s)} \delta(\lambda_g - \lambda_g'). \quad (16b)$$

В кристалле поля падающей и дифрагированной волн состоят из кулоновского поля релятивистского электрона и полей двух свободных распространяющихся в кристалле рентгеновских волн

$$E_0^{(s)cr} = \frac{8\pi^2 ieV\theta P^{(s)}}{\omega} \frac{-\omega^2 \beta - 2\omega \frac{\gamma_0}{\gamma_g} \lambda_0}{4 \frac{\gamma_0^2}{\gamma_g^2} (\lambda_0 - \lambda_0^{(1)}) (\lambda_0 - \lambda_0^{(2)})} \delta(\lambda_0 - \lambda_0^*) + E_0^{(s)(1)} \delta(\lambda_0 - \lambda_0^{(1)}) + E_0^{(s)(2)} \delta(\lambda_0 - \lambda_0^{(2)}), \quad (16b)$$

$$E_g^{(s)cr} = -\frac{8\pi^2 ieV\theta P^{(s)}}{\omega} \frac{\omega^2 \chi_g C^{(s)}}{4 \frac{\gamma_0^2}{\gamma_g^2} (\lambda_g - \lambda_g^{(1)}) (\lambda_g - \lambda_g^{(2)})} \times \delta(\lambda_g - \lambda_g^*) + E_g^{(s)(1)} \delta(\lambda_g - \lambda_g^{(1)}) + E_g^{(s)(2)} \delta(\lambda_g - \lambda_g^{(2)}). \quad (16g)$$

Поля падающей и дифрагированной волн в кристалле связаны соотношением

$$E_0^{(s)cr} = (2\omega \lambda_g / \omega^2 \chi_g C^{(s)}) E_g^{(s)cr},$$

следующим из второго уравнения системы. Излученное поле в вакууме за мишенью в направлении рассеяния Брэгга будет иметь следующий вид:

$$E_g^{(s)vac II} = E_g^{(s)Rad} \delta(\lambda_g - \lambda_g''). \quad (17)$$

Для определения амплитуды поля излучения  $E_g^{(s)Rad}$  воспользуемся граничными условиями для полей на трех границах рассматриваемой двуслойной мишени:

$$\int E_0^{(s)vac I} d\lambda_g = \int E_0^{(s)sr} d\lambda_g,$$

$$\int E_0^{(s)sr} \exp\left(i \frac{\lambda_g}{\gamma_g} a\right) d\lambda_g = \int E_0^{(s)cr} \exp\left(i \frac{\lambda_g}{\gamma_g} a\right) d\lambda_g,$$

$$\int E_g^{(s)cr} \exp\left(i \frac{\lambda_g}{\gamma_g} a\right) d\lambda_g = 0,$$

$$\int E_g^{(s)cr} \exp\left(i \frac{\lambda_g}{\gamma_g} (a+b)\right) d\lambda_g = \int E_g^{(s)vac II} \exp\left(i \frac{\lambda_g}{\gamma_g} (a+b)\right) d\lambda_g. \quad (18)$$

Так как в настоящей работе рассмотрение процесса излучения релятивистского электрона в комбинированной среде, состоящей из аморфной и кристаллической пластин, ограничено прямолинейным движением электрона, то вклад в суммарный выход излучения вносят два механизма излучения: ДПИ и ПРИ.

Выделим из общей амплитуды когерентного излучения  $E_g^{(s)Rad}$ , следующей из (18), амплитуды, соответствующие двум различным механизмам излучения, записав их в виде двух слагаемых:

$$E_g^{(s)Rad} = E_{\text{PXR}}^{(s)} + E_{\text{DTR}}^{(s)}, \quad (19a)$$

где

$$E_{\text{PXR}}^{(s)} = \frac{8\pi^2 ieV\theta P^{(s)}}{\omega} \frac{\omega^2 \chi_g C^{(s)}}{2\omega \frac{\gamma_0}{\gamma_g} (\lambda_g^{(1)} - \lambda_g^{(2)})} \times \exp\left(i \left(\frac{\omega \chi_0}{2} + \lambda_g^*\right) \frac{(a+b)}{\gamma_g}\right) \times \left[ \left( \frac{1}{\chi_0 - \theta^2 - \gamma^{-2}} + \frac{\omega}{2 \frac{\gamma_0}{\gamma_g} (\lambda_g^* - \lambda_g^{(1)})} \right) \times \left( \exp\left(i \frac{\lambda_g^{(1)} - \lambda_g^*}{\gamma_g} b\right) - 1 \right) - \left( \frac{1}{\chi_0 - \theta^2 - \gamma^{-2}} + \frac{\omega}{2 \frac{\gamma_0}{\gamma_g} (\lambda_g^* - \lambda_g^{(2)})} \right) \times \left( \exp\left(i \frac{\lambda_g^{(2)} - \lambda_g^*}{\gamma_g} b\right) - 1 \right) \right], \quad (19b)$$

