

Влияние непараболичности энергетического спектра электронов и легких дырок на оптические свойства гетероструктур с глубокими квантовыми ямами $\text{AlSb/InAs}_{0.86}\text{Sb}_{0.14}/\text{AlSb}$

© Н.В. Павлов[✉], Г.Г. Зебря[✉]

Физико-технический институт им. А.Ф. Иоффе Российской академии наук, 194021 Санкт-Петербург, Россия

(Получена 15 сентября 2014 г. Принята к печати 23 сентября 2014 г.)

Исследованы оптические характеристики гетероструктур с глубокими квантовыми ямами на примере структуры состава $\text{AlSb/InAs}_{0.86}\text{Sb}_{0.14}/\text{AlSb}$ с учетом непараболичности энергетического спектра носителей заряда в рамках четырехзонной модели Кейна. Показано, что учет непараболичности приводит к увеличению количества уровней размерного квантования в зоне проводимости. При ширине квантовой ямы 100 \AA в исследуемой гетероструктуре имеются 3 уровня размерного квантования в рамках параболической модели и 6 уровней в рамках четырехзонной модели Кейна. Причина этого заключается в том, что высокоэнергетичные электроны оказываются в несколько раз тяжелее, чем электроны на дне зоны проводимости. Также показано, что учет эффекта непараболичности слабо влияет на интеграл перекрытия между s - и p -состояниями, однако приводит к значительному увеличению плотности состояний в зоне проводимости, что становится причиной существенного роста коэффициента поглощения излучения.

1. Введение

Одними из наиболее перспективных элементов инфракрасной оптоэлектроники являются гетероструктуры с глубокими квантовыми ямами на основе твердых растворов InAsSb в качестве активной области, так как в них наблюдается эффект подавления процессов оже-рекомбинации [1,2]. Данные соединения обладают минимальными значениями ширины запрещенной зоны и эффективной массы электронов среди полупроводников $\text{A}^{\text{III}}\text{B}^{\text{V}}$ [3,4], а также максимальным значением интеграла перекрытия между волновыми функциями электронов и тяжелых дырок [5].

Малая величина ширины запрещенной зоны E_g активной области является причиной существенной непараболичности энергетического спектра носителей заряда. Этот эффект приводит к значительным поправкам к энергии уровней размерного квантования по сравнению с параболическим законом дисперсии даже для основного состояния в зоне проводимости. Для высокоэнергетичных состояний поправки становятся еще более существенными, так как с ростом энергии эффективная масса электрона быстро увеличивается.

Цель настоящей работы — расчет коэффициента поглощения и скорости излучательной рекомбинации для межзонных оптических переходов между различными подзонами размерного квантования с учетом непараболичности энергетического спектра носителей заряда в гетероструктуре с глубокой квантовой ямой $\text{AlSb/InAs}_{0.84}\text{Sb}_{0.16}/\text{AlSb}$, которая является одним из перспективных элементов оптоэлектроники среднего инфракрасного диапазона [2,6]. Зонная диаграмма исследуемой гетероструктуры представлена на рис. 1.

2. Основные соотношения

Для вычисления коэффициента поглощения для межзонных оптических переходов и скорости излучательной рекомбинации в работе была использована четырехзонная модель Кейна, которая наиболее точно описывает волновые функции и энергетический спектр носителей заряда в узкозонных полупроводниках $\text{A}^{\text{III}}\text{B}^{\text{V}}$ [7,8].

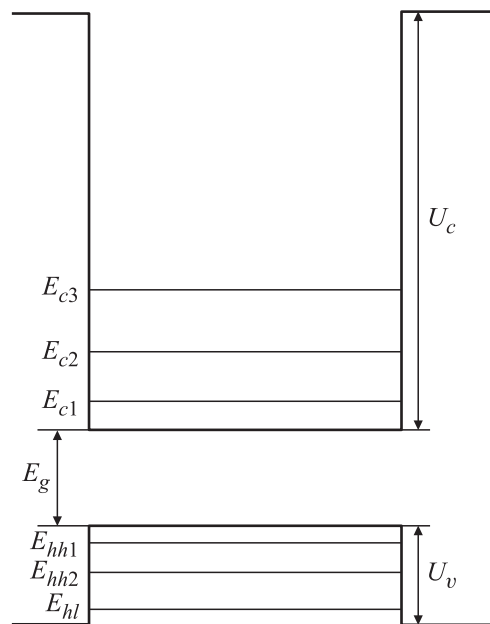


Рис. 1. Зонная диаграмма гетероструктуры с глубокой квантовой ямой $\text{AlSb/InAs}_{0.84}\text{Sb}_{0.16}/\text{AlSb}$ и уровни размерного квантования электронов $E_{c1} - E_{c3}$, легких дырок E_{hh1} , тяжелых дырок E_{hh2} , E_{hl} . U_c , U_v — разрывы зоны проводимости и валентной зоны.

[✉] E-mail: Pavlovnv@mail.ioffe.ru

[✉] E-mail: Zegrya@mail.ioffe.ru

В рамках данной модели волновая функция носителей ψ может быть представлена в виде

$$\psi = \psi_s |s\rangle + \Psi |p\rangle, \quad (1)$$

где Ψ_s и Ψ — спиноры, $|s\rangle$ и $|p\rangle$ — блоховские функции s - и p -типа. Вблизи Γ -точки уравнения для огибающих Ψ_s и Ψ в сферическом приближении имеют вид

$$(E_c - E)\Psi_s - i\hbar\gamma\nabla\Psi = 0,$$

$$(E_v - \delta - E)\Psi - i\hbar\gamma\nabla\Psi_s + \frac{\hbar^2}{2m_0}(\gamma_1 + 4\gamma_2)\nabla(\nabla\Psi) - \frac{\hbar^2}{2m_0}(\gamma_1 - 2\gamma_2)\nabla \times [\nabla \times \Psi] + i\delta[\sigma \times \Psi] = 0. \quad (2)$$

Здесь E_c и E_v — энергии краев зоны проводимости и валентной зоны, $\delta = \Delta/3$, Δ — константа спин-орбитального расщепления, $\gamma = \sqrt{(1/2m_c)[E_g(E_g + 3\delta)/(E_g + 2\delta)]}$ — кейновский матричный элемент, γ_1, γ_2 — обобщенные параметры Латтинжера, $\sigma = (\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z)$ — матрицы Паули, m_0 — масса свободного электрона.

В данной работе энергия электронов E отсчитывается от дна зоны проводимости, для легких и тяжелых дырок удобнее пользоваться энергией E' , отсчитываемой вниз от потолка валентной зоны и связанной с E соотношением $E' = -E_g - E$. Система координат выбрана таким образом, чтобы ось x совпадала с направлением роста кристалла, а ось y совпадала с направлением волнового вектора свободного движения носителей заряда в плоскости квантовой ямы.

Энергетический спектр тяжелых дырок имеет вид

$$E'_{hh} = \frac{\hbar^2(k_h^2 + q^2)}{2m_h}, \quad (3)$$

где $m_h^{-1} = m_0^{-1}(\gamma_1 - 2\gamma_2)$ — эффективная масса тяжелых дырок, E'_{hh}, k_h — энергия и квантованная компонента волнового вектора тяжелых дырок, q — компонента волнового вектора тяжелых дырок в плоскости квантовой ямы.

