

Равновесные магнитные и орбитальные состояния манганитов, содержащих четыре атома марганца в элементарной ячейке

© С.М. Дунаевский, В.В. Дериглазов

Петербургский институт ядерной физики им. Б.П. Константинова Российской академии наук, 188300 Гатчина, Ленинградская обл., Россия

E-mail: dunaevsk@mail.pnpi.spb.ru

(Поступила в Редакцию 1 сентября 2003 г.)

Рассчитаны спектр носителей заряда и полная энергия различных магнитных и орбитальных конфигураций кристаллической структуры манганитов $R_{1-x}A_xMnO_3$ ($R = La, Pr, Nd, Sm$ и др., $A = Ca, Sr, Ba$) с четырьмя атомами марганца в элементарной ячейке в области электронного легирования $x > 0.5$. Равновесные магнитные и орбитальные конфигурации модели определены в результате минимизации полной энергии системы по углам θ_i^s , φ_i и θ_i^o , которые задавали направления локальных магнитных моментов марганца и тип орбитального смешивания e_g -электронов в манганитах. Для значений параметров гейзенберговского обменного взаимодействия $0.018t < J_{AF} < 0.022t$, хундовского обменного взаимодействия $J_H = 2.5t$ и янтеллеровского расщепления $\Delta = 1.5t$ модель с четырьмя атомами марганца в элементарной ячейке предсказывает наблюдаемое экспериментально чередование магнитных фаз $G-C-A$ с ростом легирования $y = 1 - x$. Для значений $J_{AF} < 0.018t$ и $y < 0.28$ рассмотренная модель допускает существование не наблюдававшейся ранее коллинеарной фазы H .

Работа выполнена при поддержке российско-белорусского проекта Российского фонда фундаментальных исследований № 02-02-81012 Бел2002-а.

1. В настоящей работе выполнен расчет фазовых диаграмм манганитов $R_{1-x}A_xMnO_3$ ($R = La, Pr, Nd, Sm$ и др., $A = Ca, Sr, Ba$) для кристаллической структуры, содержащей четыре атома марганца в элементарной ячейке. Фазовые диаграммы манганитов построены только для той области их электронного легирования, в которой концентрация двухвалентных атомов в соединении превышает значение $x = 0.5$. В этой области подвижными носителями заряда являются d -электроны, которые по мере увеличения их концентрации $y = 1 - x$ заполняют вырожденную e_g -зону манганитов не более чем на одну восьмую. Малое число носителей в зоне проводимости позволяет в первом приближении не рассматривать межатомное и внутриатомное кулоновское отталкивание, что несколько упрощает вид гамильтониана для рассматриваемых соединений.

В качестве эффективного гамильтониана, описывающего свойства манганитов в области их электронного легирования, в работе использовался модельный гамильтониан вырожденной DE -модели [1–3], который в локальном атомном базисе имеет вид

$$H = H_{DE} + H_H + H_{JT},$$

$$H_{DE} = \sum_{i\alpha\sigma} \varepsilon_{i\alpha} d_{i\alpha\sigma}^\dagger d_{i\alpha\sigma} - J_{HS} \sum_{i\alpha\sigma} \sigma d_{i\alpha\sigma}^\dagger d_{i\alpha\sigma} + \sum_{ij\alpha\beta\sigma'\sigma} t_{ij\alpha\beta}^{\sigma\sigma'} d_{i\alpha\sigma}^\dagger d_{j\beta\sigma'},$$

$$H_H = \sum J_{AF} \mathbf{S}_i \mathbf{S}_j,$$

$$t_{ij\alpha\beta}^{\sigma\sigma'} = \begin{cases} t_{ij\alpha\beta} \cos \frac{\theta_{ij}}{2} & (\sigma = \sigma'), \\ \pm t_{ij\alpha\beta} \sin \frac{\theta_{ij}}{2} & (\sigma \neq \sigma'), \end{cases}$$

$$H_{JT} = \sum_{i\sigma} \Delta_i (d_{i\alpha\sigma}^\dagger d_{i\beta\sigma}^\dagger) \begin{pmatrix} \cos \theta_i^o & \sin \theta_i^o \\ \sin \theta_i^o & -\cos \theta_i^o \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d_{i\alpha\sigma} \\ d_{i\beta\sigma} \end{pmatrix}. \quad (1)$$

