

11,12

Кинетика переключения состояний квазиодномерных наносистем. Эффекты конечной длины

© Б.В. Петухов

Институт кристаллографии им. А.В. Шубникова РАН,
Москва, Россия

E-mail: petukhov@ns.crys.ras.ru

(Поступила в Редакцию 27 октября 2014 г.)

Развивается аналитический подход к описанию влияния концевых эффектов на кинетику переключения состояний квазиодномерных систем. Подход основан на колмогоровской теории стохастического зарождения и коалесценции доменов новой фазы, предложенной для описания процесса статистической кристаллизации. Применительно к магнитным системам метод позволяет рассчитывать кривые намагниченности и гистерезисные явления в зависимости от температуры и параметров материала.

1. Введение

В связи с развитием нанотехнологий большое внимание в последнее время уделяется созданию систем пониженной размерности и изучению их свойств. В частности, многочисленные исследования посвящены одномерным и квазиодномерным структурам [1], таким как нанопроволоки [2], молекулярные магнетики с цепочечной структурой, биологические макромолекулы и многие другие [3].

Для управления свойствами этих материалов необходимо изучение их динамического поведения под воздействием различных факторов, в том числе знание кинетики переключения состояний при изменении внешних условий. Бистабильные наносистемы имеют перспективу применения в системах записи и хранения информации. Для наглядности можно представлять себе спиновую цепочку, намагниченность которой может изменяться на противоположную при изменении знака магнитного поля. Зачастую основные черты динамического поведения подобных систем успешно описывают в рамках модели типа Изинга с применением глауберовой динамики [4–9] и др. Популярность глауберовой динамики применительно к одномерным системам во многом связана с наличием точного аналитического решения задачи о релаксации состояний в отсутствие внешнего поля [10]. Однако при наличии внешнего поля точечного решения модели Глаубера не существует. Кроме того, в низкотемпературной области, когда корреляционная длина достаточно велика, подход Глаубера, оперирующий отдельными спинами, представляется несколько избыточным и более адекватно в ряде случаев использование коллективных мод. При изучении кинетики переключения состояний внешним полем альтернативным и несколько более общим подходом является использование представлений о возникновении и развитии доменов новой „фазы“ [11]. Такого типа подход развивался ранее в теории движения дислокаций в потенциальном рельефе Пайерлса [12]. При достаточно сильном внешнем поле, когда детерминированный дрейф доменных границ, называемых также кинк-солитонами, преобладает над их стохастической

диффузией, возможен аналитический расчет кинетики трансформации состояний [13]. Этот подход был обобщен на случай наличия дефектов [14–16] и будет применяться в настоящей работе для описания эффектов конечной длины в кинетике переключения состояний одномерных систем. Такие эффекты существенны как в силу ограниченной длины реальных систем, так и при наличии дефектов, разбивающих одномерные системы на независимые участки с особым вкладом границ.

2. Зарождение и рост доменов нового состояния

Рассматривается протяженная одномерная или квазиодномерная система, приведенная внешним полем в метастабильное состояние. При изменении знака внешнего поля первоначальное состояние становится метастабильным и система должна перейти к равновесию, отвечающему новым условиям. Для этого, однако, следует преодолеть энергетический барьер, высота которого определяется энергией образования зародыша нового состояния, включающей создание двух доменных стенок. Барьер преодолевается флуктуационным путем и в достаточно длинной системе зародыши возникают спонтанно с некоторой частотой Γ в единицу времени на единицу длины. Дальнейшая эволюция заключается в росте доменов новой фазы за счет движения их границ — доменных стенок — со скоростью v , определяемой величиной движущей силы F : $v = \mu F$, до столкновения и взаимной аннигиляции со стенками противоположных знаков от соседних зародышей (μ — подвижность доменной стенки). Коалесценция доменов завершает процесс распада первоначального метастабильного состояния и перехода в новую равновесную фазу.