Волновая функция тяжелых дырок внутри квантовой ямы (т.е. при $|x| < a/2$, где a — ширина квантовой ямы, а x отсчитывается от плоскости симметрии ямы) имеет вид [9]

$$\Psi_h = H_1 \begin{pmatrix} q \sin k_h x \eta \\ ik_h \cos k_h x \eta \\ -q \sin k_h x \eta - k_h \cos k_h x \xi \end{pmatrix} + H_2 \begin{pmatrix} q \cos k_h x \xi \\ -ik_h \sin k_h x \xi \\ -k_h \sin k_h x \xi + q \cos k_h x \eta \end{pmatrix}. \quad (4)$$

В области барьера, при $x > a/2$, волновые функции выглядят следующим образом:

$$\Psi_h = \tilde{H}_1 \begin{pmatrix} q\xi \\ -ik_h \xi \\ -\kappa_h \xi + q\eta \end{pmatrix} e^{-\kappa_h(x-a/2)} + \tilde{H}_2 \begin{pmatrix} q\eta \\ -ik_h \eta \\ -q\xi + \kappa_h \eta \end{pmatrix} e^{-\kappa_h(x-a/2)}. \quad (5)$$

Здесь $\xi = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$, $\eta = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$, $H_1, H_2, \tilde{H}_1, \tilde{H}_2$ — нормировочные коэффициенты (см. Приложение I), κ_h — модуль волнового вектора тяжелых дырок под барьером. Волновые функции при $x < -a/2$ можно получить, используя соотношения для компонент симметризированной волновой функции [8].

Энергетический спектр электронов имеет вид

$$\hbar^2\gamma^2(k_c^2 + q^2) = \frac{E_c[E_c^2 + E_c(2E_g + 3\delta) + E_g(E_g + 3\delta)]}{E_g + E_c + 2\delta}. \quad (6)$$

Волновая функция электронов внутри квантовой ямы есть

$$\Psi_{sc} = A_1 \cos k_c x \eta + A_2 \sin k_c x \xi, \\ \Psi_c = i \frac{\hbar\gamma}{Z} A_1 \begin{pmatrix} k_c \sin k_c x \eta - \lambda_c q \cos k_c x \xi \\ -iq \cos k_c x \eta + i\lambda_c k_c \sin k_c x \xi \\ -\lambda_c k_c \sin k_c x \xi + \lambda_c q \cos k_c x \eta \end{pmatrix} + i \frac{\hbar\gamma}{Z} A_2 \begin{pmatrix} -k_c \cos k_c x \xi - \lambda_c q \sin k_c x \eta \\ -i\lambda_c k_c \cos k_c x \eta - iq \sin k_c x \xi \\ -\lambda_c q \sin k_c x \xi - \lambda_c k_c \cos k_c x \eta \end{pmatrix}. \quad (7)$$

Волновая функция электронов при $x > a/2$:

$$\Psi_{sc} = [\tilde{A}_1 \eta + \tilde{A}_2 \xi] e^{-\kappa_c(x-a/2)}, \\ \Psi_c = i \frac{\hbar\tilde{\gamma}}{Z} \tilde{A}_1 \begin{pmatrix} k_c \eta - q\tilde{\lambda}_c \xi \\ -iq\eta + ik_c \tilde{\lambda}_c \xi \\ -\kappa_c \tilde{\lambda}_c \xi + q\tilde{\lambda}_c \eta \end{pmatrix} e^{-\kappa_c(x-a/2)} + i \frac{\hbar\tilde{\gamma}}{Z} \tilde{A}_2 \begin{pmatrix} -k_c \xi - q\tilde{\lambda}_c \eta \\ -i\kappa_c \tilde{\lambda}_c \eta - iq\xi \\ -q\tilde{\lambda}_c \xi - k_c \tilde{\lambda}_c \eta \end{pmatrix} e^{-\kappa_c(x-a/2)}. \quad (8)$$

Здесь $A_1, A_2, \tilde{A}_1, \tilde{A}_2$ — нормировочные коэффициенты (см. Приложение I),

$$Z = \frac{E_c^2 + E_c(2E_g + 3\delta) + (E_g + 3\delta)E_g}{E_c + E_g + 2\delta},$$

$$\lambda_c = \frac{\delta}{E_c + E_g + 2\delta}, \quad \tilde{\lambda}_c = \frac{\tilde{\delta}}{E_c + U_v + E_g + 2\tilde{\delta}},$$

$$\tilde{Z} = \frac{E^2 + E(2E_g + 2U_v + 3\tilde{\delta}) + (E_g + U_v + 3\tilde{\delta})(E_g + U_v)}{E + E_g + U_v + 2\tilde{\delta}},$$

E_c, k_c — энергия и квантованная компонента волнового вектора электрона внутри ямы, κ_c — модуль волнового

вектора электрона в области барьера, $\tilde{\gamma}$ — кейновский матричный элемент в области барьера, $\tilde{\delta} = \tilde{\Delta}/3$ — константа спин-орбитального расщепления в области барьера, U_v — величина разрыва валентной зоны.

Энергетический спектр легких дырок:

$$E'_{lh} = \frac{3\tilde{\delta}}{2} + \frac{\hbar^2(k_l^2 + q^2)}{4} (m_l^{-1} + m_h^{-1}) - \sqrt{2\tilde{\delta}^2 + \left[\frac{\tilde{\delta}}{2} - \frac{\hbar^2(k_l^2 + q^2)}{4} (m_l^{-1} - m_h^{-1}) \right]^2}, \quad (9)$$

где введено обозначение $m_l^{-1} = 2\gamma^2/(E'_{lh} + E_g) + m_0^{-1}(\gamma_1 + 4\gamma_2)$. Значение m_l совпадает с массой легких дырок при равенстве нулю константы спин-орбитального взаимодействия.

Волновая функция легких дырок внутри квантовой ямы:

$$\Psi_l = i \frac{\hbar\gamma}{Z_l} L_1 \begin{pmatrix} k_l \sin k_l x \eta - \lambda_l q \cos k_l x \xi \\ -iq \cos k_l x \eta + i\lambda_l k_l \sin k_l x \xi \\ -\lambda_l k_l \sin k_l x \xi + \lambda_l q \cos k_l x \eta \end{pmatrix} + i \frac{\hbar\gamma}{Z_l} L_2 \begin{pmatrix} -k_l \cos k_l x \xi - \lambda_l q \sin k_l x \eta \\ -i\lambda_l k_l \cos k_l x \eta - iq \sin k_l x \xi \\ -\lambda_l q \sin k_l x \xi - \lambda_l k_l \cos k_l x \eta \end{pmatrix},$$

$$\Psi_{sl} = [L_1 \cos k_l x \eta + L_2 \sin k_l x \xi]. \quad (10)$$

Волновая функция легких дырок при $x > a/2$:

$$\Psi_l(q, x) = i \frac{\hbar\tilde{\gamma}}{\tilde{Z}_l} \tilde{L}_1 \begin{pmatrix} \kappa_l \eta - \tilde{\lambda}_l q \xi \\ -iq \eta + i\tilde{\lambda}_l \kappa_l \xi \\ -\tilde{\lambda}_l \kappa_l \xi + \tilde{\lambda}_l q \eta \end{pmatrix} e^{-\kappa_l(x-a/2)} + i \frac{\hbar\tilde{\gamma}}{\tilde{Z}_l} \tilde{L}_2 \begin{pmatrix} \kappa_l \xi - \tilde{\lambda}_l q \eta \\ -iq \xi + i\tilde{\lambda}_l \kappa_l \eta \\ \tilde{\lambda}_l \kappa_l \eta - \tilde{\lambda}_l q \xi \end{pmatrix} e^{-\kappa_l(x-a/2)},$$

$$\Psi_{sl} = [\tilde{L}_1 \xi + \tilde{L}_2 \eta] e^{-\kappa_l(x-a/2)}. \quad (11)$$

