

01;05.2

Исследование внутреннего импеданса завитых проводов со стальным сердечником на промышленной частоте

© А.Г. Меркушев, И.А. Елагин

Санкт-Петербургский государственный университет,
Научно-образовательный центр „Электрофизика“, Санкт-Петербург,
Петергоф
E-mail: alexei.merkushev@gmail.com

Поступило в Редакцию 6 октября 2014 г.

Предложена оригинальная упрощенная математическая модель, описывающая распределение гармонического электромагнитного поля в завитых высоковольтных проводах с однослойной обмоткой и стальным сердечником на промышленной частоте. Навитые жилы в рамках физической идеализации, лежащей в основе модели, представлены в виде анизотропно проводящего слоя. Показано, что учет завивки приводит к возникновению осевого магнитного поля, наличие которого может существенно сказываться на потерях в проводе. Для провода марки АС-70 с помощью модели получена зависимость внутреннего импеданса от магнитной проницаемости сердечника, которая сопоставлена с результатами модели „полый цилиндр“, а также с результатами расчетов в полной постановке с помощью метода конечных элементов.

Точность задания погонных электротехнических характеристик высоковольтных (ВВ) линий электропередачи (ЛЭП) имеет ключевое значение при решении прикладных задач электроэнергетики. К такому, в частности, относятся задачи моделирования номинальных и аварийных режимов распределительных сетей, задачи расчета уставок систем релейной защиты, а также задачи идентификации и локализации аварий [1,2], которые имеют непосредственное отношение к проблеме создания „умных сетей“ [3].

В российских сетях среднего класса напряжений часто применяются завитые провода с однослойной обмоткой марок АС-70, АС-50, АС-35. Перечисленные провода имеют единственную центральную несущую жилу, выполненную из прочной конструкционной стали, и 6 завитых плотно прилегающих жил обмотки того же диаметра, выполненных

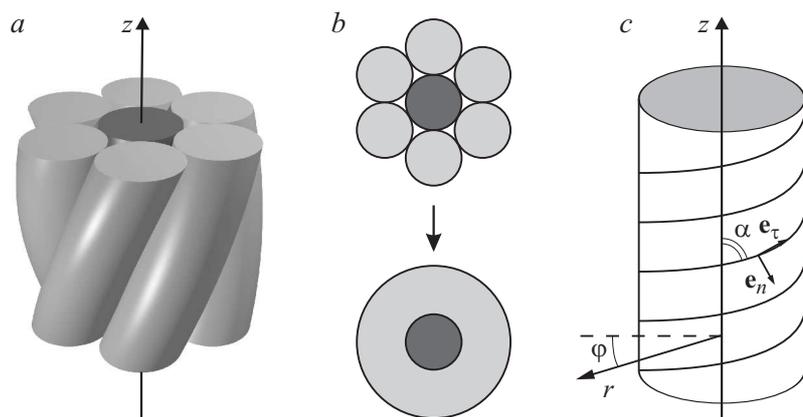


Рис. 1. *a* — схематичное изображение однослойного завитого провода с сердечником, *b* — представление отдельных жил обмотки в виде сплошного слоя, *c* — локальная винтовая система координат и направляющий угол для вектора плотности тока.

из алюминия [4]. Каждая из внешних жил описывает вдоль провода винтовую линию, а его геометрия в целом является периодической (рис. 1, *a*). В некоторых других странах аналогичные однослойные и многослойные провода часто имеют маркировку ACSR.

Для оценки внутреннего импеданса ВВ проводов традиционно применяются упрощенные модели типа „полый цилиндр“ [5]. Их общей чертой является то, что внешние жилы представляются в виде сплошного однородного изотропного цилиндрического слоя (рис. 1, *b*). В рамках таких моделей эффектом закрутки принято пренебрегать.

Имеющиеся экспериментальные данные [6] показывают, что традиционные модели с высокой точностью описывают провода, полностью выполненные из немагнитных материалов, даже при наличии завитки. Однако, как указано в [5], применение традиционных моделей для завитых проводов по крайней мере с нечетным числом слоев в обмотке и стальной основой, по-видимому, не правомерно, так как они не учитывают намагничивание сердечника продольным полем обмотки. Последнее может приводить к существенной зависимости потерь в проводе

от, вообще говоря, нелинейных магнитных свойств сердечника [7] и, как следствие, к тому, что эффективный импеданс придется рассматривать как функцию величины тока, что подтверждается экспериментальными данными [8].

