

Плазменные волны в сверхрешетке на основе графена в присутствии сильного статического электрического поля

© С.Ю. Глазов[†], А.А. Ковалев⁺, Н.Е. Мещерякова*

⁺ Волгоградский государственный социально-педагогический университет, 400131 Волгоград, Россия

* Волгоградский институт бизнеса, 400075 Волгоград, Россия

(Получена 17 июня 2014 г. Принята к печати 30 сентября 2014 г.)

Исследовано влияние сильного постоянного электрического поля на плазменные волны в сверхрешетке на основе графена на полосчатой подложке. Расчеты выполнены на основе квантовой теории плазменных волн в приближении случайных фаз с учетом процессов переброса. Присутствие сильного электрического поля приводит к уменьшению частоты плазменных волн и появлению бесстолкновительного затухания.

1. Введение

В последнее время активно изучаются сверхрешетки (СР) на основе графена [1–12], которые могут быть сформированы путем создания в образце дополнительного периодического потенциала. Одной из таких структур является СР на основе графена, образующаяся за счет периодической модуляции запрещенной зоны, модель которой предложена в [4]. Графен осаждается на подложку из периодически чередующихся полосок, например, SiO₂ и SiC. Материал SiO₂ не влияет на зонную структуру графена, в то время как SiC способствует возникновению запрещенной зоны в спектре графена, т.е. образованию щелевой модификации графена. Работа [4] положила основу для теоретического изучения различного рода процессов и явлений в такой структуре [7–12]. В [10] исследован закон дисперсии плазменных волн в двумерном (2D) электронном газе графеновой СР на полосчатой подложке.

С другой стороны, известно [13], что достаточно сильное постоянное электрическое поле, приложенное вдоль оси СР, приводит к существенному изменению электронного энергетического спектра — так называемому штарковскому квантованию, что в свою очередь приводит к существенному изменению закона дисперсии плазменных волн [14,15]. В этой связи представляется актуальным исследовать влияние сильного постоянного электрического поля на возможность существования плазменных волн в СР на основе графена и, в частности, на закон дисперсии таких волн.

2. Основные уравнения

Рассмотрим 2D электронный газ в СР на основе графена на полосчатой подложке. Сильное постоянное электрическое поле, приложенное вдоль оси СР, удовлетворяющее условию $\Omega\tau \gg 1$ (τ — время свободного пробега электрона, $\Omega = eEd$ — штарковская частота, здесь и далее $\hbar = 1$, d — период СР, e — заряд

электрона, E — напряженность электрического поля), будем описывать зависящим от времени t векторным потенциалом $\mathbf{A}(t) = \{-cEt, 0\}$ (напряженность постоянного электрического поля направлена вдоль оси x , совпадающей с осью СР).

Закон дисперсии носителей заряда в СР на основе графена на полосчатой подложке в одноминизонном приближении в отсутствие электрического поля хорошо описывается следующим выражением [8]:

$$\varepsilon(\mathbf{p}) = \Delta \left(f_1 + \sqrt{f_2^2 + f_3^2(p_y d)^2} + \frac{f_4^2 [1 - \cos(p_x d)]}{2\sqrt{f_2^2 + f_3^2(p_y d)^2}} \right), \quad (1)$$

где Δ — полуширина запрещенной зоны щелевой модификации графена, p_x, p_y — компоненты квазиимпульса электрона, $d = d_1 + d_2$ — период СР, d_1 и d_2 — ширины полосок бесщелевого и щелевого графена, а коэффициенты f_i подбираются численно на основе непосредственного решения дисперсионного уравнения из [4]. Спектр (1) периодичен по p_x и сохраняет неаддитивность, присущую спектру графена. В дальнейшем удобно использовать (1) в виде

$$\varepsilon(\mathbf{p}) = \Delta f_1 + \varepsilon_2(p_y) - \varepsilon_1(p_y) \cos(p_x d), \quad (2)$$

где $\varepsilon_2(p_y) = \varepsilon_0(p_y) + \varepsilon_1(p_y)$, $\varepsilon_0(p_y) = \Delta \sqrt{f_2^2 + f_3^2(p_y d)^2}$, $\varepsilon_1(p_y) = \Delta^2 f_4^2 / 2\varepsilon_0(p_y)$.