Здесь E'_{lh} , k_l — энергия и квантованная компонента волнового вектора легких дырок внутри квантовой ямы, κ_l — модуль волнового вектора легких дырок в области барьера, $L_1, L_2, \tilde{L}_1, \tilde{L}_2$ — нормировочные коэффициенты (см. Приложение I),

$$Z_l = \frac{\hbar^2 \gamma^2 \left(\frac{\hbar^2 k^2}{2m_h} - E'_{lh} \right) \left(\frac{\hbar^2 k^2}{2m_h} - E'_{lh} + 3\tilde{\delta} \right)}{\left(\frac{\hbar^2 k^2}{2m_h} - E'_{lh} + 2\tilde{\delta} \right) (E'_{lh} + E_g) \frac{\hbar^2}{2} \left(\frac{1}{m_l} - \frac{1}{m_h} \right)},$$

$$\tilde{Z}_l = \frac{\hbar^2 \tilde{\gamma}^2 \left(\frac{\hbar^2 k^2}{2m_h} - E'_{lh} + U_v \right) \left(\frac{\hbar^2 k^2}{2m_h} - E'_{lh} + 3\tilde{\delta} + U_v \right)}{\left(\frac{\hbar^2 k^2}{2m_h} - E'_{lh} + 2\tilde{\delta} + U_v \right) (E'_{lh} + E_g - U_v) \frac{\hbar^2}{2} \left(\frac{1}{m_l} - \frac{1}{m_h} \right)},$$

$$\lambda_l = \frac{\tilde{\delta}}{\frac{\hbar^2 k^2}{2m_h} - E'_{lh} + 2\tilde{\delta}}, \quad \tilde{\lambda}_l = \frac{\tilde{\delta}}{\frac{\hbar^2 k^2}{2m_h} - E'_{lh} + 2\tilde{\delta} + U_v},$$

$$\tilde{m}_l^{-1} = \frac{2\tilde{\gamma}^2}{E'_l + E_{gl} - U_v} + m_0^{-1}(\tilde{\gamma}_1 + 4\tilde{\gamma}_2),$$

$\tilde{\gamma}_1, \tilde{\gamma}_2$ — значения параметров Латтинжера в широкозонном материале.

Модель Кейна является одним из наилучших приближений для энергетического спектра и волновых функций носителей заряда в соединениях $A^{III}B^V$. Однако часто для расчета характеристик гетероструктур с глубокими квантовыми ямами на основе соединений $A^{III}B^V$ используется простая параболическая модель. К данной модели можно перейти, если пренебречь подмешиванием p -состояний валентной зоны к s -состояниям зоны проводимости в выражениях (7) и (8) для волновых функций электронов и подмешиванием s -состояний зоны проводимости к p -состояниям валентной зоны в выражениях (10) и (11) для волновых функций легких дырок. Тогда для энергетического спектра электронов получается следующее выражение:

$$E_c = \frac{\hbar^2(k_c^2 + q^2)}{2m_c}, \quad (12)$$

Простая параболическая модель равносильна приближению $(\hbar\gamma k_c/Z) \ll 1$, или, подставляя численные значения параметров, получаем $k_c \ll 3.8 \cdot 10^6 \text{ см}^{-1}$. В гетероструктуре AlSb/InAs_{0.84}Sb_{0.16}/AlSb данное условие выполняется для основного уровня размерного квантования при ширине квантовой ямы $a > 200 \text{ \AA}$. Таким образом, можно сделать вывод, что в рассматриваемой гетероструктуре параболическое приближение применимо только при большой ширине квантовой ямы.

Волновая функция электронов внутри квантовой ямы в параболическом приближении принимает вид

$$\Psi_{sc} = A_{1p} \cos k_c x \eta + A_{2p} \sin k_c x \xi. \quad (13)$$

Выражения для коэффициентов A_{1p}, A_{2p} приведены в Приложении I.

Выражение для энергетического спектра легких дырок в простой параболической модели можно получить, считая энергию E'_{lh} малой по сравнению с E_g и $\tilde{\delta}$:

$$E'_{lh} = \frac{\hbar^2(k_l^2 + q^2)}{2m_l}, \quad (14)$$

где $m_l = (3/4)(E_g/\gamma^2)$ — эффективная масса легких дырок [7]. В гетероструктуре AlSb/InAs_{0.84}Sb_{0.16}/AlSb $m_l \approx 1.187m_c$.

Выражение для волновой функции легких дырок будет иметь следующий вид:

$$\Psi_l = i \frac{\hbar\gamma}{Z_l} L_{1p} \begin{pmatrix} k_l \sin k_l x \eta - \lambda_l q \cos k_c x \xi \\ -i q \cos k_l x \eta + i \lambda_l k_l \sin k_l x \xi \\ -\lambda_l k_l \sin k_l x \xi + \lambda_l q \cos k_l x \eta \end{pmatrix} + i \frac{\hbar\gamma}{Z_l} L_{2p} \begin{pmatrix} -k_l \cos k_l x \xi - \lambda_l q \sin k_l x \eta \\ -i \lambda_l k_l \cos k_l x \eta - i q \sin k_l x \xi \\ -\lambda_l q \sin k_l x \xi - \lambda_l k_l \cos k_l x \eta \end{pmatrix},$$

$$\Psi_{sl} = 0. \quad (15)$$

Выражения для коэффициентов L_{1p} , L_{2p} приведены в Приложении I.

3. Уровни энергии носителей заряда

Положение уровней размерного квантования носителей заряда может быть получено путем решения дисперсионных уравнений. Дисперсионные уравнения выводятся из граничных условий, к которым можно прийти путем интегрирования уравнений (2) через интерфейс с учетом закона сохранения плотности потока вероятности. В итоге для компонент волновой функции электронов получаются следующие граничные условия:

$$\Psi_s \left(\frac{a}{2} - 0 \right) = \Psi_s \left(\frac{a}{2} + 0 \right),$$

$$\Psi_x \left(\frac{a}{2} - 0 \right) = \Psi_x \left(\frac{a}{2} + 0 \right); \quad (16)$$

для тяжелых дырок имеем:

$$\Psi_x \left(\frac{a}{2} - 0 \right) = \Psi_x \left(\frac{a}{2} + 0 \right),$$

$$\frac{d\Psi_x}{dx} \left(\frac{a}{2} - 0 \right) = \frac{d\Psi_x}{dx} \left(\frac{a}{2} + 0 \right); \quad (17)$$

для легких дырок s -компонента волновой функции и производная x -компоненты претерпевают разрыв, и граничные условия в этом случае выглядят следующим образом:

$$\Psi_x \left(\frac{a}{2} - 0 \right) = \Psi_x \left(\frac{a}{2} + 0 \right),$$

$$\frac{d\Psi_x}{dx} \left(\frac{a}{2} + 0 \right) - \frac{d\Psi_x}{dx} \left(\frac{a}{2} - 0 \right) =$$

$$= i \frac{m_h \gamma}{\hbar} \left[\Psi_s \left(\frac{a}{2} + 0 \right) - \Psi_s \left(\frac{a}{2} - 0 \right) \right]. \quad (18)$$

При выводе (18) предполагалось, что масса тяжелых дырок и кейновский матричный элемент имеют одинаковые значения по обе стороны гетерограницы, что является довольно точным приближением. Для гетерострук-