$$E_{\text{DTR}}^{(s)} = \frac{8\pi^2 ieV\theta P^{(s)}}{\omega} \exp\left(i \left(\frac{\omega \chi_0}{2} + \lambda_g^*\right) \frac{(a+b)}{\gamma_g}\right) \times \frac{\omega^2 \chi_g C^{(s)} (\exp(i \frac{\lambda_g^{(1)} - \lambda_g^*}{\gamma_g} b) - \exp(i \frac{\lambda_g^{(2)} - \lambda_g^*}{\gamma_g} b))}{2\omega \frac{\gamma_0}{\gamma_g} (\lambda_g^{(1)} - \lambda_g^{(2)})} \times \left[ \left( \frac{1}{\theta^2 + \gamma^{-2} - \chi_a} - \frac{1}{\theta^2 + \gamma^{-2}} \right) \times \exp\left(-i \frac{\omega a}{2\gamma_0} (\theta^2 + \gamma^{-2} - \chi_a)\right) + \left( \frac{1}{\chi_a - \theta^2 - \gamma^{-2}} - \frac{1}{\chi_0 - \theta^2 - \gamma^{-2}} \right) \right]. \quad (19b)$$

Выражение (19б) представляет амплитуду поля ПРИ релятивистского электрона, которое возникает при пересечении электроном кристаллического слоя мишени.

Слагаемые в квадратных скобках соответствуют двум рентгеновских волнам, возбуждаемым в кристаллической среде в направлении рассеяния Брэгга.

Выражение (19в) описывает амплитуду дифрагированного переходного излучения в рассматриваемой двухслойной мишени, которое включает в себя переходное излучение, возникающее на первой и второй границах, и дифрагированное на системе параллельных атомных плоскостей кристаллического слоя. Первое слагаемое в квадратных скобках выражения (19в) относится к переходному излучению, возникающему при пересечении релятивистским электроном границы между вакуумом и аморфной средой, а второе относится к переходному излучению, возбуждаемому на границе между аморфной средой и кристаллом. Выражения для амплитуд процессов ПРИ и ДПИ получены из общей амплитуды когерентного излучения и позволяют исследовать влияние интерференции ПРИ и ДПИ на результирующее излучение из мишени, а также влияние интерференции переходных излучений от разных границ комбинированной среды на результирующий вклад ДПИ.

### Спектрально-угловая плотность излучения

Рассмотрим свойства излучения для сравнительно простого случая тонкой мишени, когда поглощением излучения можно пренебречь ( $\chi''_a = 0, \chi''_0 = 0$ ). Подставляя (19б) и (19в) в хорошо известное [30] выражение для спектрально-угловой плотности рентгеновского излучения

$$\omega \frac{d^2N}{d\omega d\Omega} = \omega^2 (2\pi)^{-6} \sum_{s=1}^2 |E^{(s)Rad}|^2, \quad (20)$$

получим выражения, описывающие спектрально-угловые плотности ПРИ и ДПИ релятивистского электрона в мишени, которые представим в удобном для анализа виде

$$\omega \frac{d^2N_{PXR}^{(s)}}{d\omega d\Omega} = \frac{e^2}{4\pi^2} \frac{P^{(s)^2}}{|\chi'_0|} T_{PXR}^{(s)}, \quad (21a)$$

$$T_{PXR}^{(s)} = \frac{\theta^2}{|\chi'_0|} \frac{1}{(\Gamma + 1)^2} R_{PXR}^{(s)}, \quad (21б)$$

$$R_{PXR}^{(s)} = 4 \left( 1 - \frac{\xi^{(s)}(\omega)}{\sqrt{\xi^{(s)}(\omega)^2 + \varepsilon}} \right)^2 \times \frac{\sin^2 \left( \frac{B^{(s)}}{2} \left( \sigma^{(s)} + \frac{\xi^{(s)}(\omega) - \sqrt{\xi^{(s)}(\omega)^2 + \varepsilon}}{\varepsilon} \right) \right)}{\left( \sigma^{(s)} + \frac{\xi^{(s)}(\omega) - \sqrt{\xi^{(s)}(\omega)^2 + \varepsilon}}{\varepsilon} \right)^2}, \quad (21в)$$