Указанные обстоятельства обуславливают интерес к проблеме описания импеданса однослойных завитых проводов с сердечником, т.е. к разработке моделей, позволяющих учесть и количественно оценить влияние продольного намагничивания центральной жилы на потери в проводе и его погонные характеристики. В рамках этой задачи получено достаточно большое количество экспериментальных и теоретических результатов [7]. Тем не менее современные вычислительные возможности позволяют проводить моделирование электромагнитных задач на качественно более высоком уровне, что снимает множество ограничений, с которыми приходилось сталкиваться исследователям этой проблематики прежде, и позволяет более тщательно верифицировать упрощенные модели.

Целью данной работы является построение упрощенной математической модели импеданса завитого провода, учитывающей эффект закрутки внешних жил, и оценка влияния этого эффекта на потери в завитых сталеалюминиевых проводах.

Получение точного аналитического решения для распределения электромагнитного поля с учетом всех деталей геометрии завитого провода, очевидно, сопряжено со значительными трудностями, если вообще возможно. Поэтому в нашей модели используется упрощение геометрии, аналогичное модели „полый цилиндр“: представление внешних жил в виде сплошного цилиндрического слоя. Это допущение подразумевает рассмотрение усредненного по азимутальному углу электрического поля, в котором отсутствуют возмущения, обусловленные геометрическими границами каждой из жил. В реальном проводе эти возмущения приводят к тому, что вектор плотности тока в обмотке описывает винтовые линии, „повторяя“ контуры жил. Чтобы учесть этот эффект в рамках усредненного поля, в нашей модели для описания электропроводности обмотки применяется анизотропный закон Ома. Сама по себе идея применения анизотропной проводимости для моделирования завитки (рис. 1, *c*) не является новой [9], однако в предложенной аналитической модели используется ее оригинальная реализация, обеспечивающая высокую точность описания электропроводности завитых внешних жил.

Выражение для тока в обмотке I_w в рамках нашей модели имеет следующий вид:

$$I_w = \Sigma_z E_z|_{r=R} + \Sigma_\varphi E_\varphi|_{r=R}, \quad \Sigma_z = 6\pi R^2 \sigma_{Al} Q, \quad \Sigma_\varphi = \theta \Sigma_z, \quad \theta = \frac{2\pi R}{h},$$

$$Q = \langle \cos^2 \alpha \rangle = \frac{2}{\pi} \int_1^3 \frac{\arccos[(\rho^2 + 3)/(4\rho)]}{1 + \theta^2 \rho^2} \rho d\rho, \quad (1)$$

где R — радиус жил провода, h — шаг скрутки внешних жил, σ_{Al} — удельная электропроводность обмотки, Q — безразмерный „форм-фактор“, Σ_z и Σ_φ — осевая и угловая компоненты погонной проводимости обмотки, $E_z|_{r=R}$ и $E_\varphi|_{r=R}$ — осевая и угловая компоненты усредненного электрического поля на границе сердечник-обмотка.

Приведенные в (1) выражения для форм-фактора Q и погонных проводимостей Σ_z и Σ_φ возникают в результате интегрирования вектора плотности тока \mathbf{j} по объединению сечений жил обмотки, который выражается через распределение усредненного электрического поля \mathbf{E} с помощью соотношения вида: $\mathbf{j} = \hat{\sigma} \mathbf{E}$, где $\hat{\sigma}$ — эффективный тензор проводимости, моделирующий завивку. Скин-эффектом в алюминиевых жилах с радиусом порядка 1–2 мм при частоте $\nu = 50$ Hz можно с достаточно высокой точностью пренебречь, что позволяет использовать стационарное представление для \mathbf{E} и приводит к тому, что Q , Σ_z и Σ_φ оказываются вещественными и не зависящими от частоты. Можно сказать, что (1) дает главный порядок при описании электропроводности обмотки в пределе низких частот. Условия применимости (1) можно выразить в форме ограничения на циклическую частоту поля $\omega = 2\pi\nu \ll 1/(\mu_0 \sigma_{Al} R^2)$, где μ_0 — магнитная проницаемость вакуума.