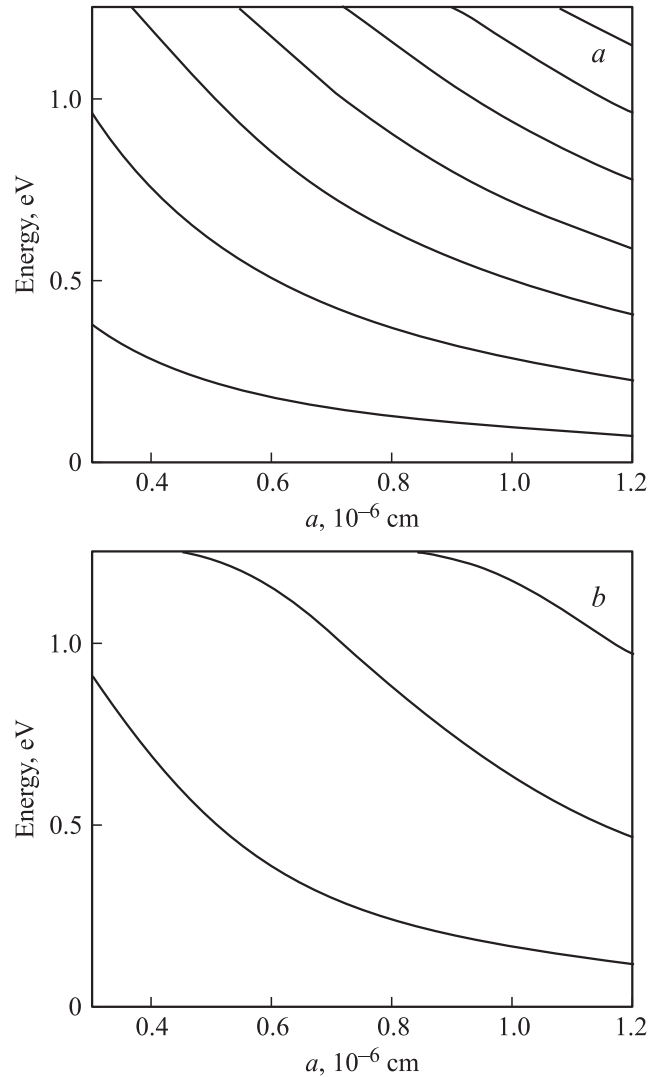


Рис. 2. Зависимости положения уровней размерного квантования с учетом (а) и без учета (б) непараболичности в гетероструктуре $\text{AlSb}/\text{InAs}_{0.84}\text{Sb}_{0.16}/\text{AlSb}$ от ширины квантовой ямы.

туры $\text{AlSb}/\text{InAs}_{0.84}\text{Sb}_{0.16}/\text{AlSb}$ при ширине квантовой ямы $> 30 \text{ \AA}$ можно считать, что $m_h \gamma / \hbar \gg (k_l, \kappa_l)$, тогда граничные условия для легких дырок будут идентичны граничным условиям для электронов.

Подставляя в граничные условия (16)–(18) волновые функции носителей заряда, можно получить дисперсионные уравнения. Для тяжелых дырок дисперсионные уравнения будут иметь следующий вид:

$$\text{tg} \frac{k_h a}{2} = \frac{\kappa_h}{k_h} \quad (19a)$$

— для четных состояний,

$$\text{ctg} \frac{k_h a}{2} = -\frac{\kappa_h}{k_h} \quad (19b)$$

— для нечетных состояний.

Таблица 1. Значение энергии и квантованной компоненты волнового вектора для различных уровней размерного квантования в гетероструктуре с глубокой квантовой ямой $\text{AlSb/InAs}_{0.84}\text{Sb}_{0.16}/\text{AlSb}$

Уровень размерного квантования	Параболическая модель		Модель Кейна	
	Энергия уровня E , эВ	Квантованная компонента волнового вектора k , 10^6 см^{-1}	Энергия уровня E , эВ	Квантованная компонента волнового вектора k , 10^6 см^{-1}
	$a = 100 \text{ \AA}$		$a = 100 \text{ \AA}$	
$c1$	0.163	2.78	0.095	2.456
$c2$	0.632	5.481	0.284	5.206
$c3$	1.17	7.458	0.501	8.052
$hh1$	0.006	2.66	0.006	2.66
$hh2$	0.026	5.3	0.026	5.3
$hh3$	0.057	7.88	0.057	7.88
$lh1$	0.046	1.608	0.020	1.377
	$a = 50 \text{ \AA}$		$a = 50 \text{ \AA}$	
$c1$	0.509	2.46	0.22	2.164
$c2$	1.229	3.821	0.612	4.754
$c3$			1.005	7.25
$hh1$	0.019	2.305	0.019	2.305
$hh2$	0.073	4.469	0.073	4.469
$lh1$	0.084	1.089	0.114	2.24

Дисперсионное уравнение для электронов будет иметь вид

$$\left(k_c \operatorname{tg} \frac{k_c a}{2} - \frac{Z\tilde{\gamma}}{\tilde{Z}\gamma} \kappa_c\right) \left(k_c \operatorname{ctg} \frac{k_c a}{2} + \frac{Z\tilde{\gamma}}{\tilde{Z}\gamma} \kappa_c\right) = -q^2 \left(\lambda_c - \tilde{\lambda}_c \frac{Z\tilde{\gamma}}{\tilde{Z}\gamma}\right)^2. \quad (20)$$

При $q \ll k_c$ спектр электронов также расщепляется на четные и нечетные состояния, определяемые уравнениями

$$k_c \operatorname{tg} \frac{k_c a}{2} - \frac{Z\tilde{\gamma}}{\tilde{Z}\gamma} \kappa_c = 0 \quad (21a)$$

— для четных уровней,

$$k_c \operatorname{ctg} \frac{k_c a}{2} + \frac{Z\tilde{\gamma}}{\tilde{Z}\gamma} \kappa_c = 0 \quad (21b)$$

— для нечетных уровней.

Дисперсионное уравнение для легких дырок:

$$\left(k_l \operatorname{tg} \frac{k_l a}{2} + \frac{Z_l \tilde{\gamma}}{\tilde{Z}_l \gamma} \kappa_l\right) \left(k_l \operatorname{ctg} \frac{k_l a}{2} - \frac{Z_l \tilde{\gamma}}{\tilde{Z}_l \gamma} \kappa_l\right) = q^2 \left(\lambda_l - \tilde{\lambda}_l \frac{Z_l \tilde{\gamma}}{\tilde{Z}_l \gamma}\right)^2. \quad (22)$$

При $q \ll k_l$ спектр легких дырок выглядит следующим образом:

$$k_l \operatorname{tg} \frac{k_l a}{2} + \frac{Z_l \tilde{\gamma}}{\tilde{Z}_l \gamma} \kappa_l = 0 \quad (23a)$$

— для нечетных уровней,

$$k_l \operatorname{ctg} \frac{k_l a}{2} - \frac{Z_l \tilde{\gamma}}{\tilde{Z}_l \gamma} \kappa_l = 0 \quad (23b)$$

— для четных уровней.

На рис. 2, a, b представлены зависимости энергии уровней размерного квантования электронов от ширины квантовой ямы для модели с параболическим спектром электронов и с учетом непараболичности соответственно. Видно, что учет непараболичности приводит к существенному увеличению количества уровней размерного квантования. Это связано со значительным утяжелением электронов с ростом энергии. В области значений энергии, близких к U_c , эффективная масса электрона превышает эффективную массу вблизи дна зоны проводимости в несколько раз. Отсюда можно сделать вывод, что для расчета энергии уровней размерного квантования в гетероструктурах с глубокими квантовыми ямами необходимо учитывать подмешивание p -состояний к s -состояниям в выражениях для волновых функций электронов в зоне проводимости и непараболичность энергетического спектра электронов.

В табл. 1 приведены значения энергии некоторых уровней размерного квантования и соответствующие значения квантованной компоненты волнового вектора для обоих рассматриваемых приближений и значений ширины квантовой ямы 50 и 100 Å. Отметим, что учет непараболичности также приводит к уменьшению энергии уровня размерного квантования легких дырок более чем в 2 раза для $a = 100 \text{ \AA}$, однако для $a = 50 \text{ \AA}$ происходит, напротив, даже незначительное увеличение энергии размерного квантования.