Метод расчета кинетики рассматриваемого процесса при стохастическом образовании и коалесценции доменов нового состояния был предложен Колмогоровым в его теории статистической кристаллизации [13] (см. также [17]). В рамках этого подхода находится временная зависимость убывания доли исходной фазы $Q^2(T)$,

являющейся также вероятностью сохранения первоначального состояния какой-либо произвольной точки системы. Для удобства учета влияния границ системы эта величина представлена как квадрат „односторонней“ вероятности $Q(t)$ в рассматриваемой точке не быть поглощенной новой фазой за счет образования зародышей с какой-либо одной стороны от нее. Метод Колмогорова дает для $Q(t)$ при зависящей от времени движущей силе выражение

$$Q(t) = \exp\left\{-\int_0^t dt' \Gamma(t') \int_{t'}^t dt'' v(t'')\right\}. \quad (1)$$

Среднее число зародышей нового состояния, образовавшихся ко времени t на единице длины есть

$$N(t) = \int_0^t dt' \Gamma(t') Q^2(t'). \quad (2)$$

Полное число зародышей за все время процесса переключения равно $N_\infty = N(\infty)$. Эти результаты справедливы, естественно, если длина системы L превышает среднее расстояние между зародышами $1/N_\infty$. В случае резкого (мгновенного) изменения внешнего поля от одного постоянного значения к другому Γ и v не зависят от времени, и вышеприведенные формулы сводятся к $Q(t) = \exp(-\Gamma vt^2/2)$, $N_\infty = (\pi/2\Gamma v)^{1/2}$. Характерным временным масштабом переключения является в этом случае $t_0 = 1/(\Gamma v)^{1/2}$.

3. Кинетика убывания доли исходного состояния системы конечных размеров

Вероятность $q(t, l)$ того, что рассматриваемая точка не перейдет в новую фазу за счет образования зародыша только на прилегающем с какой-либо одной стороны интервале длиной l , меньшей длины пробега $l(t) = \int_0^t v(t') dt'$ за время t может быть вычислена следующим образом. Если l больше, чем длина пробега за время t , то $q(t, l) = Q(t)$, так как наличие границы еще не сказывается. Если, наоборот, длина пробега $l(t)$ больше l , представим $Q(t)$ как произведение вероятности не поглотиться новой фазой за счет рождения зародыша на интервале $(0, l)$, то есть $q(t, l)$, и вероятности не поглотиться за счет рождения зародыша на (l, ∞) до момента $t_l < t$, при превышении которого доменной стенке, ограничивающей зародыш, уже не хватает времени добраться к рассматриваемой точке до времени t . Момент t_l определяется условием, что длина пробега за время от t_l до t есть как раз l : $\int_{t_l}^t v(t') dt' = l$. В результате

$Q(t) = q(t, l)Q(t_l)$, и, следовательно,

$$q(t, l) = Q(t)/Q(t_l) = \exp\left\{-\int_0^t dt' \Gamma(t') \int_{t'}^t dt'' v(t'') + \int_0^{t_l} dt' \Gamma(t') \int_{t'}^{t_l} dt'' v(t'')\right\}. \quad (3)$$

В случае постоянной движущей силы $q(t, l)$ сводится к $q(t, l) = \exp(-\Gamma vt^2/2)$ при $t < l/v$, и $q(t, l) = \exp(-\Gamma tl + \Gamma l^2/2v)$ при $t > l/v$, как это отмечалось в работе [16]. В настоящей работе для описания экспериментальных данных будет использована более общая формула (3) и учтено возможное изменение граничных условий. На границах, например, может происходить зарождение одиночных доменных стенок, в отличие от обязательного возникновения пары стенок при образовании доменов в глубине материала. В этом случае для вычисления односторонней вероятности сохранения первоначального состояния $Q(t, l)$ следует домножить $q(t, l)$ на вероятность $\exp\left[-\int_0^{t_l} dt'/\tau(t')\right]$ нерождения домена на границе до момента t_l , после которого еще остается время, достаточное для расширения домена до рассматриваемой точки ко времени t . Этот момент времени t_l определяется условием $\int_{t_l}^t v(t') dt' = l$. Здесь $\tau(t)$ — среднее время рождения домена на границе. Получаем

$$Q(t, l) = \exp\left\{-\int_0^t dt' \Gamma(t') \int_{t'}^t dt'' v(t'') + \int_0^{t_l} dt' \Gamma(t') \int_{t'}^{t_l} dt'' v(t'') - \int_0^{t_l} dt'/\tau(t')\right\}. \quad (4)$$