Данный гамильтониан описывает лишь марганцевую подрешетку реальной кристаллической структуры манганитов. Он состоит из гамильтониана двойного обмена (double exchange) H_{DE} для вырожденного e_g -уровня марганца и конечного значения внутриатомного (хундовского) параметра J_H ; гамильтониана Гейзенберга H_H локализованных t_{2g} -электронов и гамильтониана H_{JT} , описывающего расщепление (Яна-Теллера) e_g -уровня. Подробный вывод этого модельного гамильтониана для случая бесконечно большого J_H приведен в [4]. Гамильтониан включает в себя сильное внутриатомное кулоновское взаимодействие между e_g - и t_{2g} -электронами, подчиняющееся правилу Хунда. Все остальные межэлектронные кулоновские взаимодействия здесь не учитываются, что в первом приближении оправдано для малого числа e_g -электронов в зоне проводимости.

Индексы α и β в (1) нумеруют вырожденные атомные e_g -орбитали $|1\rangle = |z^2\rangle$ и $|2\rangle = |x^2 - y^2\rangle$, а индексы i и j нумеруют атомы. Операторы $d_{i\alpha\sigma}^\dagger$ и $d_{j\beta\sigma'}$ представляют собой операторы рождения и уничтожения электронов на узле i со спином, направленным либо вдоль, либо против спина локализованных t_{2g} -электронов \mathbf{S}_i ($\sigma = \uparrow, \downarrow$). Кроме того, в (1): $\varepsilon_{i\alpha}$ — энергия атомной орбитали типа α , J_H — внутриатомный хундовский интеграл, J_{AF} — обменный интеграл модели Гейзенберга для локализованных t_{2g} -электронов, Δ_i — параметр, описывающий расщепление e_g -уровня на атоме с номером i , $t_{ij\alpha\beta}$ — эффективные интегралы перескока между локальными компонентами спиновых состояний ближайших ионов марганца. В модели двойного обмена

перескок e_g -электронов осуществляется без переворота его спина, поэтому интеграл перескока $t_{ij\alpha\beta}$ зависит от взаимной ориентации (угла θ_{ij}) соседних спинов S_i и S_j . Роль ионов кислорода, которые в структуре перовскита расположены между ионами марганца, сводится к тому, что эффективный интеграл перескока $t_{ij\alpha\beta}$ выражается через интеграл перескока t между e_g -орбиталью марганца и p -орбиталью ближайшего иона кислорода (параметр Костера–Слетера $V_{pd\sigma}$) во втором порядке теории возмущений. Интеграл перескока $t_{ij\alpha\beta}$ анизотропен в реальном пространстве (см. [2,3]).

Впервые фазовая диаграмма манганитов в рамках вырожденной DE -модели была рассчитана в [1], где для $\epsilon(\mathbf{k})$ использовался модифицированный закон дисперсии ферромагнитного состояния, полученный для кристаллической структуры манганита с одним атомом марганца в элементарной ячейке [5]. Модификация состояла в том, что в выражения для $\epsilon(\mathbf{k})$ вводились два интеграла перескока $t_{xy} = t \cos(\theta_{xy}/2)$ и $t_z = t \cos(\theta_z/2)$, зависящие от углов между соседними спинами, находящимися либо в одной плоскости (001) (θ_{xy}), либо в соседних плоскостях (θ_z). Работа [1] вызвала большой интерес и стимулировала появление целого цикла теоретических исследований фазовых диаграмм легированных электронов манганитов [6,7].

С теоретической точки зрения введение двух различных углов между соседними спинами возможно только при наличии как минимум четырех неэквивалентных атомов в элементарной ячейке манганита. В этом случае необходимо не модифицировать, а непосредственно рассчитывать спектр носителей $\epsilon(\mathbf{k})$ исходя из соответствующей матрицы гамильтониана.

В работах авторов [8,9] была рассмотрена двухподрешеточная модель манганитов, где равновесные типы магнитной и орбитальной структур находились в результате минимизации полной энергии по углу между соседними спинами θ_{ij} и по углам орбитального внутриатомного смешивания θ_i^O . В данной работе подобная задача впервые применяется для модели кристаллической структуры манганитов, содержащей четыре атома марганца в элементарной ячейке, без каких-либо предварительных предположений о типе спинового и орбитального упорядочения.