$$\omega \frac{d^2N_{DTR}^{(s)}}{d\omega d\Omega} = \frac{e^2}{4\pi^2} \frac{P^{(s)^2}}{|\chi'_0|} T_{DTR}^{(s)}, \quad (22a)$$

$$T_{DTR}^{(s)} = T_{DTR}^{1(s)} + T_{DTR}^{2(s)} + T_{DTR}^{int(s)}, \quad (22б)$$

$$T_{DTR}^{1(s)} = \frac{\theta^2}{|\chi'_0|} \left( \frac{1}{\Gamma} - \frac{1}{\Gamma_a} \right)^2 R_{DTR}^{(s)}, \quad (22в)$$

$$T_{DTR}^{2(s)} = \frac{\theta^2}{|\chi'_0|} \left( \frac{1}{\Gamma_a} - \frac{1}{\Gamma + 1} \right)^2 R_{DTR}^{(s)}, \quad (22г)$$

$$T_{DTR}^{int(s)} = 2 \frac{\theta^2}{|\chi'_0|} \left( \frac{1}{\Gamma} - \frac{1}{\Gamma_a} \right) \left( \frac{1}{\Gamma_a} - \frac{1}{\Gamma + 1} \right) \times \cos \left( B^{(s)} \frac{a}{b} \frac{1}{v^{(s)}} \Gamma_a \right) R_{DTR}^{(s)}, \quad (22д)$$

$$R_{DTR}^{(s)} = \frac{4\varepsilon^2}{\xi^{(s)}(\omega)^2 + \varepsilon} \sin^2 \left( \frac{B^{(s)} \sqrt{\xi^{(s)}(\omega)^2 + \varepsilon}}{\varepsilon} \right), \quad (22е)$$

где

$$\Gamma = \frac{\theta^2}{|\chi'_0|} + \frac{1}{\gamma^2 |\chi'_0|}, \quad \Gamma_a = \frac{\theta^2}{|\chi'_0|} + \frac{1}{\gamma^2 |\chi'_0|} + \frac{\chi'_a}{\chi'_0},$$

$$\xi^{(s)}(\omega) = \eta^{(s)}(\omega) + \frac{1 - \varepsilon}{2v^{(s)}},$$

$$\eta^{(s)}(\omega) = \frac{\alpha}{2|\chi'_g|C^{(s)}} = \frac{2 \sin^2 \theta_B}{V^2 |\chi'_g| C^{(s)}}$$

$$\times \left( 1 - \frac{\omega(1 - \theta \cos \varphi \cot \theta_B)}{\omega_B} \right),$$

$$\varepsilon = \frac{\gamma_g}{\gamma_0} = \frac{\cos \psi_g}{\cos \psi_0}, \quad \sigma^{(s)} = \frac{1}{v^{(s)}} \left( \frac{\theta^2}{|\chi'_0|} + \frac{1}{\gamma^2 |\chi'_0|} + 1 \right),$$

$$v^{(s)} = \frac{\chi'_g C^{(s)}}{\chi'_0}, \quad B^{(s)} = \frac{1}{2 \sin(\delta - \theta_B)} \frac{b}{L_{ext}^{(s)}}. \quad (23)$$

В (22а) выражение для  $T_{DTR}^{(s)}$ , описывающее спектрально-угловую плотность дифрагированного переходного излучения, представлено в виде суммы слагаемых, описывающих дифрагированные излучения от первой и второй границ соответственно  $T_{DTR}^{1(s)}$  и  $T_{DTR}^{2(s)}$ , а также их интерференционное слагаемое  $T_{DTR}^{int(s)}$ .

Так как в области рентгеновских частот выполняется неравенство  $2 \sin^2 \theta_B / V^2 |\chi'_g| C^{(s)} \gg 1$ , то  $\eta^{(s)}(\omega)$  является быстрой функцией от частоты  $\omega$ , и поэтому для дальнейшего анализа спектров ПРИ и ДПИ удобно рассматривать  $\eta^{(s)}(\omega)$  как спектральную переменную, характеризующую частоту  $\omega$ .