4. Влияние дефектов, разбивающих систему на независимые участки

При наличии хаотически распределенных дефектов, например, немагнитных примесей в магнитной цепочке, система разбивается на ансамбль участков случайной длины. При расчете односторонней вероятности $Q(t)$ того, что выделенная точка останется к моменту t в исходной фазе, то есть не будет захвачена новой фазой за счет рождения доменов с какой-либо одной стороны от нее, нужно учитывать возможность расположения ближайшего дефекта на расстояниях меньшем и большем длины пробега $l(t)$. Вероятность того, что при средней плотности хаотически расположенных дефектов на единице длины n в промежутке длиной l не окажется дефекта, есть $\exp(-nl)$. Вероятность того, что данная точка не будет поглощена доменом, родившимся в интервале $(0, l(t))$ при отсутствии внутри него дефекта есть, следовательно, $\exp\left\{-\int_0^t dt' \Gamma(t') \int_{t'}^t dt'' v(t'') - nl(t)\right\}$.

Учитывая все варианты расположения ближайшего дефекта, для средней по ансамблю односторонней вероятности рассматриваемой точке не быть поглощенной новой фазой получаем

$$\begin{aligned}
 Q_{av}(t) &= Q(t) \exp[-nl(t)] \\
 &+ n \int_0^{l(t)} dl' \exp\left[-nl' - \int_0^{t'} dt''/\tau(t'')\right] q(t, l') \\
 &= \exp\left[-\int_0^t dt' \Gamma(t') \int_{l'}^t dt'' v(t'') - nl(t)\right] \left\{1 + n \int_0^{l(t)} dl' \right. \\
 &\times \exp\left[-nl' - \int_0^{t'} dt''/\tau(t'') + \int_0^{t'} dt' \Gamma(t') \int_{l'}^{t'} dt'' v(t'')\right]\}.
 \end{aligned} \tag{5}$$

При записи этого выражения учтена также вероятность $\exp\left[-\int_0^{t'} dt''/\tau(t'')\right]$ нерождения домена на дефекте до момента t' , допускающего еще дораствание домена до рассматриваемой точки ко времени t . Момент времени t' определяется условием $\int_{t'}^t v(t'') dt'' = l'$ для дефекта, расположенного в интервале между l' и $l' + dl'$.

При постоянной движущей силе выражение (5) сводится к

$$\begin{aligned}
 Q_{av}(t) &= \exp[-\Gamma vt^2/2 - nvt] \\
 &+ n \int_0^{vt} dl' \exp[-nl' - (t - l'/v)/\tau - \Gamma tl' + \Gamma l'^2/2v] \\
 &= \exp[-\Gamma vt^2/2 - nvt] + n(\pi v/2\Gamma)^{1/2} \\
 &\times \exp[-t/\tau + (v/\Gamma)(1/v\tau - n - \Gamma t)^2] \\
 &\times \left\{\operatorname{erfi}\left[(\Gamma v/2)^{1/2} t + (v/\Gamma)(1/v\tau - n - \Gamma t)\right] \right. \\
 &\left. - \operatorname{erfi}\left[(v/\Gamma)(1/v\tau - n - \Gamma t)\right]\right\}.
 \end{aligned} \tag{6}$$

Здесь $\operatorname{erfi}(x) = (2/\pi^{1/2}) \int_0^x dx' \exp(x'^2)$. Описываемое выражением (6) видоизменение кинетики трансформации состояния системы при различных граничных условиях на концах сегментов, характеризуемых различными значениями времени образования доменов новой фазы вблизи концов τ , проиллюстрировано на рис. 1. Зависимость времени переключения состояния t_s , определяемого по полуширине кинетических кривых из условия $Q^2(t_s) = 1/2$, от τ и плотности дефектов n изображена на рис. 2. Отметим простой частный случай быстрого образования доменов вблизи границ $\tau \rightarrow 0$, когда поведение этих величин вполне наглядно: убывание исходной фазы описывается колмогоровской кинетикой $Q(t) = \exp(-\Gamma vt^2/2)$,

