

Определение энергозатрат процесса измельчения твердых материалов

© Dr. Yu. Guangbin,^{1,2} М.М. Кузнецова,^{1,3} М.Б. Мараховский,^{1,4} А.А. Алексина⁵

¹ Харьковский национальный университет им. В.Н. Каразина,
61022 Харьков, Украина

² Harbin University of Science and Technology,
150080 Harbin, China

³ Национальный университет гражданской защиты Украины,
61023 Харьков, Украина

⁴ Государственный технический университет „Харьковский политехнический институт“,
61002 Харьков, Украина

⁵ Санкт-Петербургский государственный архитектурно-строительный университет,
190005 Санкт-Петербург, Россия
e-mail: Anna-Aleks-pusya@yandex.ru

(Поступило в Редакцию 24 июля 2014 г.)

Представлены результаты аналитических исследований процесса измельчения сыпучих материалов в шаровой мельнице. Получено выражение, определяющее затраты энергии на реализацию процесса измельчения, учитывающее способ измельчения и характеристики измельчаемого материала.

В теории расчета затрат энергии на измельчение наиболее известны методы, предложенные Риттингером, Кирпичевым и Киком, Бондом и Рундквистом [1–3]. Но ни один из них не нашел практического применения из-за того, что они учитывают только геометрические размеры частиц, которые измельчаются, и характеристики материала, несмотря на способ и условия измельчения. Все это затрудняет использование известных методов для описания реальных процессов измельчения.

Нами предлагается метод расчета энергозатрат процесса измельчения в зависимости от соотношения влияния способов ударного разрушения и разрушения трением, а также изменения прочностных характеристик материала в процессе измельчения.

Полезная работа, затрачиваемая на измельчение, разделяется на две составляющие: работу удара (A_{impact}) и работу трения (A_{friction}):

$$A = A_{\text{impact}} + A_{\text{friction}}. \quad (1)$$

Разрушение ударом возникает, когда энергия упругой деформации, накопленная телом, переходит в поверхностную энергию образования новой поверхности:

$$A_{\text{impact}} = \frac{\sigma^2 V}{2E} = \frac{\sigma^2 k d^3}{2E}, \quad (2)$$

где σ — предел прочности на сжатие частицы материала, Па; V — объем частицы материала, mm^3 ; d — размер частицы материала (диаметр сферы, описанной вокруг многогранника, к форме которого стремится форма частицы материала), м; k — коэффициент формы; E — модуль упругости материала (модуль Юнга), Па.

На измельчение трением в шаровой мельнице (по Тагарту [4]) расходуется около 1.5–2% энергии, соответствующей части массы (объема) материала, который

истирается. Предлагается ввести параметр энергетический p , характеризующий долю энергии, приходящейся на измельчение ударом. Тогда энергии трения соответствует доля в $(1 - p)$. Прочность материала начинает значительно увеличиваться с достижением частицей определенного критического размера d_{cr} , который определяется отдельно для каждого материала [2]. То есть процесс измельчения вследствие раскалывания под влиянием ударной нагрузки можно разделить на две части: измельчение до критического размера частиц и измельчение частиц до размера, меньшего, чем критический. В первой части процесса измельчения проявлением масштабного эффекта можно пренебречь из-за незначительного его проявления и принять значение предела прочности материала на сжатие постоянным. Предположим, что первая часть процесса измельчения — от начального размера d до критического размера d_{cr} — реализуется за n_1 этапов. Тогда энергия, которая необходима для разрушения ударом одной частицы материала в первой части процесса измельчения, равна

$$A_{\text{impact1}} = \frac{\sigma^2 k d^3}{2E} \sum_{i=0}^{n_1} p^i. \quad (3)$$

Во второй части процесса измельчения предел прочности начинает расти, т. е. его значение будет зависеть от размера частицы (степени измельчения, или этапа измельчения). Предлагается представлять проявление масштабного эффекта начиная с момента достижения размера частицы, равного d_{cr} , в виде экспоненциальной зависимости предела прочности от этапа измельчения. Таким образом, предел прочности будет асимптотично следовать от практического значения до теоретического:

$$\sigma_i = \sigma + \sigma_i(1 - e^{-ai}), \quad (4)$$

где σ_i — граница прочности на сжатие на i -м этапе измельчения, $\rho\sigma$ — значение предела прочности на сжатие данного материала для частиц более крупных, чем d_{cr} , определяемое по справочным данным или путем лабораторных испытаний образцов материала, $\rho\sigma_i$ — теоретическое значение предела прочности материала на сжатие, определяемое по уравнению Орована–Келли, $\rho\sigma$; α — коэффициент масштабного эффекта, который определяется эмпирически для каждого конкретного материала; i — этап измельчения.