2. Известно, что легированные манганиты $R_{1-x}A_xMnO_3$ чаще всего кристаллизуются в орторомбической и ромбоэдрической структурах (фаза R). На рис. 1 показана подрешетка марганца орторомбической симметрии, вложенная в исходную кубическую перовскитную структуру ABO_3 . Элементарная ячейка подрешетки марганца содержит четыре неэквивалентных в трансляционном отношении атома, отмеченных цифрами на рис. 1 и в данном случае связанных между собой преобразованиями симметрии кристаллографической пространственной группы $Pnma$. Если магнитная симметрия совпадает с кристаллографической, то все четыре атома марганца эквивалентны. Это обстоятельство накладывает определенные ограничения на возможные

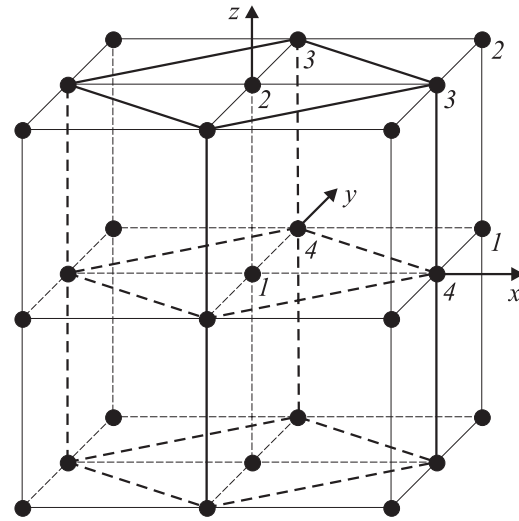


Рис. 1. Элементарная ячейка $Pnma$ ионов Mn, встроенная в кубическую решетку.

магнитные структуры. Основными типами магнитных структур $Pnma$, обычно наблюдаемыми в эксперименте, являются: 1) структура с ферромагнитным (F , ФМ) упорядочением всех локальных магнитных моментов марганца вдоль одной из осей x , y или z (F_x , F_y или F_z); 2) антиферромагнитная (АМФ) структура типа A с АФМ-чередованием ФМ-плоскостей типа (001); 3) АФМ-структура типа C , состоящая из ФМ-цепочек спинов вдоль одной из осей x , y или z , упорядоченных антиферромагнитно; 4) АФМ-структура типа G с обычным АФМ-упорядочением магнитных моментов ближайших соседей.

Кроме этих „чистых“ магнитных структур орторомбическая симметрия допускает возможность наблюдения более сложных магнитных структур (типа C_xA_z , $G_zA_yF_x$ и др.), принадлежащих к одному из неприводимых представлений гамильтониана гейзенберговского типа. Таких неприводимых представлений для магнитных моментов марганца в $Pnma$ всего четыре, а для магнитных моментов редкоземельных ионов — восемь. Например, некопланарная структура $G_zA_yF_x$ соответствует ФМ-упорядочению компоненты S_x спинового магнитного момента ионов марганца, упорядочению типа A для S_y и типа G для S_z . Для магнитных структур редкоземельных ионов возможны только парные произведения (например, C_xA_y). Все возможные типы магнитного упорядочения как атомов марганца, так и редкоземельных ионов в орторомбической структуре $Pnma$ (при другом выборе системы координат — $Pbnm$) приведены в [10].

Ставя общую задачу нахождения основного состояния, необходимо снять все начальные ограничения на возможные типы магнитного и орбитального упорядочения. Гамильтониан (1) не является гейзенберговским, и генерируемые им магнитные структуры могут отличаться от структур, описанных выше, причем их симметрия может оказаться ниже симметрии кристаллической ре-

шетки. В этом случае взаимодействие электронных и спиновых степеней свободы с решеткой может привести к искажениям последней и понижению ее симметрии до одной из подгрупп, характеризующих магнитную симметрию. Однако в нашей модели, предполагающей жесткую решетку, такое обратное воздействие отсутствует, что несколько снижает самосогласованность задачи.

3. Корректный расчет кинетической энергии носителей в методе сильной связи для манганитов с четырьмя атомами марганца в элементарной ячейке требует рассмотрения в \mathbf{k} -пространстве матриц гамильтониана размером не менее 16×16 .