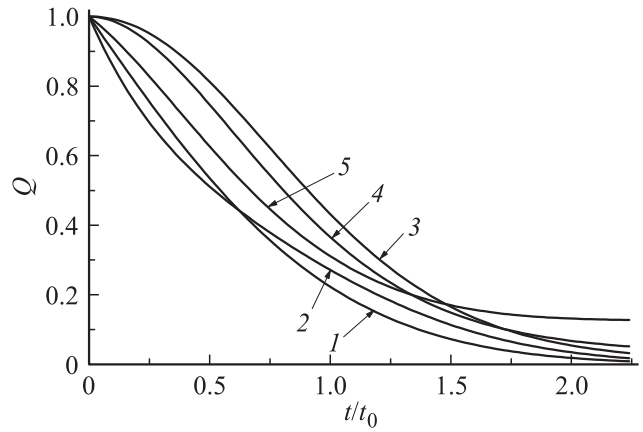


Рис. 1. Кинетика убывания исходной фазы при плотности дефектов $n(v/\Gamma)^{1/2} = 1$ для набора значений времени образования доменов на дефекте: $\tau = 0$ (кривая 1), $\tau = 0.5t_0$ (2), $\tau = t_0$ (3), $\tau = 2t_0$ (4), $\tau = \infty$ (5).

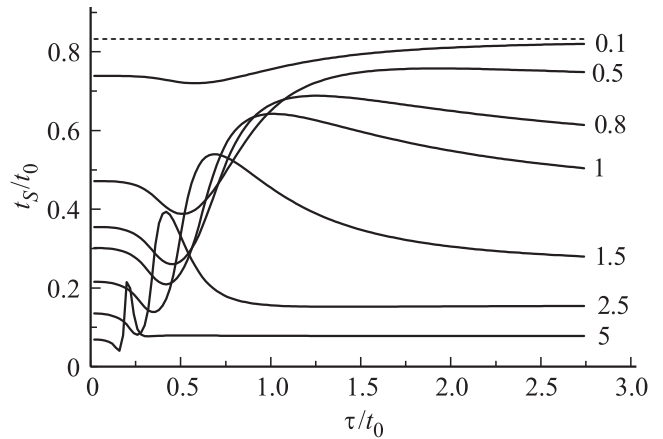


Рис. 2. Зависимость времени переключения от времени образования доменов на дефекте τ для различных значений безразмерной плотности дефектов $n(v/\Gamma)^{1/2}$, указанных цифрами у кривых.

дополненной вероятностью отсутствия дефектов на длине vt , так что $Q_{av}(t) = \exp[-\Gamma vt^2/2 - nvt]$. Отсюда получаем зависимость времени переключения в виде $t_s = t_0[(n^2 v/\Gamma + \ln 2)^{1/2} - n(v/\Gamma)^{1/2}]$. Предельное значение при $n \rightarrow 0$ $t_s = t_0(\ln 2)^{1/2}$ изображено на рис. 2 штриховой линией.

На экспериментальные результаты часто оказывает влияние продолжительность переключения внешнего поля. Типичный пример нестационарной движущей силы рассмотрен в следующем разделе.

5. Кинетика трансформации состояния при линейно изменяющейся со временем движущей силе

Взаимодействие спинов составляющих протяженные молекулы звеньев препятствует свободному изменению

их состояний и приводит к кооперативной динамике. Это создает предпосылки для существования долго живущего магнетизма, строго говоря, невозможного как равновесное состояние одномерной системы при конечной температуре. Такой тип магнетизма был реализован в синтезированных материалах, представляющих собой ансамбли цепочек с сильным взаимодействием спинов внутри цепочек при слабом взаимодействии между цепочками, которым можно пренебречь в некотором температурном интервале [3,4,8] и др. и получить таким образом квазиодномерные объекты.

Магнитные свойства таких объектов интенсивно изучаются в экспериментах различных типов. Например, приложение магнитного поля упорядочивает направления спинов звеньев, после снятия поля система свободно релаксирует к равновесному неупорядоченному состоянию. Этот процесс вполне удовлетворительно описывается одномерной кинетической моделью Изинга, для которой Глаубером было получено точное аналитическое решение [10]. Однако во многих случаях низкотемпературная релаксация происходит слишком медленно, что представляет неудобство для исследования. Предпочтительнее при этом другой тип экспериментов, о котором и будет идти речь в настоящей работе, заключающийся в принудительном переключении упорядоченных состояний с противоположными направлениями спинов. Магнитное поле, первоначальная величина которого достаточна для создания насыщенной намагниченности, уменьшается с некоторой скоростью, меняет знак и растет по величине до полного насыщения намагниченности противоположного знака. Для такого процесса аналитического описания в рамках модели Глаубера не существует и обычно его численно моделируют методом Монте Карло [8,11,18] и др. Тем не менее имеется возможность аналитического описания этого процесса в рамках подхода Колмогорова, развиваемого в настоящей работе.