Для второй части процесса значение энергии, расходуемой на измельчение одной частицы материала от начального размера d_{cr} до заданного, можно определить следующим уравнением:

$$A_{\text{impact2}} = \frac{kd_{cr}^3}{2R} \sum_{i=0}^{n_2} \left[p^i (\sigma + \sigma_i (1 - e^{-\alpha i}))^2 \right], \quad (5)$$

где n_2 — количество этапов измельчения второй части процесса.

Разрушение трением — истирание возникает за счет накопления разрушительных напряжений в бесконечно тонких поверхностных слоях измельчаемых частиц, в результате чего удаляется материал в виде сверхтонкой фракции. Каждый этап разрушения, когда истиранием удаляется часть материала $(1-p)$, содержит в себе множество последовательностей истирания сверхтонких слоев материала, суммарный объем которых составляет $kd^3(1-p^n)$. Поскольку процесс истирания протекает поэтапно с накоплением разрушающего напряжения в сверхтонком слое материала, то предел прочности для этого процесса стремится к теоретическому значению за счет малых объемов накопления и разрушения. Это обусловлено минимально возможным количеством дефектов структуры для бесконечно малого объема материала. Работа сил трения, которая расходуется на истирание $(1-p)$ части материала для частей начальным размером d , равна

$$A_{\text{friction1}} = \frac{\sigma_i^2 kd^3}{2E} (1 - p^{n_1}) \quad (6)$$

для первой части процесса измельчения;

$$A_{\text{friction}} = \frac{\sigma_i^2 kd_{cr}^3}{2E} (1 - p^{n_2}) \quad (7)$$

для второй части.

Выражение, определяющее работу, которая расходуется на измельчение частицы материала от начального размера d до размера начала проявления масштабного эффекта d_{cr} за n_1 этапов, определяется суммой уравнений (3) и (6):

$$A_1 = \frac{kd^3}{2E} \left(\sigma^2 \sum_{i=0}^{n_1} p^i + \sigma_i^2 (1 - p^{n_1}) \right). \quad (8)$$

После добавления уравнений (5) и (7) получим выражение для определения работы, которая расходуется

на измельчение частицы материала от размера начала проявления масштабного эффекта d_{cr} до конечного размера d_f в n_2 этапов:

$$A_2 = \frac{kd_{cr}^3}{2E} \left(\sum_{i=0}^{n_2} \left[p^i (\sigma + \sigma_i (1 - e^{-\alpha i}))^2 \right] + \alpha_i^2 (1 - p^{n_2}) \right). \quad (9)$$

В случае рассмотрения измельчения частицы от начального размера d , большей чем d_{cr} , к конечному размеру d_f , который меньше, чем d_{cr} , работа, затрачиваемая на измельчение, выражается в виде суммы уравнений (8) и (9). Необходимо учитывать тот факт, что в начале второй части в процессе измельчения участвует a^{n_1} частиц размером d_{cr} , которые были созданы в результате измельчения начальной частицы за n_1 этапов. Принимаем минимальное значение количества частиц, образующихся в результате раскалывания под влиянием ударной нагрузки $a = 2$. Отсюда

$$A = \frac{kd^3}{2E} \left(\sigma^2 \sum_{i=0}^{n_1} p^i + \sigma_i^2 (1 - p^{n_1}) \right) + 2^{n_1} \frac{kd_{cr}^3}{2E} \left(\sum_{i=0}^{n_2} \left[p^i (\sigma + \sigma_i (1 - e^{-\alpha i}))^2 \right] + \sigma_i^2 (1 - p^{n_2}) \right). \quad (10)$$

Выражение (10) показывает зависимость работы, затраченной на измельчение одной частицы, от этапа измельчения. Для того чтобы сформулировать аналогичную зависимость для измельчения материала массой m_m , нужно выражение (10) умножить на количество частиц N , содержащихся в материале массой m_m :

$$A = \frac{m_m}{2E\rho} \left(\left(\sigma^2 \sum_{i=0}^{n_1} p^i + \sigma_i^2 (1 - p^{n_1}) \right) + 2^{n_1} \frac{d_{cr}^3}{d^3} \left(\sum_{i=0}^{n_2} \left[p^i (\sigma + \sigma_i (1 - e^{-\alpha i}))^2 \right] + \sigma_i^2 (1 - p^{n_2}) \right) \right), \quad (11)$$

где m_m — масса материала, подлежащего измельчению, kg ; ρ — плотность материала, kg/m^3 .