Параметр  $B^{(s)}$  равен половине пути электрона в кристаллической пластинке, выраженной в длинах экстинкции  $L_{ext}^{(s)} = 1/\omega |\chi'_g| C^{(s)}$ .

Важным параметром в выражениях (21в) и (22е) является параметр  $\varepsilon$ , который представим в виде  $\varepsilon = \frac{\sin(\delta + \theta_B)}{\sin(\delta - \theta_B)}$ . Этот параметр определяет степень асимметрии отражения поля в кристалле относительно поверхности мишени. Здесь  $\theta_B$  — угол между скоростью электрона и системой параллельных атомных плоскостей в кристалле,  $\delta$  — угол между поверхностью мишени и отражающими плоскостями. Необходимо отметить, что угол падения электрона на поверхность мишени  $\delta - \theta_B$

увеличивается при уменьшении параметра  $\varepsilon$ . В случае симметричного отражения волновые векторы падающих и дифрагированных фотонов составляют с поверхностью пластинки равные углы, а в случае асимметричного — неравные. При этом в симметричном случае  $\varepsilon = 1$  и  $\delta = \pi/2$ , а в асимметричном  $\varepsilon \neq 1$  и  $\delta \neq \pi/2$ .

Рассмотрим спектр ПРИ релятивистского электрона, пересекающего рассматриваемую мишень  $R_{\text{PXR}}^{(s)}$  (см. (21в)). Можно видеть, что этот спектр зависит только от толщины кристаллической составляющей мишени и не зависит от толщины аморфной. Спектр может наблюдаться под некоторым фиксированным углом  $\theta$  к направлению скорости падающего электрона. Описывающие спектр ПРИ кривые, построенные по формуле (21в) для следующих значений параметров:  $\theta/\sqrt{|\chi'_0|} = 0.3$ ,  $1/(\gamma\sqrt{|\chi'_0|}) = 0.3$ ,  $\nu^{(s)} = 0.8$ , представлены на рис. 2. Эти кривые демонстрируют рост амплитуды спектра при увеличении толщины кристаллической мишени  $b$ , входящей в параметр  $B^{(s)}$ . Кривые, представленные на рис. 2, как и все рассматриваемые далее, построены для конкретного значения параметра асимметрии отражения  $\varepsilon = 3$ , определяющего угол  $\delta$  между системой параллельных атомных плоскостей кристалла и поверхностью мишени при фиксированном угле  $\theta_B$ .

Диэлектрическая восприимчивость в рассматриваемой нами рентгеновской области частот описывается выражением

$$\chi_a = \chi'_a + i\chi''_a, \quad (24)$$

где  $\chi'_a = -\omega_a^2/\omega^2$ ,  $\omega_a^2 = (4\pi Z_a e^2 n_a)/m$ ,  $Z_a$  — число электронов в атоме,  $n_a$  — плотность атомов. Отсюда следует, что соотношение диэлектрических восприимчивостей аморфной и кристаллической частей мишени  $\chi'_a/\chi'_0 = Z_a n_a / Z_0 n_0$  пропорционально отношению плотностей их материалов.

Далее рассмотрим влияние диэлектрических свойств аморфной мишени на дифрагированное переходное излучение. На рис. 3 представлены кривые, описывающие спектрально-угловые плотности ПРИ и ДПИ,

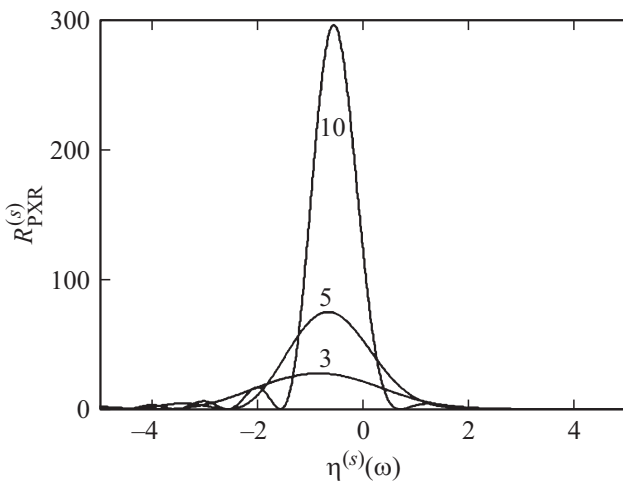


Рис. 2. Спектры ПРИ для разных значений толщины кристаллического слоя мишени (значения  $B^{(s)}$  указаны у кривых).