При конечных температурах частота возникновения зародышей нового энергетически более выгодного состояния в основном определяется термическими флуктуациями при содействии внешнего поля и описывается аррениусовским фактором $\Gamma = \Gamma_0 \exp[-E(F)/kT]$, где $E(F)$ — энергия возникающего домена, k — постоянная Больцмана, T — температура. Зависимость энергии активации от движущей силы F определяется видом потенциала барьера и лишь вблизи критического значения силы F_c , снимающей барьер для переключения состояния, при которой исходное упорядоченное состояние перестает быть метастабильным, имеется универсальное степенное поведение $E \propto (1 - F/F_c)^{5/4}$. Показатель степени зависит только от размерности пространства и указанное значение реализуется для одномерных систем, как это было установлено для модели струны в рельефе Пайерлса [19]. В настоящей работе предполагается, что величина переключающего внешнего поля невелика по сравнению с критическим полем. В этом случае зависимость энергии активации E от движущей силы F

может быть аппроксимирована выражением

$$E = E_0 - \gamma F, \quad (7)$$

где γ — некоторая постоянная, связанная с размером зародыша (т.н. активационной длиной). Пренебрегая слабой зависимостью предэкспоненциального множителя от движущей силы по сравнению с содержащейся в экспоненте, представим частоту образования зародышей в виде

$$\Gamma = \Gamma_0 \exp[-(E_0 - \gamma F)/kT] = \Gamma_1 \exp(\gamma F/kT),$$

$$\Gamma_1 = \Gamma_0 \exp(-E_0/kT). \quad (8)$$

Рассмотрим процесс трансформации упорядоченного монодоменного состояния системы, созданного первоначально отрицательной движущей силой при постепенном увеличении F с постоянной скоростью. Резкая экспоненциальная зависимость Γ от F приводит к тому, что основной этап трансформации состояния системы реализуется вблизи максимального значения движущей силы, во всяком случае, имеет смысл рассматривать поведение при положительном значении F , и началом отсчета времени можно выбрать момент изменения знака F . При линейном росте движущей силы $F = ft$ длина пробега между моментами времени t' и t есть $(\mu f/2)/(t^2 - t'^2)$, а вероятность $Q(t)$, даваемую формулой (1), можно выразить как

$$Q(t) = \exp\left\{-\left(\mu f/2\right)\Gamma_1 \int_{t_0}^t dt' \exp(\gamma f t'/kT)(t^2 - t'^2)\right\}$$

$$= \exp\left\{-\left(\mu f/2\right)\Gamma_1 \left\{\exp(\gamma \mu f t/kT)[2t(kT/\gamma \mu f)^2 - 2(kT/\gamma \mu f)^3] + 2(kt/\gamma \mu f)^3\right\}\right\}$$

$$\approx \exp\{-\mu f \Gamma_1 t(kT/\gamma f)^2 \exp(\gamma f t/kT)\}. \quad (9)$$

Соответственно, из (3) следует

$$q(t, l) = \exp\left\{-\mu f \Gamma_1 (kT/\gamma f)^2 [t \exp(\gamma \mu f t/kT) - (t^2 - 2l/\mu f)^{1/2} \exp[(\gamma f/kT)(t^2 - 2l/\mu f)^{1/2}]]\right\}. \quad (10)$$

Подставляя выражения (8)–(10) в (4), получаем для интересующей нас односторонней вероятности сохранения какой-либо точкой системы первоначального состояния

$$Q_{av}(t) = \exp\left\{-\mu f \Gamma_1 t(kT/\gamma f)^2 \exp(\gamma f t/kT) - n\mu^2/2\right\}$$

$$\times \left\{1 + n \int_0^{\mu^2/2} dl \exp\left\{-nl - \int_0^{(t^2 - 2l/\mu f)^{1/2}} dt'/\tau(t') + \mu f \Gamma_1 (kT/\gamma f)^2 \times [(t^2 - 2l/\mu f)^{1/2} \exp[(\gamma f/kT)(t^2 - 2l/\mu f)^{1/2}]]\right\}\right\}. \quad (11)$$