Для того чтобы выразить значение энергии, расходуемой на измельчение, от геометрических размеров частиц измельчаемого материала, определим значение количества этапов измельчения в каждой части этого процесса. Максимальная степень измельчения материала — u — равна отношению начального размера частицы к конечному. С каждым этапом каждая частица раскалывается на a кусков. Отсюда можно утверждать, что

$$a^n = \frac{d^3}{d_k^3} = u^3. \quad (12)$$

Приняв минимальное значение $a = 2$, определим количество этапов, необходимых для получения определенного размера доли измельчаемого:

$$n = \frac{3 \lg u}{\lg 2} \approx 10 \lg \frac{d}{d_x}. \quad (13)$$

Из этого уравнения можно выразить количество этапов первой и второй частей процесса измельчения.

Таким образом, зависимость работы, затрачиваемой на измельчение массы материала m_m комбинированием способа удара и трения от начального и конечного размеров частиц, характеристик материала (начальный практический предел прочности, размер частицы, соответствующий началу проявления масштабного эффекта, коэффициент масштабного эффекта, теоретический предел прочности данного материала, параметр характера процесса помола), определяется выражением

$$A = \frac{m_m}{2E\rho} \left[\left(\sigma^2 \sum_{i=0}^{10 \lg \frac{d}{d_{cr}}} p^i + \sigma_t^2 (1 - p^{10 \lg \frac{d}{d_{cr}}}) \right) + 2^{10 \lg \frac{d_{cr}}{d_f}} \frac{d_{cr}^3}{d^3} \left(\sum_{i=0}^{10 \lg \frac{d_{cr}}{d_f}} \left[p^i (\sigma + \sigma_t (1 - e^{-ai})) \right]^2 \right) + \sigma_t^2 (1 - p^{10 \lg \frac{d_{cr}}{d_f}}) \right]. \quad (14)$$

Выражение (14) подходит для определения энергозатрат процесса сверхтонкого измельчения. В современной промышленности наиболее часто реализуется процесс мелкого измельчения, при котором проявление масштабного эффекта незначительно, и в оценочных расчетах его влиянием можно пренебречь. Следовательно, для описания необходимой энергии для измельчения материала достаточно рассматривать первую часть процесса. Тогда выражение, определяющее энергопотребление, будет иметь вид

$$A = \frac{m_m}{2E\rho} \left(\sigma^2 \sum_{i=0}^{10 \lg \frac{d}{d_f}} p^i + \sigma_t^2 (1 - p^{10 \lg \frac{d}{d_f}}) \right). \quad (15)$$

Вывод

Впервые установлена зависимость энергозатрат процесса измельчения от характеристик материала и способа измельчения — уравнение (14). Предложено использование параметра p , с помощью которого можно задавать соотношение влияния различных способов измельчения на процесс помола. Это дало возможность сравнить значения энергии, расходуемой на измельчение, в зависимости от доли воздействия ударного разрушения и разрушения трением для процессов с разным уровнем дисперсности исходного продукта. Это дает возможность применять более рациональный способ измельчения. Полученное уравнение свидетельствует о том, что в процессе помола, когда размер частиц конечного продукта больше критического размера частицы, более рационально измельчения ударом. При более тонком измельчении увеличение доли энергии, приходящейся на разрушение трением, приводит к значительному уменьшению энергозатрат процесса измельчения.

Предложенное выражение для определения энергозатрат процесса измельчения (14) можно считать универсальным, поскольку оно позволяет учесть влияние двух видов разрушающей нагрузки, а также в случае определения энергии, затрачиваемой при процессе сверхтонкого измельчения, влияние масштабного фактора.

Работа выполнена при поддержке фондов: The Harbin City Key Technologies R&D Program under Grant N 2013AE1BW054, The Key Program of National Natural Science Foundation of Heilongjiang N ZD201309, The Key Program for International S&T Cooperation Projects of China N 2013DFA71120.

Список литературы

- [1] Андреев С.Е., Зверичев В.В., Перов В.А. // Дробление, измельчение и грохочение полезных ископаемых. М.: Недра, 1980. 415 с.
- [2] Бонд Ф.С. // Законы дробления. Труды европейского совещания по измельчению. М.: Стройиздат, 1966. С. 195–208.
- [3] Сиденко П.М. // Измельчение в химической промышленности. М.: Химмия, 1977. 368 с.
- [4] Таггарт А.Ф. // Справочник по обогащению полезных ископаемых. М.: Metallurgizdat, 1950. 270 с.