В этом случае матрица гамильтониана системы может быть задана в виде

$$H(\mathbf{k}) = \begin{pmatrix} H_{11}(\mathbf{k}) & H_{12}(\mathbf{k}) & 0 & H_{14}(\mathbf{k}) \\ H_{21}(\mathbf{k}) & H_{22}(\mathbf{k}) & H_{23}(\mathbf{k}) & 0 \\ 0 & H_{32}(\mathbf{k}) & H_{33}(\mathbf{k}) & H_{34}(\mathbf{k}) \\ H_{41}(\mathbf{k}) & 0 & H_{43}(\mathbf{k}) & H_{44}(\mathbf{k}) \end{pmatrix}, \quad (2)$$

где матрицы H_{ij} описывают взаимодействие между ближайшими ионами Mn в решетке на рис. 1.

Если заранее не накладывать никаких ограничений на возможные типы магнитных и орбитальных структур, то для каждого атома марганца в элементарной ячейке необходимо задать три угла: θ_i^S , φ_i и θ_i^O , которые определяют направление локального спина и тип орбитального смешивания. Для атома с номером i в качестве локального атомного базиса следует использовать спиноры $|\alpha\rangle$ и $|\beta\rangle$, связанные с атомными орбиталями известным преобразованием

$$\begin{pmatrix} |\gamma\rangle'_{i\uparrow} \\ |\gamma\rangle'_{i\downarrow} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \frac{\theta_i^S}{2} & i \sin \frac{\theta_i^S}{2} \exp(-i\varphi_i) \\ -i \sin \frac{\theta_i^S}{2} \exp(i\varphi_i) & \cos \frac{\theta_i^S}{2} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} |\gamma\rangle_{i\uparrow} \\ |\gamma\rangle_{i\downarrow} \end{pmatrix}. \quad (3)$$

В (3) штрихами обозначены компоненты спинора в локальной системе координат, стрелками указаны проекции электронного спина на произвольную выделенную ось, а $|\gamma\rangle_i$ представляет собой орбитальное состояние e_g -электрона, которое в свою очередь является линейной комбинацией e_g -орбиталей,

$$|\gamma\rangle_i \equiv \begin{pmatrix} |\alpha\rangle_i \\ |\beta\rangle_i \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \frac{\theta_i^O}{2} & \sin \frac{\theta_i^O}{2} \\ -\sin \frac{\theta_i^O}{2} & \cos \frac{\theta_i^O}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} |3z^2 - r^2\rangle_i \\ |x^2 - y^2\rangle_i \end{pmatrix}. \quad (4)$$

В спиноре (4) состояние $|\alpha\rangle_i$ занято, а $|\beta\rangle_i$ свободно. При вырожденном e_g -уровне оба состояния имеют одинаковую энергию, и в результате орбитальный порядок (ОП) отсутствует, что противоречит многочисленным экспериментальным данным. Расщепление e_g -уровня типа Яна-Теллера в DE-модели снимает орбитальное выро-

ждение (см. [8,9]). В соответствии с этим можно считать, что $\varepsilon_{i\alpha} = -\Delta$, $\varepsilon_{i\beta} = \Delta$, где $\Delta \sim y$.

В локальном базисе интеграл перескока между одинаковыми орбиталями соседних атомов марганца имеет вид

$$t_{ij\alpha\alpha}^{\uparrow\uparrow} = \langle \alpha_i^\uparrow | \alpha_j^\uparrow \rangle = t_{ij\alpha\alpha} \left[\cos \frac{\theta_i}{2} \cos \frac{\theta_j}{2} + \sin \frac{\theta_i}{2} \sin \frac{\theta_j}{2} e^{i(\varphi_i - \varphi_j)} \right]. \quad (5)$$

Аналогичным образом легко получить все остальные интегралы перескока и задать явный вид матрицы гамильтониана (2) для произвольной спиновой и орбитальной структуры четырех марганцевых подрешеток манганитов. Подробно методика расчета спектра носителей и полной энергии произвольных спиновых и орбитальных конфигураций манганитов с четырьмя атомами марганца в элементарной ячейке изложена в [11].