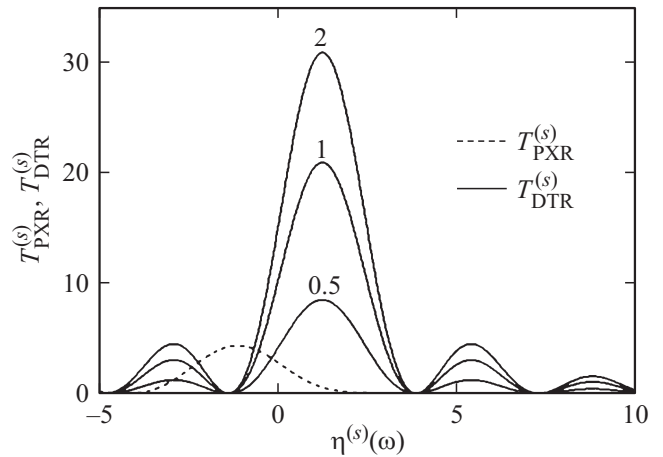
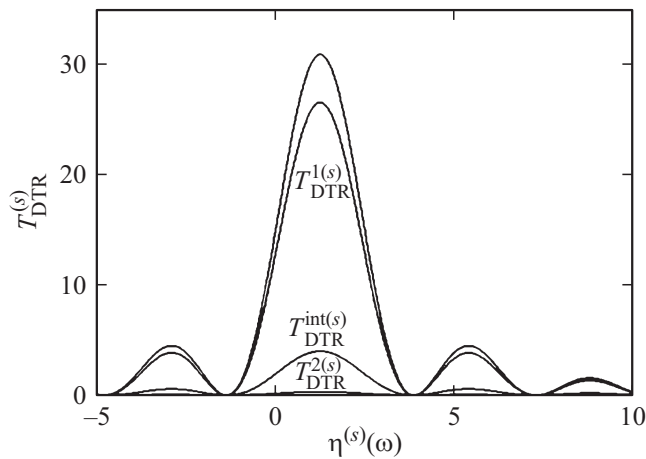


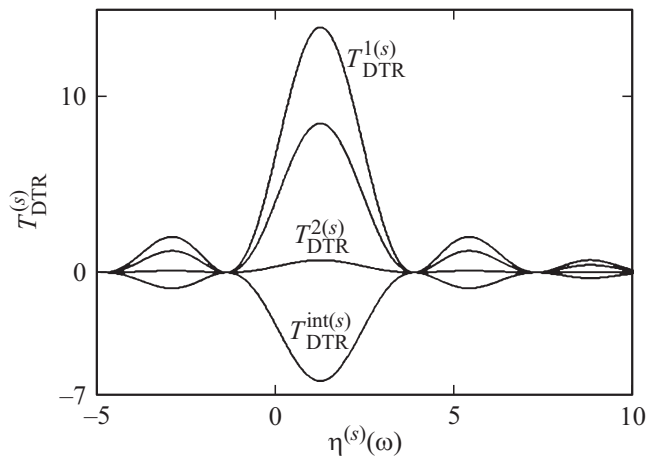
Рис. 3. Спектр ПРИ и спектры ДПИ для различных аморфных сред (различных соотношений  $\chi'_a/\chi'_0$ , указанных у кривых).

построенные по формулам (21б) и (22б) при фиксированных значениях угла наблюдения  $\theta$ , лоренц-фактора электрона  $\gamma$  и параметров кристаллической пластины:  $B^{(s)} = 3$ ,  $a/b = 1$ ,  $\varepsilon = 3$ ,  $\theta/\sqrt{|\chi'_0|} = 0.5$ ,  $1/(\gamma\sqrt{|\chi'_0|}) = 0.2$ ,  $\nu^{(s)} = 0.8$ . Откуда видно, что толщины аморфной и кристаллической пластин выбраны одинаковыми:  $a = b$ . Как видно из рисунка, при увеличении соотношения  $\chi'_a/\chi'_0$ , т.е. при увеличении плотности материала аморфной среды, существенно увеличивается спектральная плотность ДПИ, а спектральная плотность ПРИ не изменяется. Таким образом, изменяя материал аморфной среды, можно повысить спектрально-угловую плотность ДПИ, не увеличивая энергии электрона. Формулы, полученные в настоящей работе, позволяют рассчитать величины спектрально-угловой плотности ДПИ и ПРИ в зависимости от параметров мишени.