В приближении самосогласованного поля гамильтониан взаимодействующих электронов с учетом процессов переброса имеет вид [14]

$$H = \sum_{\mathbf{p}} \varepsilon(\mathbf{p} - e\mathbf{E}t) a_{\mathbf{p}}^+ a_{\mathbf{p}} + e \frac{1}{\sqrt{N_x}} \sum_{\mathbf{p}, \mathbf{k}} \sum_n U(\mathbf{k}, t) M(k_x) a_{\mathbf{p}-\mathbf{k}+n\mathbf{g}}^+ a_{\mathbf{p}}, \quad (3)$$

где $a_{\mathbf{p}}^+, a_{\mathbf{p}}$ — операторы рождения и уничтожения электрона с импульсом \mathbf{p} , N_x — число потенциальных ям, образующих СР, $U(\mathbf{k}, t)$ — самосогласованный по-

[†] E-mail: ser-glazov@yandex.ru

тенциал, определяемый соотношением

$$U(\mathbf{k}, t) = \frac{2\pi e}{\chi k} M(-k_x) \sum_{\mathbf{p}} \sum_n \langle a_{\mathbf{p}+\mathbf{k}+n\mathbf{g}}^+ a_{\mathbf{p}} \rangle, \quad (4)$$

χ — диэлектрическая проницаемость, угловые скобки означают усреднение по матрице плотности, соответствующей гамильтониану (3), $\mathbf{k} = \{k_x, k_y\}$, $k = |\mathbf{k}|$,

$$M(k_x) = \int_0^{N_x d} \varphi^*(x) \varphi(x) \exp(-ik_x x) dx,$$

φ — волновая функция состояния, соответствующего рассматриваемой разрешенной мини-зоне, в одной из потенциальных ям СР, $\mathbf{g} = \{2\pi/d, 0\}$ — вектор „обратной СР“.

Уравнение движения в приближении случайных фаз для средних $\langle a_{\mathbf{p}+\mathbf{k}+\mathbf{g}}^+ a_{\mathbf{p}} \rangle$ имеет вид

$$\left\{ \frac{\partial}{\partial t} + i[\varepsilon(\mathbf{p} + \mathbf{k} - e\mathbf{E}t) - \varepsilon(\mathbf{p} - e\mathbf{E}t)] \right\} \langle a_{\mathbf{p}+\mathbf{k}+n\mathbf{g}}^+ a_{\mathbf{p}} \rangle = ieU(\mathbf{k} + \mathbf{g}, t)(\mathbf{k} + n\mathbf{g})(n_{\mathbf{p}+\mathbf{k}+n\mathbf{g}} n_{\mathbf{p}}), \quad (5)$$

где $n_{\mathbf{p}} = \langle a_{\mathbf{p}}^+ a_{\mathbf{p}} \rangle$ — числа заполнения электронных уровней в 2D электронном газе.

Подставляя решение уравнения (5) в (4), после некоторых преобразований для случая $k_y d \ll 1$ получаем

$$\begin{aligned} \tilde{U}(\mathbf{k}, \omega) = & \frac{2\pi e^2}{\chi} S(\mathbf{k}) \sum_{\mathbf{p}, n, s} J_n(z) J_{n+s}(z) \tilde{U}(\mathbf{k}, \omega + s\Omega) \\ & \times \frac{(n_{\mathbf{p}+\mathbf{k}+n\mathbf{g}} - n_{\mathbf{p}}) \exp[-is(p_x d + k_x d/2)]}{k_y \partial \varepsilon_2(p_y) / \partial p_y - \omega - (n + s)\Omega} i^{-s}, \quad (6) \end{aligned}$$