Ранее при построении матриц гамильтониана для двух подрешеток фактически использовались выражения типа (5), в которых все азимутальные углы считались одинаковыми, а возможные типы магнитных структур могли быть только коллинеарными или компланарно скошенными.

Спектр носителей и их кинетическая энергия при таком подходе зависят от двенадцати переменных, которые и определяют основное состояние системы. В отсутствие магнитной анизотропии спиновая структура не фиксирована относительно кристаллографических осей. При произвольном выборе направления спина одного из четырех атомов марганца и точки отсчета азимутального угла φ относительно этого атома число варьируемых углов уменьшается до девяти.

Очевидно, что матрица общего вида (2) включает в себя как частный случай двухподрешеточную модель, где типы возможных магнитных и орбитальных структур совпадают либо один из них (или оба одновременно) является ферромагнитным. В рассматриваемой в данной работе модели это ограничение снято. Тип ОП не задается, а определяется исходя из минимума полной энергии. В отличие от двухподрешеточной модели при таком подходе возможно существование большего многообразия типов скашивания магнитных моментов подрешеток марганца, не ограниченного конкретной параметризацией.

4. Фазовая диаграмма модели с четырьмя атомами марганца в элементарной ячейке показана на рис. 2. Несмотря на существование большого числа близких по энергии локальных минимумов, для всех магнитных фаз удалось определить абсолютные минимумы энергии, которые оказались невырожденными. В общих чертах полученная диаграмма напоминает фазовую диаграмму двухподрешеточной модели. При этом все равновесные магнитные фазы в четырехподрешеточной модели также оказываются либо коллинеарными, либо компланарными.

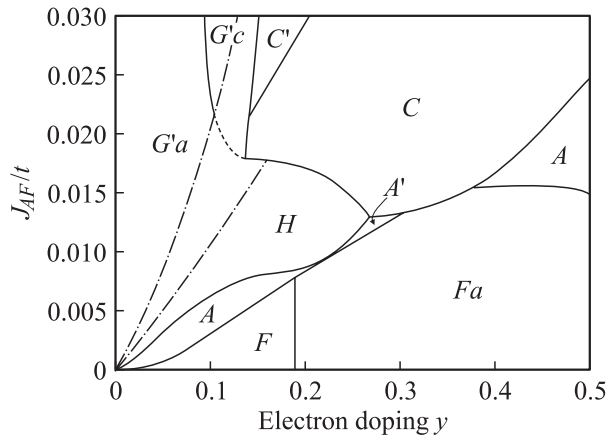


Рис. 2. Фазовая диаграмма четырехподрешеточной модели в области электронного легирования, рассчитанная для значений параметров $J_H = 2.5t$ и $\Delta = 1.5ty$. Описание фаз дано в тексте и в таблице.

Отдельно выполнены расчеты полных энергий для частного случая магнитных структур, совместимых с группой симметрии $Pnma$. Эти расчеты также показали, что минимальной энергией обладают коллинеарные либо компланарные магнитные структуры данной пространственной группы. Все некопланарные магнитные структуры в $Pnma$ оказываются энергетически невыгодными.

Фазы A и C — хорошо известные коллинеарные АФМ-структуры с ФМ ОП типа $|x^2 - y^2\rangle$ и $|3z^2 - r^2\rangle$ соответственно. Небольшая центральная область A' — это та же A -структура с ФМ ОП, но с небольшим межподрешеточным скашиванием. Фаза F (как и ранее) — ФМ-структура с трехкратно вырожденным ФМ ОП типа $|3z^2 - r^2\rangle$, а Fa — ФМ-структура с АФМ ОП типа $A(\pi/2, -\pi/2)$. Остальные фазы на диаграмме являются новыми. Фаза C' — это магнитная C -структура с ФМ ОП типа $|3z^2 - r^2\rangle$, но с внутривидрешеточным спиновым скашиванием. Фазы $G'a$ и $G'c$ — компланарные скошенные по спину G -структуры с АФМ-орбитальным порядком A и C типа $|3z^2 - r^2\rangle/|x^2 - y^2\rangle$ соответственно (левая вставка на рис. 3). Спиновое скашивание в этих фазах можно описать двумя углами: $\gamma = \theta_{14}$ (или θ_{12}) и $\eta = \theta_{13} = \theta_{24}$, которые являются углами соответственно межподрешеточного и внутривидрешеточного скашивания относительно G -структуры. Подобная спиновая конфигурация не может быть описана двумя углами θ_{xy} и θ_z , которые параметризуют скашивания фазы G только типов A ($\gamma = \theta_z$, $\eta = \theta_{xy}$) и C ($\eta = \theta_z$, $\gamma = \theta_{xy}$), где $\theta_z = \theta_{12} = \theta_{34}$, $\theta_{xy} = \theta_{14} = \theta_{23}$. Если магнитный момент в фазе $G'a$ направлен вдоль диагонали одной из граней кубической ячейки, магнитная и орбитальная структуры будут описываться моноклинной пространственной группой $P2_1/b$, являющейся подгруппой $Pnma$.