Вклады в спектрально-угловую плотность ДПИ переходных излучений, формируемых на первой и второй границах комбинированной среды, а также интерференционного слагаемого, демонстрируют построенные по формулам (22б)–(22д) кривые, представленные на рис. 4–6. В частности, из рис. 4 видно, что в случае, когда аморфная среда является более плотной, чем кристаллическая, основной вклад в выход ДПИ дает волна, возбуждаемая на первой границе. При этом интерференционное слагаемое оказывается более существенным, чем слагаемое, определяющее вклад волны, возбуждаемой на второй границе комбинированной среды. При уменьшении плотности аморфной среды интерференционное слагаемое может давать деструктивный вклад в спектрально-угловую плотность ДПИ (рис. 5). Если же плотность аморфной среды существенно уменьшить, вклад в суммарное ДПИ волны переходного излучения, возбужденной на второй границе, может стать подавляющим. Ко всем этим выводам можно прийти, аналитически анализируя выражения (22). Отметим, что изменение толщины аморфной среды  $a$  в случае тонкой непоглощающей мишени влияет, как следует из (22),



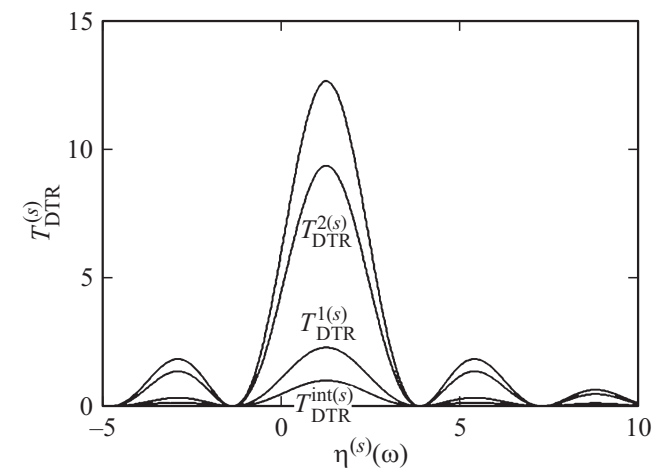
**Рис. 4.** Вклады в спектр ДПИ волн ПИ, возбуждаемых на первой и второй границах комбинированной мишени, и их интерференционного слагаемого при  $\chi'_a/\chi'_0 = 2$ . Другие параметры те же, что на рис. 3.



**Рис. 5.** То же, что на рис. 4, для значения соотношения  $\chi'_a/\chi'_0 = 0.5$ .

На рис. 7 построены кривые, описывающие угловые плотности ДПИ и ПРИ, которые показывают, что, как и для спектрально-угловой плотности, при фиксированном угле наблюдения (рис. 3) увеличение соотношения  $\chi'_a/\chi'_0$  приводит к существенному росту угловой плотности ДПИ. Данные кривые построены при значениях параметров:  $B^{(s)} = 3$ ,  $a/b = 1$ ,  $\varepsilon = 3$ ,  $1/(\gamma\sqrt{|\chi'_0|}) = 0.2$ ,  $\nu^{(s)} = 0.8$ . Полученный результат может быть использован при создании альтернативных компактных интенсивных источников рентгеновского излучения на основе взаимодействия релятивистских электронов со сложными структурированными материалами.

При уменьшении энергии излучающих электронов, когда вклад ПРИ в суммарную угловую плотность становится определяющим, ДПИ может привести к различным деформациям или осцилляциям в угловой плотности суммарного когерентного излучения (рис. 8) в зависимости от соотношения  $\frac{a}{b}$ , определяющего толщину аморфной пластинки при фиксированной толщине  $b$



**Рис. 6.** То же, что на рис. 5, для значения соотношения  $\chi'_a/\chi'_0 = 0.1$ .

только на интерференционное слагаемое и существенно повлиять на спектральную плотность не может.