Следует отметить, что выражение (6) для энергетического спектра с учетом непараболичности в рамках модели Кейна можно привести к тому же виду, что и

Таблица 2. Значения эффективной массы электронов и легких дырок на дне различных подзон размерного квантования в гетероструктуре AlSb/InAs_{0.84}Sb_{0.16}/AlSb

Уровень размерного квантования	$a = 50 \text{ \AA}$		$a = 100 \text{ \AA}$	
	Энергия уровня E , эВ	Отношение эффективной массы электрона (легкой дырки) к эффективной массе электрона на дне зоны проводимости m_i/m_{c0}	Энергия уровня E , эВ	Отношение эффективной массы электрона (легкой дырки) к эффективной массе электрона на дне зоны проводимости m_i/m_{c0}
$c1$	0.22	1.78	0.095	1.341
$c2$	0.612	3.104	0.284	2
$c3$	1.005	4.4	0.501	2.728
$c4$			0.72	3.46
$c5$			0.938	4.181
$c6$			1.15	4.874
$lh1$	0.114	2.267	0.02	1.339

Таблица 3. Значение величин MI^2 и MII^2 для различных оптических переходов в гетероструктуре AlSb/InAs_{0.84}Sb_{0.16}/AlSb при $a = 100 \text{ \AA}$

Переход	Без учета непараболичности		С учетом непараболичности	
	MI_{ij}^2 , см ²	MII_{ij}^2 , см ²	MI_{ij}^2 , см ²	MII_{ij}^2 , см ²
$c1-hh1$	$3.3 \cdot 10^{-13}$		$3.6 \cdot 10^{-13}$	
$c2-hh1$		$2.01 \cdot 10^{-13}$		$2.1 \cdot 10^{-13}$
$c3-hh1$	$2.3 \cdot 10^{-15}$		$2.7 \cdot 10^{-17}$	
$c1-hh2$		$7.8 \cdot 10^{-14}$		$6.8 \cdot 10^{-14}$
$c2-hh2$	$3.2 \cdot 10^{-13}$		$3.3 \cdot 10^{-13}$	
$c1-lh1$	$7 \cdot 10^{-13}$	$8.2 \cdot 10^{-14}$	$5.2 \cdot 10^{-13}$	$5.3 \cdot 10^{-14}$
$c2-lh1$	$8.7 \cdot 10^{-14}$	$3.4 \cdot 10^{-14}$	$7.2 \cdot 10^{-14}$	$4.9 \cdot 10^{-14}$

выражение (12), но тогда эффективная масса электронов будет зависеть от энергии:

$$m_c(E) = \frac{1}{2\gamma^2} \frac{(E + E_g)(E + E_g + 3\delta)}{E + E_g + 2\delta}. \quad (24)$$

В табл. 2 приведены значения эффективной массы электронов и легких дырок на дне различных подзон размерного квантования в гетероструктуре AlSb/InAs_{0.84}Sb_{0.16}/AlSb при ширине квантовой ямы $a = 100 \text{ \AA}$.

4. Расчет зависимости коэффициента поглощения от частоты оптического перехода

Значения коэффициента поглощения $\alpha_{ij}(\omega)$ для различных межзонных оптических переходов в глубокой квантовой яме можно найти из следующего

выражения [10]:

$$\alpha(\omega) = \sum_{i,j} \frac{4\pi}{\sqrt{\kappa_0}} \frac{e^2}{\hbar c} \frac{1}{a\hbar\omega} \times \int q dq |P_{ij}|^2 \delta(E_i(q) - E_j(q) - \hbar\omega), \quad (25)$$

где индекс i относится к различным подзонам в зоне проводимости, а индекс j — в валентной зоне. Здесь κ_0 — статическая диэлектрическая проницаемость, ω — частота, $|P_{ij}|^2 = 2|P_{ij}^x|^2 + |P_{ij}^y|^2$, а величина

$$P_{ij} = i\hbar\gamma S \int (\bar{\Psi}_{si}\Psi_j + \Psi_{sj}\bar{\Psi}_i) dx, \quad (26)$$

где S — нормировочная площадь, представляет собой интеграл перекрытия между s - и p -состояниями. Следует отметить, что при подстановке в (25) E_j' вместо E_j аргументом δ -функции будет являться выражение $E_i(q) + E_g + E_j'(q) - \hbar\omega$.

Квадрат интеграла перекрытия между s - и p -состояниями $|P_{ij}|^2$ может быть легко найден с использованием

волновых функций носителей заряда (4), (7), (10) и оказывается пропорциональным величинам MI^2 и MII^2 , где

$$MI_{ij} = \frac{\sin(k_i + k_j)(a/2)}{k_i + k_j} + \frac{\sin(k_i - k_j)(a/2)}{k_i - k_j},$$

$$MII_{ij} = \frac{\sin(k_i + k_j)(a/2)}{k_i + k_j} - \frac{\sin(k_i - k_j)(a/2)}{k_i - k_j}.$$

Значения величин MI^2 и MII^2 в моделях с учетом и без учета непараболичности представлены в табл. 3. Видно, что для переходов $c1-hh1$, $c2-hh1$ и $c2-hh2$ учет непараболичности энергетического спектра носителей заряда приводит к незначительному увеличению, а для переходов $c1-hh2$ и $c1-lh1$ — к незначительному уменьшению значений MI^2 и MII^2 . Для перехода $c3-hh1$ происходит уменьшение величины MI^2 на 2 порядка вследствие того, что в рамках модели Кейна оба слагаемых в MI^2 практически одинаковы по модулю, но имеют разные знаки; для перехода $c2-lh1$ происходит незначительное уменьшение величины MI^2 и незначительное увеличение величины MII^2 . Таким образом, можно сделать вывод о том, что учет непараболичности практически не влияет на интеграл перекрытия между s - и p -состояниями.

Интеграл в выражении (25) можно легко вычислить, используя свойства δ -функции. Для переходов с участием тяжелых дырок можно положить $m_h \gg m_c$. Тогда для коэффициента поглощения получается следующее выражение:

$$\alpha(\omega)_{ij} = \frac{2\pi}{\sqrt{\kappa_0}} \frac{e^2}{\hbar c} \frac{1}{a\hbar\omega} |P_{ij}|_{E_i=\hbar\omega-E_g-E'_j}^2 \times \left(\frac{dq^2(E_i)}{dE_i} \right)_{E_i=\hbar\omega-E_g-E'_j}. \quad (27)$$

Для переходов с участием легких дырок вместо множителя $dq^2(E_i)/dE_i$ будет стоять выражение $\frac{1}{[dE_c/dq^2] + [dE'_j/dq^2]}$. Тогда выражение для коэффициента поглощения примет вид

$$\alpha(\omega)_{ij1} = \frac{2\pi}{\sqrt{\kappa_0}} \frac{e^2}{\hbar c} \frac{1}{a\hbar\omega} |P_{ij}|_{E_i=\hbar\omega-E_g-E'_{i1}}^2 \times \left\{ \frac{1}{[dE_c/dq^2] + [dE'_{i1}/dq^2]} \right\}_{E_i=\hbar\omega-E_g-E'_{i1}}. \quad (28)$$

Так как значения эффективных масс электронов и легких дырок близки, то можно считать $dE_c/dq^2 \approx dE'_{i1}/dq^2$. Тогда выражение для коэффициента поглощения примет вид

$$\alpha(\omega)_{i11} = \frac{\pi}{\sqrt{\kappa_0}} \frac{e^2}{\hbar c} \frac{1}{a\hbar\omega} |P_{ij}|_{E_i=\hbar\omega-E_g-E'_{i1}}^2 \times \left(\frac{dq^2(E_i)}{dE_i} \right)_{E_i=\hbar\omega-E_g-E'_{i1}}, \quad (29)$$