где $z = \varepsilon_1(p_y) \sin(k_x d/2) / \Omega$, $J_n(z)$ — функция Бесселя вещественного аргумента, $\tilde{U}(\mathbf{k}, \omega)$ — временная фурье-компонента величины

$$\tilde{U}(\mathbf{k}, t) = \sum_n M(\mathbf{k} + n\mathbf{g}) U(\mathbf{k} + n\mathbf{g}, t),$$

$$S(\mathbf{k}) = \sum_n \frac{|M(\mathbf{k} + n\mathbf{g})|^2}{|\mathbf{k} + n\mathbf{g}|}.$$

Наличие сильного электрического поля приводит к временной зависимости гамильтониана (3). В силу нестационарности системы вместо обычного дисперсионного уравнения получается бесконечная система уравнений (6) для фурье-компонент $\tilde{U}(\mathbf{k}, \omega)$.

Предполагаем, как и в [10], что в состоянии равновесия носители заряда подчиняются статистике Больцмана

$$n_{\mathbf{p}} = A \exp[-\varepsilon(\mathbf{p})/k_b T], \quad (7)$$

где T — температура, k_b — постоянная Больцмана, A — постоянная нормировки.

Коэффициенты f_i в законе дисперсии (1)

$i \sim \rightarrow$	1	2	3	4
$d_1 = d_2$	-0.026623	0.45077	0.25508	0.31087
$d_1 = 2d_2$	-0.091143	0.39506	0.26633	0.35144
$d_1 = d_2/2$	-0.012914	0.59051	0.25237	nn 0.31226

В случае $\Omega \gg \omega$ удается получить дисперсионное уравнение, которое представим в компактном виде

$$\frac{2\pi e^2}{\chi} S(\mathbf{k}) \Pi(\mathbf{k}, \omega) = 1, \quad (8)$$

где

$$\Pi(\mathbf{k}, \omega) = \sum_{p_y} J_0^2(z) k_y \frac{\partial f(p_y)}{\partial p_y} / \left(k_y \frac{\partial \varepsilon_2(p_y)}{\partial p_y} - \omega - i0 \right)$$

— поляризационный оператор,

$$f(p_y) = A \exp \left[\frac{-\varepsilon_2(p_y)}{k_b T} \right] 2\pi I_0 \left[\frac{\varepsilon_1(p_y)}{k_b T} \right],$$

$I_0(x)$ — модифицированная функция Бесселя I рода. Множитель $S(\mathbf{k})$ определяется потенциалом межэлектронного взаимодействия. Выберем потенциал межэлектронного взаимодействия в модельном виде аналогично [10], тогда

$$S(\mathbf{k}) = 2d \sum_n \frac{1 - \cos(k_x d)}{(k_x d + 2\pi n)^2 \sqrt{(k_x d + 2\pi n)^2 + (k_y d)^2}}. \quad (9)$$

При произвольных значениях \mathbf{k} сумма в (9) не выражается через табулированные функции. Однако при малых значениях k ($k_x, k_y \ll \pi/d$) $S(\mathbf{k})$ ведет себя как $1/|\mathbf{k}|$.

В СР на основе графена возможно бесстолкновительное затухание плазменных волн (затухание Ландау). В сильном постоянном электрическом поле это реализуется при выполнении условия

$$\omega \leq \Delta f_3 k_y d. \quad (10)$$

Физический механизм затухания Ландау связан с поглощением (излучением) плазмона частицей. Закон сохранения энергии для этого процесса имеет вид

$$\varepsilon(p_y) - \varepsilon(p_y \pm k_y) = \mp \omega. \quad (11)$$

Декремент затухания плазменных волн γ легко получить для случая слабого затухания ($\gamma \ll \omega$):

$$\gamma = \frac{\text{Im } \Pi(\mathbf{k}, \omega)}{\partial \text{Re } \Pi(\mathbf{k}, \omega) / \partial \omega}. \quad (12)$$

Анализ закона дисперсии плазменных волн $\omega(\mathbf{k})$ ввиду сложности (8) производился численно.