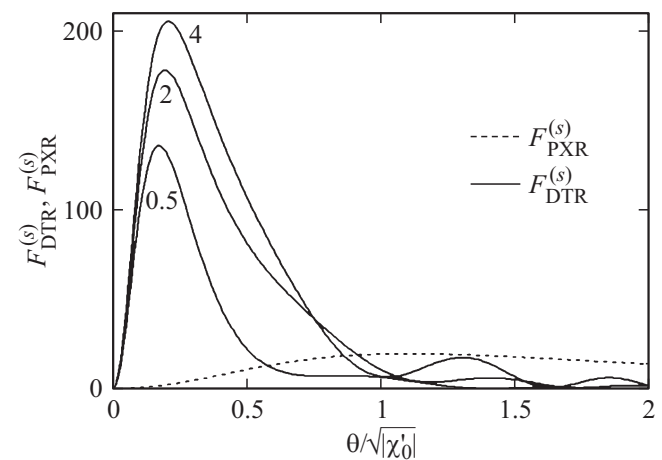
Рассмотрим влияние аморфной среды на угловую плотность ДПИ через параметр  $\chi'_a/\chi'_0$ . Для этого проинтегрируем выражения (21a) и (22a) по частотной функции  $\eta^{(s)}(\omega)$ :

$$\frac{dN_{\text{PXR}}^{(s)}}{d\Omega} = \frac{e^2 P^{(s)^2}}{8\pi^2 \sin^2 \theta_B} F_{\text{PXR}}^{(s)}(\theta),$$

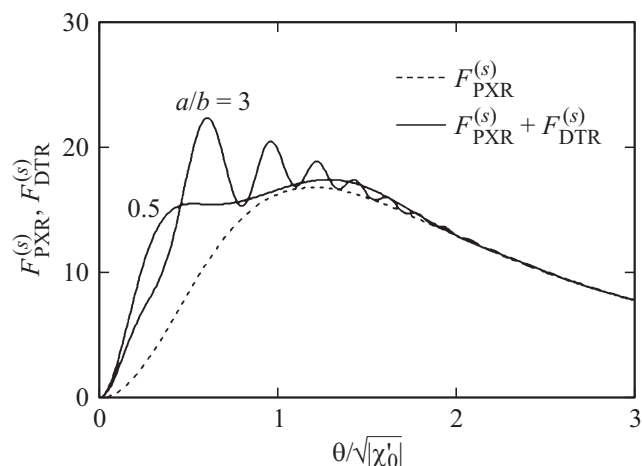
$$F_{\text{PXR}}^{(s)}(\theta) = \nu^{(s)} \int_{-\infty}^{+\infty} T_{\text{PXR}}^{(s)} d\eta^{(s)}(\omega), \quad (25a)$$

$$\frac{dN_{\text{DTR}}^{(s)}}{d\Omega} = \frac{e^2 P^{(s)^2}}{8\pi^2 \sin^2 \theta_B} F_{\text{DTR}}^{(s)}(\theta),$$

$$F_{\text{DTR}}^{(s)}(\theta) = \nu^{(s)} \int_{-\infty}^{+\infty} T_{\text{DTR}}^{(s)} d\eta^{(s)}(\omega). \quad (25b)$$



**Рис. 7.** Угловая плотность ПРИ (штриховая линия) и угловая плотность ДПИ (сплошные линии) для различных значений параметра вещества аморфного слоя мишени (соотношение  $\chi'_a/\chi'_0$  указано у кривых).



**Рис. 8.** Влияние ПИ из аморфной подложки на угловую плотность ПРИ для разных значений соотношения  $a/b$ .

кристаллической пластинки. Этот факт также можно использовать при постановке реальных экспериментов, в которых аморфная среда выступает в качестве подложки ультратонкой кристаллической пластинки. Кривые на рис. 8 построены при значениях параметров:  $\chi'_a/\chi'_0 = 0.5$ ,  $B^{(s)} = 3$ ,  $\varepsilon = 3$ ,  $1/(\gamma\sqrt{|\chi'_0|}) = 0.5$ ,  $\nu^{(s)} = 0.8$ .

## Заключение

В рамках динамической теории дифракции построена теория когерентного рентгеновского излучения релятивистского электрона, пересекающего мишень, состоящую из аморфного и кристаллического слоев. На основе двухволнового приближения динамической теории дифракции получены выражения, описывающие спектральные угловые плотности параметрического рентгеновского и дифрагированного переходного излучений. Расчеты спектрально-угловых распределений, проведенные на основе этих выражений, позволили показать, что увеличение плотности среды аморфного слоя при фиксированной плотности кристаллического слоя вызывает возрастание вклада ДПИ в суммарное излучение из комбинированной мишени, а вклад ПРИ при этом не изменяется. Исследован вклад волн переходных излучений, возбуждаемых на первой и второй границах комбинированной мишени, и их интерференционного слагаемого в суммарный выход ДПИ.