Предполагая линейность магнитных свойств стали, можно найти распределение гармонического поля в сердечнике подобно тому, как это делается при решении классической задачи о скин-эффекте в цилиндрическом проводнике [10]. Граничные условия, выражающие компоненты магнитного поля на границе сердечник–обмотка через ток в обмотке I_w , вместе с (1) и условиями регулярности при $r = 0$ позволяют определить все произвольные постоянные, если предположить, что полный ток в проводе I_0 является параметром. Далее внутренний импеданс провода можно найти как коэффициент пропорциональности между осевой компонентой электрического поля на внешней границе

обмотки и полным током I_0 . В результате выражение для внутреннего импеданса Z_{int} принимает следующий вид:

$$Z_{int} = \frac{k_{St}}{\sigma_{St}h} \frac{\gamma}{1 + \gamma\theta} \frac{J_0(k_{St}R)}{J_1(k_{St}R)}, \quad k_{St}^2 = -i\omega\mu_{St}\mu_0\sigma_{St}, \quad \gamma = \frac{B}{A},$$

$$A = \frac{k_{St}RJ_0(k_{St}R)}{J_1(k_{St}R)}, \quad B = \frac{2}{\theta} \frac{\Sigma_c}{\Sigma_z} - \theta \frac{k_{St}RJ_1(k_{St}R)}{J_0(k_{St}R)}, \quad \Sigma_c = \pi R^2 \sigma_{St}. \quad (2)$$

В (2) μ_{St} и σ_{St} — относительная магнитная проницаемость и удельная электропроводность стали, J_0 и J_1 — функции Бесселя нулевого и первого порядка.

Примем $\sigma_{Al} = 3.6 \cdot 10^7$ S/m, $\sigma_{St} = 7.3 \cdot 10^6$ S/m, для AC-70 возьмем $R = 1.9$ mm. Кроме этого, наряду с h удобно рассматривать угол закрутки внешних жил α_0 , который определяется как направляющий угол тока α (рис. 1, c) в центре жилы обмотки. Опираясь на уравнение винтовой линии, нетрудно показать, что их связывает соотношение: $h = 4\pi R / \tan \alpha_0$.

На рис. 2 представлены распределения осевой компоненты усредненного магнитного поля в сердечнике провода AC-70 в расчете на полный ток в 1 А для $\alpha_0 = 15^\circ$, полученные с помощью предложенной модели. Вне зависимости от μ_{St} у края сердечника наблюдается область, в которой $|H_z/I_0|$ составляет порядка 10 м^{-1} . Таким образом, при токах короткого замыкания (КЗ) порядка 100–200 А значение $|H_z|$ в этой области составит 1–2 кА/м, что соответствует насыщению стали или, в зависимости от ее магнитных свойств, по крайней мере области сильной нелинейности кривой $B-H$. При номинальных токах порядка 10 А значение $|H_z|$ у края сердечника составит всего 0.1 кА/м, что соответствует режиму, далекому от насыщения, где нелинейность проявляется гораздо слабее. Предложенная модель, таким образом, показывает, что в номинальных и аварийных режимах сердечник ведет себя по-разному, что никак не отражается в рамках традиционных моделей. Графики на рис. 2 выявляют необходимость учета нелинейности магнитных свойств сердечника по крайней мере при токах КЗ.

На рис. 3 представлены зависимости внутреннего импеданса провода AC-70 от μ_{St} при $\alpha_0 = 15^\circ$, полученные в трех случаях: с помощью модели „полый цилиндр“, предложенной модели, а также полученные в результате расчета полной электромагнитной задачи с учетом всех

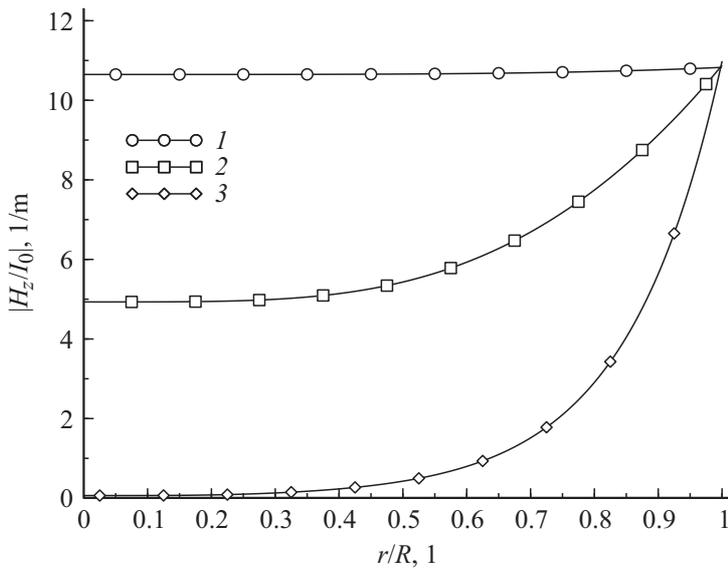


Рис. 2. Радиальные распределения продольной компоненты усредненного магнитного поля в сердечнике провода АС-70 в расчете на единичный полный ток при $\alpha_0 = 15^\circ$ для различных значений μ_{St} : 1 — 100, 2 — 1000, 3 — 10 000.