Доля начальной фазы, сохраняющаяся к моменту времени t , есть $Q_{av}^2(t)$. Если приписать начальной фазе „спин“ -1 , а новой фазе „спин“ $+1$, то „намагниченность“ M будет изменяться со временем как $M = -1 \times Q_{av}^2(t) + 1 \times (1 - Q_{av}^2(t)) = 1 - 2Q_{av}^2(t)$. Наличие энергетического барьера для образования доменов приводит к существенной задержке процесса переключения в новую фазу, который затем при достижении внешней силой достаточно большой величины происходит довольно резко. Это значение можно характеризовать коэрцитивной силой $F_c = ft_s$, отвечающей значению намагниченности $M = 0$ или, эквивалентно, $Q_{av}^2(t_s) = 1/2$.

6. Приложение теории к описанию молекулярных магнетиков с цепочечной структурой

Результаты расчета будут проиллюстрированы экспериментальными данными, полученными в работе [20] для цепочечного магнетика, образованного повторяющимся мотивом $[-Mn^{III}-NC-MN^{III}-CN-]$. Чередующиеся ионы Mn с высоким $S = 2$ и низким $S = 1$ значениями спинов связаны ферромагнитным взаимодействием через цианомостики. В кристаллической упаковке цепочки достаточно разделены, чтобы межцепочечное взаимодействие было пренебрежимо малым. По мнению авторов, этот материал в отличие отряда других не описывается моделями Изинга или Гейзенберга. По этой причине он был выбран в настоящей работе как объект применения более общей доменной модели. В этом случае представим энергию активации домена в виде $E = E_0 - \gamma_H H$, $\Gamma = \Gamma_1 \exp(\gamma_H K/kT)$ и используем выражение (11) для расчета кинетики переключения состояния.

Рис. 3 иллюстрирует рассчитанное таким образом с помощью соотношения $M = 1 - 2Q^2(t)$ изменение со временем или, эквивалентно, с магнитным полем ($H = ht$, $h = 0.14$ T/s) намагниченности для ряда параметров, подобранных для соответствия экспериментальным данным [20]. Основным параметром является высота энергетического барьера для образования домена нового состояния, оцениваемая здесь как $E_0 \approx 20$ K и попадающая в интервал типичных для цепочечных молекулярных магнетиков значений. Для величины γ_H , характеризующей зависимость энергии активации от приложенного поля, получено значение $\gamma_H \approx 14.9$ K/T. Это позволяет оценить активационную длину зарождения доменов новой фазы как составляющую приблизительно 3.5 звеньев цепочки. Еще для двух менее значимых величин, представляющих собой безразмерные комбинации материальных параметров, принимаются значения $\mu\Gamma_0 E_0^3 / f^2 \gamma_H^3 = 3 \cdot 10^{10}$, $n\mu f E_0^2 / \gamma_H^2 = 6$. Разделение этих комбинаций на отдельные параметры неоднозначно и производиться в настоящей работе не будет. Как видно из рис. 3, используемая упрощенная модель огрубляет наблюдаемое поведение, но все же имеется качественное согласие теоретических закономерностей и экспериментальных кривых при допустимом выборе указанных параметров. В первую очередь это проявляется в наличии

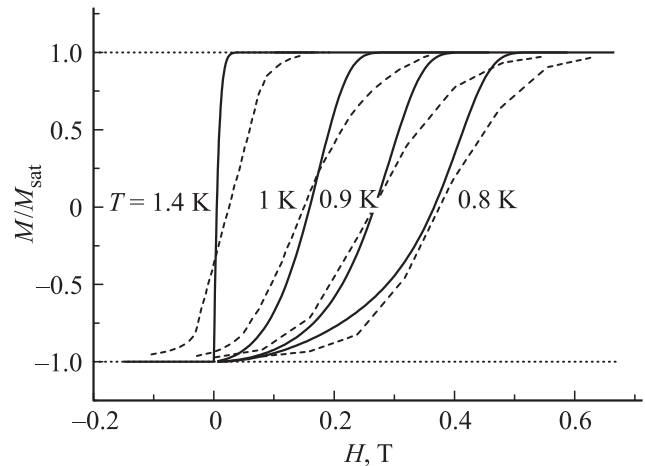


Рис. 3. Кинетика изменения намагниченности, нормированной на значение насыщения, при различных температурах, указанных у кривых. Сплошные линии — результат расчета при параметрах, указанных в тексте, штриховые линии построены по экспериментальным данным [20].