Исследовано влияние переходного излучения, возбуждаемого в аморфной подложке кристаллической мишени, на выход и спектрально-угловые характеристики когерентного рентгеновского излучения релятивистского электрона.

Работа поддержана Министерством образования и науки Российской Федерации (проектная часть государственного задания № 3.500.2014/К в сфере научной деятельности и государственное задание № 2014/420).

## Список литературы

- [1] Гинзбург В.Л., Франк И.М. // ЖЭТФ. 1946. Т. 16. С. 15.
- [2] Гинзбург В.Л., Цытович В.Н. Переходное излучение и переходное рассеяние. М.: Наука, 1984. 360 с.
- [3] Кольцов А.В., Серов А.В. // ЖЭТФ. 2013. Т. 143. С. 844.
- [4] Серов А.В., Болотовский Б.М. // ЖЭТФ. 2007. Т. 131. С. 994.
- [5] Рязанов М.И. // ЖЭТФ. 2004. Т. 125. С. 543.
- [6] Potylitsyn A.P., Rezaev R.O. // Nucl. Instrum. Meth. B. 2006. Vol. 252. P. 44.
- [7] Sergeeva D.Yu., Tishchenko A.A., Strikhanov M.N. // Nucl. Instrum. Meth. B. 2013. Vol. 309. P. 189.
- [8] Shul'ga N.F., Syshchenko V.V. // Nucl. Instrum. Meth. B. 2003. Vol. 201. P. 78.
- [9] Rullhusen R., Artru X., Dhez P. Novel Radiation Sources Using Relativistic Electrons. Singapore: World Scientific, 1999.
- [10] Caticha A. // Phys. Rev. A. 1989. Vol. 40. P. 4322.
- [11] Baryshevsky V. // Nucl. Instrum. and Meth. A. 1997. Vol. 122. P. 13.
- [12] Artru X., Rullhusen P. // Nucl. Instrum. Meth. B. 1998. Vol. 145. P. 1.
- [13] Nasonov N. // Phys. Lett. A. 1998. Vol. 246. P. 148.
- [14] Тер-Микаэлян М.Л. Влияние среды на электромагнитные процессы при высоких энергиях. Ереван: АН АрмССР, 1969. 459 с.
- [15] Гарибян Г.М., Ян Шу // ЖЭТФ. 1971. Т. 61. С. 930.
- [16] Барышевский В.Г., Феранчук И.Д. // ЖЭТФ. 1971. Т. 61. С. 944.
- [17] Nitta H. // Phys. Lett. A. 1991. Vol. 158. P. 270.
- [18] Feranchuk I.D., Ivashin A.V. // J. Physique. 1985. Vol. 46. P. 1981.
- [19] Baryshevsky V.G., Feranchuk I.D. // J. Physique. 1983. Vol. 44. P. 913.
- [20] Nasonov N. // Phys. Lett. A. 2001. Vol. 292. P. 146–149.
- [21] Nasonov N., Noskov A. // Nucl. Instrum. Meth. B. 2003. Vol. 201. P. 67.
- [22] Nasonov N.N., Zhukova P., Piestrup M.A., Park H. // Nucl. Instrum. Meth. B. 2006. Vol. 251. P. 96–98.
- [23] Blazhevich S., Noskov A. // Nucl. Instrum. Meth. B. 2006. Vol. 252. P. 69.
- [24] Blazhevich S.V., Noskov A.V. // Nucl. Instrum. Meth. B. 2008. Vol. 266. P. 3770.
- [25] Blazhevich S., Noskov A. // ЖЭТФ. 2009. Т. 136. P. 1043.
- [26] Блажевич С.В., Носков А.В. // ЖТФ. 2010. Т. 80. Вып. 3. С. 1–9.
- [27] Блажевич С.В., Носков А.В. // ЖТФ. 2008. Т. 78. Вып. 9. С. 84–90.
- [28] Блажевич С.В., Колосова И.В., Носков А.В. // ЖЭТФ. 2012. Т. 141. Вып. 4. С. 627.
- [29] Blazhevich S., Noskov A. // Nucl. Instrum. Meth. B. 2013. Vol. 309. P. 70–75.
- [30] Базылев В.А., Жеваго Н.К. Излучение быстрых частиц в веществе и внешних полях. М.: Наука, 1987. 272 с.
- [31] Пинскер З.Г. Динамическое рассеяние рентгеновских лучей в идеальных кристаллах. М.: Наука, 1974. 369 с.