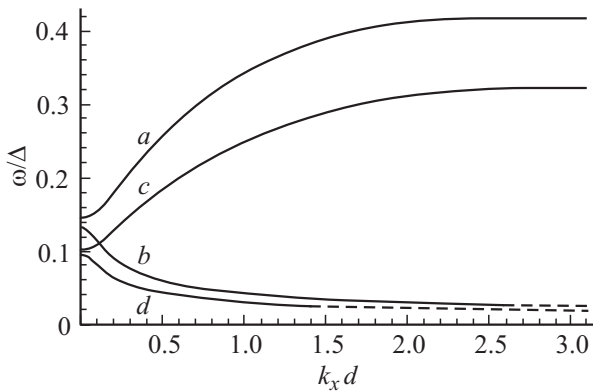


Рис. 1. Закон дисперсии $\omega(k_x)$ при $T = 70$ К, $k_y d = 0.1$, $d_1 = d_2$, концентрации $N = 10^{11}$ (a, b) и $5 \cdot 10^{10} \text{ см}^{-2}$ (c, d). (a, c) — $\Omega = 0$; (b, d) — $\Delta/\Omega = 1$.

3. Основные результаты численного анализа

Коэффициенты f_i для (1) подбирались численно на основе непосредственного решения дисперсионного соотношения для энергетического спектра из [4]. В таблице приведены коэффициенты f_i для разных соотношений ширин полосок бесщелевой и щелевой модификации графена.

По результатам численного анализа (2) построены графики зависимости $\omega(k_x)$ в безразмерных единицах при $T = 70$ К, $\Delta/\Omega = 1$, $d = 5 \cdot 10^{-6}$ см, $\Delta = 0.13$ эВ (SiC). На рис. 1 для сравнения приведены дисперсионные кривые в отсутствие внешнего электрического поля (a, c) и в сильном постоянном электрическом поле (b, d) при условии равенства ширин полос бесщелевой и щелевой модификации графена и разных значениях поверхностной плотности 2D электронного газа N . В отсутствие внешнего электрического поля закон дисперсии плазменных волн рассчитывался аналогично [10]. Влияние сильного статического электрического поля приводит к характерной зависимости $\omega(k_x)$ — с увеличением компоненты волнового вектора k_x частота плазменных колебаний уменьшается, в то время как в отсутствие электрического поля увеличение k_x приводит к росту плазменной частоты. Похожая дисперсионная зависимость $\omega(k_x)$ наблюдалась и для плазменных волн в 2D электронном газе полупроводниковых СР в присутствии сильного постоянного электрического поля [14]. Сплошной линией $\omega(k_x)$ показаны участки, для которых затухание Ландау отсутствует. Штриховая линия соответствует участкам, на которых слабое бесстолкновительное затухание существует. Анализ кривых показывает, что пороговое значение k_x , разделяющее области с затуханием и без такового, зависит от концентрации носителей заряда. При уменьшении концентрации носителей заряда ширина области бесстолкновительного затухания увеличивается.

Исследована зависимость $\omega(k_x)$ для разных соотношений ширин полосок бесщелевой и щелевой модификаций графена. Задавая определенную ширину полосок бесщелевой и щелевой модификаций графена, можно добиваться нужных частотных характеристик образца. На рис. 2 показаны зависимости $\omega(k_x)$ для разных соотношений ширин полосок бесщелевой и щелевой модификаций графена и при разных значениях поверхностной плотности 2D электронного газа N .

В результате численного исследования $\omega(k_x)$ и декремента затухания $\gamma(k_x)$ было установлено, что величина области волновых векторов, при которых возможно затухание Ландау, зависит от соотношений ширин полосок бесщелевой (d_1) и щелевой (d_2) модификаций графена и минимальна при условии $d_1 \approx 0.55d$. Такая особенность связана со сложной зависимостью ширины мини-зоны проводимости от соотношения между d_1 и d_2 .