где производная $dq^2(E_i)/dE_i$ в рамках параболического приближения есть

$$\frac{dq^2(E_i)}{dE_i} = \frac{2m_c}{\hbar^2}, \quad (30a)$$

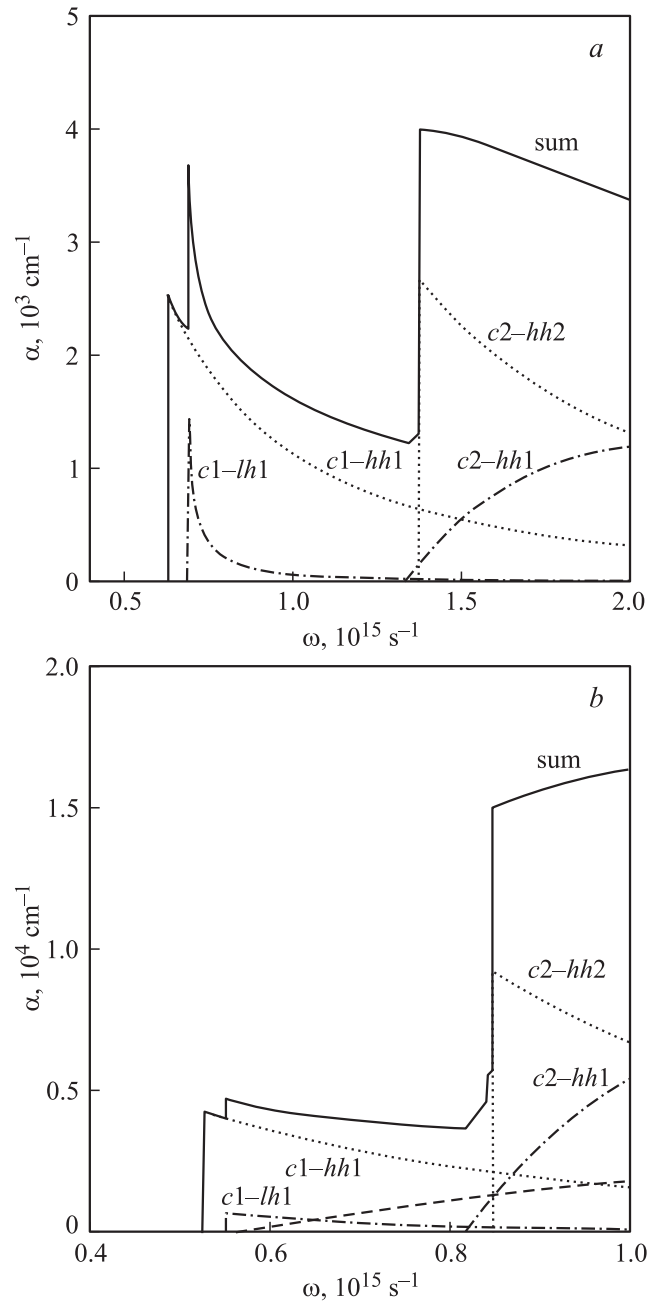


Рис. 3. Зависимости коэффициента поглощения от частоты оптического перехода при ширине квантовой ямы $a = 100 \text{ \AA}$, рассчитанные без учета (а) и с учетом (б) непараболичности. Показаны зависимости суммарного коэффициента поглощения от частоты оптического перехода, а также вклады переходов, вносящих наибольший вклад в суммарный коэффициент поглощения.

с учетом непараболичности

$$\frac{dq^2(E_i)}{dE_i} = \frac{1}{\hbar^2\gamma^2} \left[2E_i + E_g + \delta - \frac{2\delta^2(E_g + 2\delta)}{(E_i + E_g + 2\delta)^2} \right]. \quad (30b)$$

Величина $dq^2(E_i)/dE_i$ с точностью до постоянного множителя представляет собой двумерную плотность

Таблица 4. Время излучательной рекомбинации τ_{phij} (в с) для различных оптических переходов в гетероструктуре AlSb/InAs_{0.84}Sb_{0.16}/AlSb при $a = 100 \text{ \AA}$, $T = 300 \text{ K}$ и $p = 10^{12} \text{ см}^{-2}$ для случая невырожденных электронов и для случая сильного вырождения ($n = 5 \cdot 10^{12} \text{ см}^{-2}$)

Переход	Без учета непараболичности		С учетом непараболичности	
	Случай невырожденных электронов	Случай сильного вырождения	Случай невырожденных электронов	Случай сильного вырождения
$c1-hh1$	$8.1 \cdot 10^{-9}$	$7.1 \cdot 10^{-9}$	$1.2 \cdot 10^{-8}$	$1.5 \cdot 10^{-8}$
$c2-hh1$	$2.5 \cdot 10^{-8}$		$2.2 \cdot 10^{-8}$	
$c3-hh1$	$4.3 \cdot 10^{-7}$		$9.6 \cdot 10^{-5}$	
$c1-hh2$	$4.5 \cdot 10^{-7}$	$2.7 \cdot 10^{-8}$	$2.9 \cdot 10^{-7}$	$7.6 \cdot 10^{-8}$
$c2-hh2$	$3.6 \cdot 10^{-9}$		$1.1 \cdot 10^{-8}$	
$c1-lh1$	$1.02 \cdot 10^{-7}$	$1.8 \cdot 10^{-7}$	$1.1 \cdot 10^{-7}$	$2 \cdot 10^{-7}$
$c2-lh1$	$5.8 \cdot 10^{-7}$		$4.6 \cdot 10^{-7}$	

состояний в зоне проводимости. Вследствие значительного увеличения эффективной массы электронов с ростом энергии наблюдается существенный рост значений функции плотности состояний в зоне проводимости и, следовательно, рост коэффициента поглощения. Для высоковозбужденных состояний коэффициент поглощения, вычисленный с учетом непараболичности энергетического спектра, превышает коэффициент поглощения, вычисленный в рамках параболического приближения, почти на порядок.

На рис. 3, *a, b* представлены зависимости коэффициента поглощения от частоты оптического перехода для

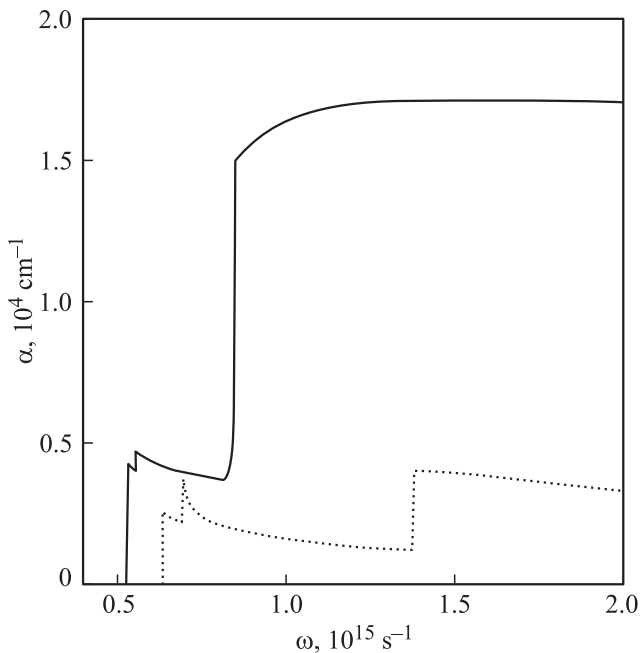


Рис. 4. Зависимость суммарного коэффициента поглощения от частоты оптического перехода при ширине квантовой ямы $a = 100 \text{ \AA}$, рассчитанная в рамках модели параболического спектра (пунктирная линия) и в рамках четырехзонной модели Кейна (сплошная линия).

модели с параболическим спектром носителей заряда и с учетом непараболичности соответственно. На рис. 4 представлены зависимости суммарного коэффициента поглощения от частоты для обоих приближений. Из рис. 4 можно сделать вывод, что при расчете коэффициента поглощения крайне важно учитывать непараболичность энергетического спектра носителей заряда, так как эффект непараболичности приводит к росту коэффициента поглощения в несколько раз, особенно для высоковозбужденных состояний.

5. Скорость излучательной рекомбинации

Скорость излучательной рекомбинации R_{ph} в квантовых ямах вычисляется согласно выражению [10]

$$R_{ph} = \frac{4\kappa_{\infty}}{\pi\sqrt{\kappa_0}} \frac{e^2}{\hbar c} \frac{1}{\hbar^3 c^2} \times \sum_{i,j} \int q dq |P_{ij}|^2 f_i(q) f_j(q) [E_i(q) + E'_j(q) + E_g], \quad (31)$$

где κ_{∞} — высокочастотная диэлектрическая проницаемость, f_c, f_h — функции распределения электронов и тяжелых дырок. Здесь мы сразу учли, что $E' = -E_g - E$.