Орбитальное упорядочение в обеих фазах ($G'a$ и $G'c$) близко к вырождению, во-первых, из-за специфики G -структуры (двойной обмен затруднен из-за

АФМ-упорядочения всех соседних спинов) и, во-вторых, из-за малости уровня легирования y . При варьировании орбитальных углов смешивания полная энергия меняется лишь в пределах порядка 1 К. Вследствие этого даже при низких температурах орбитальные состояния динамически усреднены, что в соответствующих экспериментах проявляется как отсутствие ОП в фазе G (см. работы [8,9] и ссылки в них).

С увеличением концентрации электронов в фазе $G'a$ возникают триклинные искажения, которые приводят к плавному переходу этой фазы в новую коллинеарную ферромагнитную фазу H (правая вставка на рис. 3), в которой один из спинов направлен противоположно остальным трем. В этой фазе каждый из атомов марганца имеет коллинеарное окружение, характерное для одной из соседних с ней фаз: G для атома 1, A для атома 2, F для атома 3 и C для атома 4. В результате средняя по элементарной ячейке энергия гейзенберговского обмена в (1) равна нулю. ОП фазы H также хорошо определен и коррелирует с ее магнитной структурой. Описание всех полученных фаз сведено в таблицу.

На рис. 3 показана зависимость от уровня легирования среднего по ячейке локального ферромагнитного момента $\langle m_z \rangle / m$ для значений $J_{AF} = 0.015t$, $J_H = 2.5t$ и $\Delta = 1.5ty$. Этот магнитный момент, приходящийся на один ион Mn^{4+} , достигает своего максимального значения $0.5m_{Mn^{4+}} = 1.5\mu_B$ в фазе H , а затем при $y > 0.25$ обращается в нуль. Подобное поведение спонтанной намагниченности наблюдалось и в эксперименте [12], где намагниченность с ростом y сначала росла, а затем вблизи $y = 0.2$ обращалась в нуль. Примечательно, что теоретическое значение $\langle m_z \rangle / m$ при $y = 0.1$ совпадает с экспериментальным значением ФМ-компоненты в $Ho_{0.1}Ca_{0.9}MnO_3$ [13], несмотря на то что магнитная

Равновесные магнитные и орбитальные структуры четырехподрешеточной модели манганитов

Фаза	Магнитная структура	Орбитальная структура
A	Коллинеарная АФМ с ФМ-плоскостями	ФМ $ x^2 - y^2\rangle$
C	Коллинеарная АФМ с ФМ-цепочками	ФМ $ 3z^2 - r^2\rangle$
A'	АФМ с ФМ-плоскостями, с межплоскостным скашиванием	ФМ $ x^2 - y^2\rangle$
C'	АФМ с ФМ-цепочками, со скашиванием внутри цепочек	ФМ $ 3z^2 - r^2\rangle$
$G'a$	Дважды скошенная G с магнитным моментом	АФМ- $A 3z^2 - r^2\rangle/ x^2 - y^2\rangle$
$G'c$	— „ —	АФМ- $C 3z^2 - r^2\rangle/ x^2 - y^2\rangle$
F	Коллинеарная ФМ	ФМ $ 3z^2 - r^2\rangle$
Fa	— „ —	АФМ- $A(-\pi/2, \pi/2)$
H	Коллинеарная ферромагнитная $A + C + G + F$	$ 3z^2 - r^2\rangle(1, 3, 4)/ x^2 - y^2\rangle(2)$