На рис. 3 представлены зависимости логарифма декремента затухания $\ln(\gamma/\Delta)$ для разных соотношений ширин полосок бесщелевой и щелевой модификаций графена

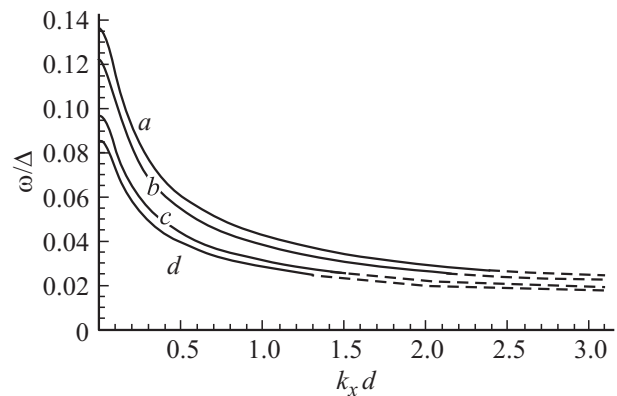


Рис. 2. Закон дисперсии $\omega(k_x)$ при $T = 70$ К, $\Delta/\Omega = 1$, $k_y d = 0.1$, концентрации $N = 10^{11}$ (a, b) и $5 \cdot 10^{10} \text{ см}^{-2}$ (c, d). (a, c) — $d_1 = 2d_2$; (b, d) — $2d_1 = d_2$.

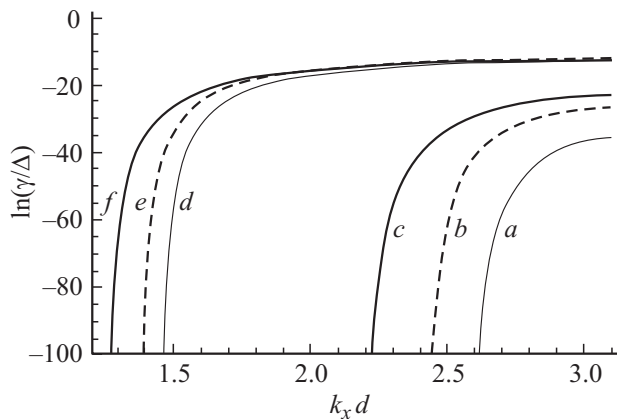


Рис. 3. Декремент затухания $\gamma(k_x)$ при $T = 70$ К, $\Delta/\Omega = 1$, $k_y d = 0.1$, концентрации $N = 10^{11}$ (a, b, c) и $5 \cdot 10^{10} \text{ см}^{-2}$ (d, e, f). (a, d) — $d_1 = d_2$; (b, e) — $d_1 = 2d_2$; (c, f) — $2d_1 = d_2$.

и при разных значениях поверхностной плотности $2D$ электронного газа N . Для всех исследуемых значений параметров системы выполняется соотношение $\gamma \ll \omega$, что свидетельствует о возможности распространения плазменных волн и их слабом затухании.

Исследование температурной зависимости проводилось для диапазона температур, ограниченного областью применимости данной задачи ($50 < T < 90$ К). Отметим, что при увеличении температуры при фиксированном значении волнового вектора \mathbf{k} наблюдается уменьшение плазменной частоты.

Настоящая задача решалась в пренебрежении столкновениями электронов с решеткой. Такое возможно, когда период плазменных колебаний мал по сравнению с временем свободного пробега электрона τ ($\omega\tau \gg 1$). Для проявления штарковского квантования необходимо выполнение условия $\Omega\tau \gg 1$. Два последних условия могут быть удовлетворены при $\tau \geq 10^{-12}$ с, что является легко выполнимым для графена и структур на его основе.