особенностей геометрии завитого провода методом конечных элементов (МКЭ). Несмотря на приближенный характер нашей модели, ее результаты очень хорошо согласуются с расчетами МКЭ, максимальное отличие значений импеданса составляет менее 3%. Модель „полый цилиндр“ демонстрирует приемлемое совпадение с двумя другими наборами данных только в области малых $\mu_{St} \leq 10$, что согласуется с данными [6], при больших μ_{St} отличие оказывается чрезвычайно велико, особенно для реактивной части импеданса, и растет с увеличением μ_{St} .

В совокупности графики на рис. 2 и 3 согласуются с данными [5,7] и показывают, что использование простых моделей типа „полый цилиндр“ для однослойных завитых проводов с сердечником является неправомерным. Предложенную авторами модель, однако, нельзя считать исчерпывающей, поскольку, как было показано, количественно верное

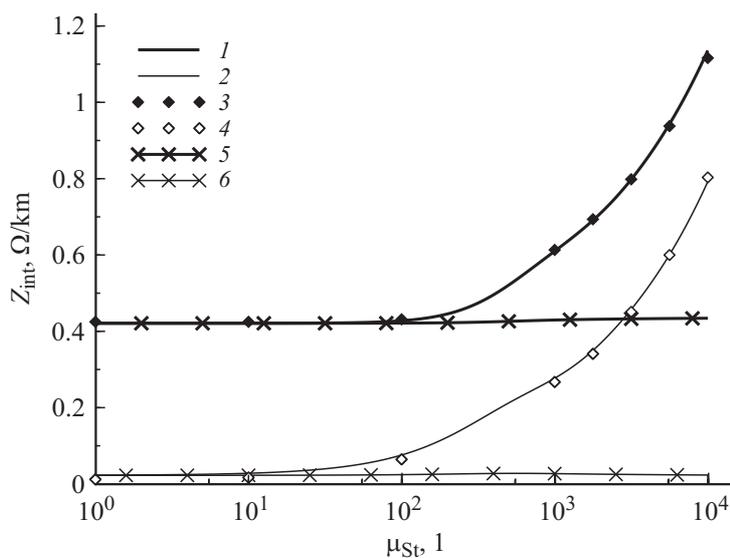


Рис. 3. Результаты расчета зависимости внутреннего импеданса провода АС-70 от μ_{St} при $\alpha_0 = 15^\circ$: 1 и 2 — предложенная модель, вещественная и мнимая часть соответственно, 3 и 4 — расчет МКЭ в полной постановке, вещественная и мнимая часть соответственно, 5 и 6 — модель „полый цилиндр“, вещественная и мнимая часть соответственно.

описание потерь в проводе в широком диапазоне токов требует учета нелинейности магнитных свойств сердечника. Однако эта модель может служить надежной базой для создания нелинейной модели в части упрощенного способа моделирования завивки, который позволяет обойти проблему вычислительной сложности, возникающую в рамках решения МКЭ. Кроме этого, в перспективе представляется возможным распространить предложенную модель для случая более высоких частот, чем те, которые удовлетворяют условиям применимости (1), путем учета с той или иной степенью точности возмущений усредненного поля в жилах обмотки, обусловленных скин-эффектом. Подобное обобщение позволит использовать модель для анализа распространения волн с коротким фронтом, которые могут возникать в ВВ ЛЭП при атмосферных и коммутационных перенапряжениях.

Список литературы

- [1] *Saha M.M., Izykowski J.J., Rosolowski E.* Fault Location on Power Networks. Springer, 2010. 425 p.
- [2] *Awad M.S.* // IJES. 2012. V. 2(2). P. 210.
- [3] *Kezunovic M.* // IEEE Transactions on Smart Grid. 2011. V. 2(1). P. 11.
- [4] Провода неизолированные для воздушных линий электропередачи: ГОСТ 839-80.
- [5] *Dommel H.W.* et al. EMTP Theory Book. BPA Contract. 1986. 483 p.
- [6] *Kennelly A.E., Laws F.A., Pierce P.H.* // AIEE Trans. 1915. Pt. 2. V. 34. P. 1953.
- [7] *Morgan V.T.* // IEEE Transactions on Power Delivery. 2013. V. 28(3). P. 1252.
- [8] *Barrett J.S., Nigol O., Fehervari C.J., Findlay R.D.* // IEEE Transactions on Power Systems. 1986. V. PWRD-1(2). P. 198.
- [9] *Carr W.J., jr.* // J. Appl. Phys. 1974. V. 45(2). P. 929.
- [10] *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Теоретическая физика. М.: Наука, 1982. Т. 8. 621 с.