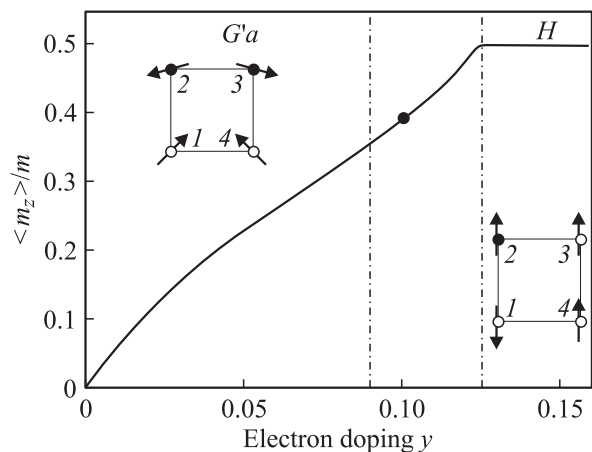


Рис. 3. Средняя намагниченность, приходящаяся на один ион Mn, нормированная на магнитный момент Mn и рассчитанная для значений параметров $J_{AF} = 0.015t$, $J_H = 2.5t$ и $\Delta = 1.5ty$. На левой вставке показана компланарная спиновая структура фазы $G'a$, на правой вставке — коллинеарная спиновая структура фазы H . Между этими двумя фазами находится область триклинных искажений. Темные кружки обозначают орбитальное состояние $|x^2 - y^2\rangle$, а светлые — $|3z^2 - r^2\rangle$. Точка на графике при $y = 0.1$ — экспериментальное значение намагниченности $\text{Ho}_{0.1}\text{Ca}_{0.9}\text{MnO}_3$ [13].

структура этого соединения определена методом дифракции неполяризованных нейтронов как некомпланарная. Сравнение теоретической кривой с данными по намагниченности манганитов самария и празеодима затруднительно, так как основное состояние этих соединений при малых концентрациях электронов является неоднородным.

5. Таким образом, модель двойного обмена для e_g -электронов вместе с моделью Гейзенберга для локализованных t_{2g} -электронов в области значений параметров $0.018t < J_{AF} < 0.022t$, $J_H = 2.5t$ и $\Delta = 1.5ty$ для кристаллической структуры манганитов с четырьмя атомами марганца в элементарной ячейке предсказывает наблюдаемое экспериментально с ростом уровня легирования y чередование магнитных фаз $G-C-A$. Для значений $J_{AF} < 0.018t$ и $y < 0.28$ рассмотренная модель допускает существование не отмечавшейся ранее коллинеарной фазы H .

Список литературы

- [1] J. van den Brink, D.I. Khomskii. Phys. Rev. Lett. **82**, 1016 (1999).
- [2] С.М. Дунаевский. ФТТ **43**, 2161 (2001).
- [3] T. Ohsawa, J. Inoue. Phys. Rev. B **65**, 134442 (2002).
- [4] Ю.А. Изюмов, Ю.Н. Скрябин. УФН **171**, 2, 121 (2001).
- [5] H. Shiba, R. Shina, A. Takahashi. J. Phys. Soc. Jpn. **66**, 941 (1997).
- [6] G. Venkateswara Pai. Phys. Rev. B **63**, 064431 (2001).
- [7] I.V. Solov'ev, K. Terakura. Phys. Rev. B **63**, 174425 (2001).
- [8] С.М. Дунаевский, В.В. Дериглазов. ФТТ **45**, 714 (2003).

- [9] S.M. Dunaevsky, V.V. Deriglazov. Phys. Rev. B **67**, 014409 (2003).
- [10] E.F. Bertaut. In: Magnetism / Ed. G.T. Rado, H. Suhl. Academic Press, N. Y. (1963). Vol. III. Ch. 4.
- [11] S.M. Dunaevsky, V.V. Deriglazov. On the study of ground state for electron-doped manganites. Preprint PNPI N 2522 (2003).
- [12] J.J. Neumeier, J.L. Cohn. Phys. Rev. B **61**, 14319 (2000).
- [13] K. Hagdorn, D. Hohlwein, J. Ihringer, K. Knorr, W. Prandl, H. Ritter, H. Schmid, Th. Zeiske. Eur. Phys. J. B **11**, 243 (1999).