4. Заключение

В заключение сформулируем кратко основные выводы из проделанной работы.

— В случае сильного постоянного электрического поля получено выражение для нахождения закона дисперсии плазменных волн в СР на основе графена на полосчатой подложке. Расчеты выполнены на основе квантовой теории плазменных волн в приближении случайных фаз с учетом процессов переброса.

— Показано, что полученная дисперсионная зависимость $\omega(k_x)$ характерна для систем с искусственно созданным периодическим потенциалом. Присутствие сильного электрического поля приводит к уменьшению частоты плазменных волн и появлению бесстолкновительного затухания.

— Выявлены особенности поведения закона дисперсии плазменных волн $\omega(k_x)$ и декремента затухания $\gamma(k_x)$ для разных соотношений ширин полосок бесщелевой и щелевой модификаций графена.

— Исследованы области одночастичных и коллективных возбуждений в СР на основе графена.

Работа поддержана грантами РФФИ № 13-02-97033 р_поволжье_а и 15-42-02389р_поволжье_а.

Список литературы

- [1] Л.А. Чернозатонский, П.Б. Сорокин, Е.Э. Белова, Й. Брюнинг, А.С. Федоров. Письма ЖЭТФ, **84** (3), 141 (2006).
- [2] Л.А. Чернозатонский, П.Б. Сорокин, Е.Э. Белова, Й. Брюнинг, А.С. Федоров. Письма ЖЭТФ, **85** (1), 84 (2007).
- [3] H. Sevincli, M. Topsakal, S. Ciraci. Phys. Rev. B, **78**, 245 402 (2008).
- [4] П.В. Ратников. Письма ЖЭТФ, **90** (6), 515 (2009).
- [5] M. Barbier, P. Vasilopoulos, F.M. Peeters. Phil. Trans. Royal Soc. A, **368**, 5499 (2010).
- [6] D. Bolmatov, Mou Chung-Yu. ЖЭТФ, **139** (1), 119 (2011).
- [7] С.В. Крючков, Е.И. Кухарь, В.А. Яковенко. Изв. РАН. Сер. физ., **74** (12), 1749 (2010).
- [8] Д.В. Завьялов, В.И. Конченков, С.В. Крючков. ФТП, **46** (1), 113 (2012).
- [9] С.Ю. Глазов, Н.Е. Мещерякова. Наносистемы: физика, химия, математика, **3** (1), 64 (2012).
- [10] С.Ю. Глазов, А.А. Ковалев, Н.Е. Мещерякова. Изв. РАН. Сер. физ., **76** (12), 1479 (2012).
- [11] S.V. Kryuchkov, E.I. Kukhar. Physica E: Low-Dim. Systems and Nanostructures, **46**, 25 (2012).
- [12] С.Ю. Глазов, Н.Е. Мещерякова, Д.В. Мартынов. Изв. РАН. Сер. физ., **76** (12), 1475 (2012).
- [13] В.А. Яковлев. ФТТ, **3** (7), 1983 (1961).
- [14] С.Ю. Глазов, С.В. Крючков. ФТП, **35** (4), 456 (2001).
- [15] С.Ю. Глазов, Е.С. Кубракова. Изв. РАН. Сер. физ., **75** (12), 1720 (2011).

Редактор Л.В. Шаронова

Plasma waves in superlattices based on graphene in the presence of a strong static electric field

S.Yu. Glazov⁺, A.A. Kovalev⁺, N.E. Mescheryakova*

⁺ Volgograd State Social Pedagogical University, 400131 Volgograd, Russia

* Volgograd Business Institute, 400048 Volgograd, Russia

Abstract Effect of a strong electric field on plasma waves is investigated in a superlattice based on graphene on a striped substrate. Calculations are performed on the base of the quantum theory of plasma waves in the approximation of random phases with allowance for umklapp processes. The presence of a strong electric field leads to decreasing of a plasma waves frequency and to appearance of the collisionless damping.