В случае невырожденных носителей интеграл в выражении (31) можно упростить, если считать, что характерное значение q равно модулю волнового вектора теплового движения электронов $q_T = \sqrt{2k_B T m_c} / \hbar$, где T — абсолютная температура, k_B — постоянная Больцмана. Тогда множители $|P_{ij}(q_T)|^2$ и $E_i(q_T) + E'_j(q_T) + E_g$ можно вынести за знак интеграла, а интеграл примет вид $\int q dq f_c(q) f_h(q) = \pi [n_i p \exp(-\varepsilon_j / k_B T) / N_j]$, где $N_j = m_j k_B T / \pi \hbar^2$ — эффективная плотность состояний в j -й подзоне, n, p — двумерные концентрации электронов и дырок, ε_j — расстояние между j -м подуровнем и основным подуровнем тяжелых дырок. В итоге для скорости излучательной

рекомбинации получается следующее выражение:

$$R_{\text{phij}} = \frac{4\kappa_\infty}{\sqrt{\kappa_0}} \frac{e^2}{\hbar c} \frac{1}{\hbar^3 c^2} |P_{ij}(q_T)|^2 \times [E_i(q_T) + E'_j(q_T) + E_g] \frac{n_i p \exp(-\varepsilon_j/k_B T)}{N_j}. \quad (32)$$

В случае, когда электроны вырождены, в формулу (32) вместо q_T нужно подставить q_F (где q_F — волновой вектор, соответствующий энергии Ферми).

Для невырожденных носителей время излучательной рекомбинации для каждого отдельного перехода равно

$$\tau_{\text{phij}} = \frac{n_i}{R_{ij}} = \frac{\sqrt{\kappa_0}}{4\pi\kappa_\infty} \frac{\hbar c}{e^2} \frac{\hbar c^2 m_j k_B T \exp(\varepsilon_j/k_B T)}{p |P_{ij}(q_T)|^2 [E_i(q_T) + E'_j(q_T) + E_g]}. \quad (33)$$

В табл. 4 представлены результаты расчетов времени излучательной рекомбинации при температуре $T = 300$ К и концентрации дырок $p = 10^{-12}$ см $^{-2}$ для невырожденных электронов и для случая сильного вырождения ($n = 5 \cdot 10^{12}$ см $^{-2}$). Следует отметить интересный факт, что для перехода $c1-hh1$ в модели с учетом непараболичности и для перехода $c1-lh1$ в обеих моделях наблюдается даже некоторое увеличение времени жизни для вырожденных электронов. Это связано с тем, что квадрат интеграла перекрытия $|P_{ij}|^2$ для данных переходов зависит от q только через нормировочные коэффициенты, а $H_1(q_F)/H_1(q_T) \approx 0.7$. В модели с учетом непараболичности уменьшение коэффициента H_1 для перехода $c1-hh1$ компенсируется увеличением расстояния между уровнями $E_i(q_F) - E_j(q_F)$, поэтому время излучательной рекомбинации для обоих случаев получается практически равным. Для перехода $c1-hh2$ существенное уменьшение времени излучательной рекомбинации в обеих моделях связано с тем, что $|P_{ij}|^2 \propto q^2$, а $(q_F/q_T)^2 \approx 10$. Для случая невырожденных электронов учет непараболичности приводит к увеличению времени излучательной рекомбинации для переходов с совпадающей четностью начального и конечного состояний и к уменьшению, если четности начального и конечного состояния различны. Отметим, что в обеих моделях минимальное время излучательной рекомбинации имеет переход $c2-hh2$.

6. Заключение

В данной работе исследована гетероструктура с глубокой квантовой ямой состава AlSb/InAs $_{0.84}$ Sb $_{0.16}$ /AlSb без учета непараболичности энергетического спектра носителей заряда и с учетом непараболичности в рамках четырехзонной модели Кейна. Были получены зависимости энергии уровней размерного квантования носителей заряда и соответствующих значений квантованных компонент волновых векторов в зоне проводимости и в валентной зоне от ширины квантовой ямы. Показано, что учет непараболичности энергетического спектра

носителей заряда приводит к уменьшению энергии уровней размерного квантования вследствие значительного утяжеления электрона с ростом энергии. Также это приводит к увеличению количества уровней размерного квантования в зоне проводимости. При ширине квантовой ямы $a = 100$ Å количество энергетических уровней без учета непараболичности равно 3, а с учетом непараболичности в рамках модели Кейна — 6. Таким образом, учет непараболичности играет весьма существенную роль при расчете значений энергии уровней размерного квантования.

Рассчитаны значения матричных элементов для межзонных оптических переходов между различными подзонами размерного квантования и зависимости соответствующих этим переходам коэффициентов поглощения от частоты. Показано, что учет непараболичности энергетического спектра электронов приводит к увеличению коэффициента поглощения в несколько раз за счет увеличения значений функции плотности состояний.

Также рассчитана скорость излучательной рекомбинации для различных межзонных оптических переходов для случая невырожденных электронов и для случая сильного вырождения. Показано, что учет непараболичности приводит к увеличению времени переходов между уровнями одной четности и к уменьшению для переходов между уровнями различной четности. Минимальное время получено для перехода $c2-hh2$ и составляет $\tau_{\text{phc}2hh2} = 3 \cdot 10^{-9}$ с без учета непараболичности и $1.01 \cdot 10^{-8}$ с с учетом непараболичности.

Работа выполнена при частичной поддержке гранта Президента № НШ-5062.2014.2.

Приложение I

Нормировочные коэффициенты

Из условия нормировки $\int \bar{\Psi} \Psi d^3 r = 1$ можно получить следующие выражения для нормировочных коэффициентов, принимая нормировочную площадь равной единице:

$$\begin{aligned} \frac{1}{A_1^2} &= \frac{a}{2} + \frac{\sin k_c a}{2k_c} \\ &+ \frac{\hbar^2 \gamma^2}{Z^2} (1 + 2\lambda_c^2) \left[(k_c^2 + q^2) \frac{a}{2} - (k_c^2 - q^2) \frac{\sin k_c a}{2k_c} \right] \\ &+ \frac{\cos^2(k_c a/2)}{\kappa_c} \left[1 + \frac{\hbar^2 \tilde{\gamma}^2}{Z} (\kappa_c^2 + q^2)(1 + 2\tilde{\lambda}_c^2) \right]; \\ \frac{1}{A_2^2} &= \frac{a}{2} - \frac{\sin k_c a}{2k_c} \\ &+ \frac{\hbar^2 \gamma^2}{Z^2} (1 + 2\lambda_c^2) \left[(k_c^2 + q^2) \frac{a}{2} - (k_c^2 - q^2) \frac{\sin k_c a}{2k_c} \right] \\ &+ \frac{\sin^2(k_c a/2)}{\kappa_c} \left[1 + \frac{\hbar^2 \tilde{\gamma}^2}{Z} (\kappa_c^2 + q^2)(1 + 2\tilde{\lambda}_c^2) \right]; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{1}{H_1^2} &= a(k_h^2 + q^2) + \frac{\sin k_h a}{k_h} (k_h^2 - q^2) \\
&\quad + \frac{2 \sin^2(k_c a/2)}{\kappa_c} (\kappa_c^2 + q^2); \\
\frac{1}{H_2^2} &= a(k_h^2 + q^2) - \frac{\sin k_h a}{k_h} (k_h^2 - q^2) \\
&\quad + \frac{2 \cos^2(k_c a/2)}{\kappa_c} (\kappa_c^2 + q^2); \\
\frac{1}{L_1^2} &= \frac{a}{2} + \frac{\sin k_l a}{2k_l} \\
&\quad + \frac{\hbar^2 \gamma^2}{Z_l^2} (1 + 2\tilde{\lambda}_l^2) \left[(k_l^2 + q^2) \frac{a}{2} - (k_l^2 - q^2) \frac{\sin k_l a}{2k_l} \right] \\
&\quad + \frac{\cos^2(k_l a/2)}{\kappa_l} \left[1 + \frac{\hbar^2 \tilde{\gamma}^2}{Z_l} (\kappa_l^2 + q^2)(1 + 2\tilde{\lambda}_l^2) \right]; \\
\frac{1}{L_2^2} &= \frac{a}{2} - \frac{\sin k_l a}{2k_l} \\
&\quad + \frac{\hbar^2 \gamma^2}{Z_l^2} (1 + 2\tilde{\lambda}_l^2) \left[(k_l^2 + q^2) \frac{a}{2} + (k_l^2 - q^2) \frac{\sin k_l a}{2k_l} \right] \\
&\quad + \frac{\sin^2(k_l a/2)}{\kappa_l} \left(1 + \frac{\hbar^2 \tilde{\gamma}^2}{Z_l} (\kappa_l^2 + q^2)(1 + 2\tilde{\lambda}_l^2) \right).
\end{aligned} \tag{П.1.1}$$

В рамках параболического приближения нормировочные коэффициенты будут выглядеть следующим образом:

$$\begin{aligned}
\frac{1}{A_{1p}^2} &= \frac{a}{2} + \frac{\sin k_c a}{2k_c} + \frac{\cos^2(k_c a/2)}{\kappa_c}; \\
\frac{1}{A_2^2} &= \frac{a}{2} - \frac{\sin k_c a}{2k_c} + \frac{\sin^2(k_c a/2)}{\kappa_c}; \\
\frac{1}{L_{1p}^2} &= \frac{\hbar^2 \gamma^2}{(E_{lh} + E_g)^2} \left[(k_l^2 + q^2) \frac{a}{2} - (k_l^2 - q^2) \frac{\sin k_l a}{2k_l} \right] \\
&\quad + \frac{\cos^2(k_l a/2)}{\kappa_l} \frac{\hbar^2 \tilde{\gamma}^2}{(E_{lh} + E_g + U_c)^2} (\kappa_l^2 + q^2); \\
\frac{1}{L_{2p}^2} &= \frac{\hbar^2 \gamma^2}{(E_{lh} + E_g)^2} \left[(k_l^2 + q^2) \frac{a}{2} + (k_l^2 - q^2) \frac{\sin k_l a}{2k_l} \right] \\
&\quad + \frac{\sin^2(k_l a/2)}{\kappa_l} \frac{\hbar^2 \tilde{\gamma}^2}{(E_{lh} + E_g + U_c)^2} (\kappa_l^2 + q^2).
\end{aligned} \tag{П.1.2}$$

Приложение II

Вычисление величины $|P_{ij}|^2$

Используя выражения для нормировочных коэффициентов (П.1.1) и (П.1.2), можно получить выражение

для величины $|P_{ij}|^2$. В (26) можно ограничиться интегрированием по области $|x| < a/2$, так как $U_c \gg E_c$ и проникновение волновых функций носителей под барьер мало. В итоге, используя приведенные выше волновые функции носителей заряда, можно получить:

$$\begin{aligned}
|P_{c1hh1}|^2 &= 2\hbar^2 \gamma^2 A_1^2 H_1^2 k_{hl}^2 M \Pi_{c1hh1}^2; \\
|P_{c2hh1}|^2 &= 3\hbar^2 \gamma^2 A_2^2 H_1^2 q^2 M \Pi_{c2hh1}^2; \\
|P_{c3hh1}|^2 &= 2\hbar^2 \gamma^2 A_1^2 H_1^2 k_{hl}^2 M \Pi_{c3hh1}^2; \\
|P_{c1hh2}|^2 &= 3\hbar^2 \gamma^2 A_1^2 H_2^2 q^2 M \Pi_{c1hh2}^2; \\
|P_{c2hh2}|^2 &= 2\hbar^2 \gamma^2 A_2^2 H_2^2 k_{h2}^2 M \Pi_{c2hh2}^2; \\
|P_{c1lh1}|^2 &= 2\hbar^4 \gamma^4 A_1^2 L_2^2 k_l^2 \\
&\quad \times \left(M \Pi_{c1lh1}^2 \frac{1 + \lambda_l^2}{Z_l^2} + M \Pi_{c1lh1}^2 \frac{1 + \lambda_c^2}{Z^2} \right); \\
|P_{c2lh1}|^2 &= \hbar^4 \gamma^4 A_2^2 L_2^2 q^2 \\
&\quad \times M \Pi_{c2lh1}^2 \left(\frac{1 + 3\lambda_l^2}{Z_l^2} + \frac{1 + 3\lambda_c^2}{Z^2} \right).
\end{aligned} \tag{П.1.2}$$

Здесь

$$\begin{aligned}
M \Pi_{ij} &= \frac{\sin(k_i + k_j)(a/2)}{k_i + k_j} + \frac{\sin(k_i - k_j)(a/2)}{k_i - k_j}, \\
M \Pi_{ij} &= \frac{\sin(k_i + k_j)(a/2)}{k_i + k_j} - \frac{\sin(k_i - k_j)(a/2)}{k_i - k_j}.
\end{aligned}$$

Список литературы

- [1] G.G. Zegrya. In: *Antimonide-Related Strained-Layer Heterostructures*, ed. by M.O. Manasreh (Gordon and Breach Science Publishers, Amsterdam, 1997) p. 273.
- [2] M.P. Mikhailova, L.V. Danilov, K.V. Kalinina, E.V. Ivanov, N.D. Stoyanov, G.G. Zegrya, Y.P. Yakovlev, A. Hospodkova, J. Pangrac, M. Zikova, E. Hulcius. In: *The Wonder of Nanotechnology: Quantum Optoelectronic Devices and Applications*, ed. by M. Razeghi, L. Esaki, K. von Klitzing (SPIE Press, Bellingham, WA, 2013) p. 105.
- [3] I. Vurgaftman, J.R. Meyer, L.R. Ram-Mohan. *J. Appl. Phys.*, **89**, 5815 (2001).
- [4] S.A. Cripps, T.J.C. Hosea, A. Krier, V. Smirnov, P.J. Batty, Q.D. Zhuang, H.H. Lin, Po-Wei Liu, G. Tsai. *Appl. Phys. Lett.*, **90**, 172 106 (2007).
- [5] L.V. Asryan, N.A. Gun'ko, A.S. Polkovnikov, G.G. Zegrya, R.A. Suris, P.-K. Lau, T. Makino. *Semicond. Sci. Technol.*, **15**, 1132 (2000).
- [6] Л.В. Данилов, Г.Г. Зегря. *ФТП*, **42**, 573 (2007).
- [7] В.Н. Абакумов, В.И. Перель, И.Н. Ясневич. *Безызлучательная рекомбинация в полупроводниках* (СПб., Изд-во ПИЯФ, 1997).
- [8] Г.Г. Зегря, А.С. Полковников. *ЖЭТФ*, **113**, 1491 (1998).
- [9] Л.В. Данилов, Г.Г. Зегря. *ФТП*, **42**, 566 (2008).
- [10] Л.Е. Воробьев, С.Н. Данилов, Г.Г. Зегря, Д.А. Фирсов, В.А. Шальгин, И.Н. Ясневич, Е.В. Берегулин. *Фотоэлектрические явления в полупроводниках и размерно-квантованных структурах* (СПб., Наука, 2001).

Редактор Л.В. Шаронова

**Influence of electrons and light holes
energy spectrum nonparabolicity
on optical properties
of heterostructures with deep
quantum wells AISb/InAs_{0.86}Sb_{0.14}/AISb**

N.V. Pavlov, G.G. Zegrya

Ioffe Physicotechnical Institute,
Russian Academy of Sciences,
194021 St. Petersburg, Russia

Abstract In this paper the optical properties of heterostructures with deep quantum well AISb/InAs_{0.86}Sb_{0.14}/AISb are investigated with taking into account the energy spectrum nonparabolicity in the frame of four-band Kane model. It is shown that taking into account energy spectrum nonparabolicity affects on the quantity of levels. There are 3 dimensional quantization levels for quantum well width 100 Å in the simple parabolic model and 6 levels in the four-band Kane model because high energy electrons effective mass in the Kane model 4times exceeds the one in simple parabolic model. It is also shown that the energy spectrum nonparabolicity weakly influences on the overlap integral between *s*- and *p*-states but leads to sufficient increase of density states function value that causes the absorption coefficient considerable rising.