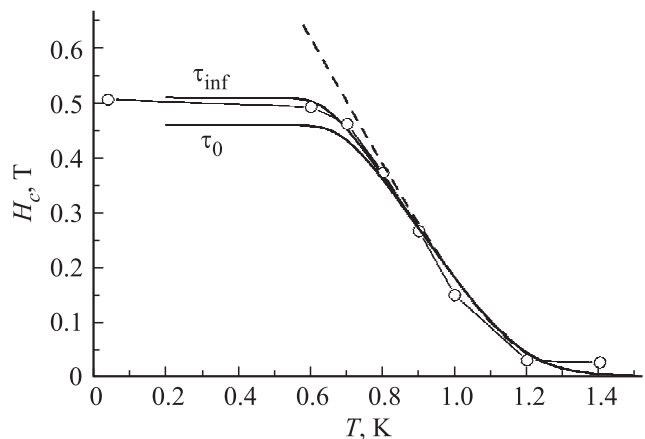


Рис. 4. Зависимость коэрцитивного поля H_c от температуры. Сплошные линии — результат расчета в предельных случаях большого $\tau \rightarrow \infty$ (τ_{inf}) и малого $\tau \rightarrow 0$ (τ_0) времени рождения домена на дефекте. Для сравнения кружками показаны экспериментальные данные [20], штриховая линия — расчет для бесконечной системы.

задержек переключения намагниченности, создающих подобие гистерезиса.

Термофлуктуационный характер зарождения новой фазы приводит к сильной температурной зависимости кинетики переключения состояний. Влияние температуры может быть охарактеризовано с помощью величины коэрцитивного поля H_c . Представленная теория позволяет рассчитать температурную зависимость H_c . Результат расчета представлен на рис. 4 при тех же значениях параметров, что и на рис. 3. Показано поведение для двух предельных случаев: сравнительно большого времени зарождения доменов на дефектах $\tau \rightarrow \infty$, когда роль дефектов сводится к разбиению системы на независимые участки; и малого времени

$\tau \rightarrow 0$, когда зарождение на дефектах преобладает. Так как при выбранных значениях параметров различие расчетных кривых невелико, специфическая модель зарождения доменов на дефектах не конкретизировалась. Уточним, что при построении рис. 3 использовался предел большого времени τ . Как можно видеть из рис. 4, коэрцитивное поле для бесконечной системы (штриховая линия) заметно убывает с повышением температуры. Однако учет концевых эффектов приводит к ослаблению температурной зависимости H_c в области низких температур. Подобную „атермичность“ нередко приписывают эффектам макроскопического квантового туннелирования [8,21]. Проведенный расчет показывает, что свой вклад в наблюдаемое поведение могут давать случайно расположенные дефекты, ограничивающие размеры сегментов системы.

7. Заключение

Отметим основные результаты работы.

1. Развита аналитический подход к описанию кинетики переключения состояний одномерной системы ограниченной длины в нестационарном переключающем поле с учетом вклада граничного условия.

2. Получено описание влияния на трансформацию состояний системы дефектов, разбивающих систему на ансамбль независимых участков случайной длины с измененной кинетикой зарождения доменов вблизи дефектов. Дан метод расчета гистерезисных явлений в зависимости от температуры и концентрации дефектов.

3. Предложен механизм низкотемпературной атермичности кинетики переключения состояний, связанный с наличием хаотически расположенных дефектов материала.

Список литературы

- [1] One-Dimensional Nanostructures / Ed. Z.M. Wang. Springer Science + Business Media, N. Y. (2008).
- [2] Nanoweires Science and Technology / Ed. N. Lupu. InTech (2010).
- [3] Molecular Magnets. Physics and Applications / Eds J. Bartolome, F. Luis, J.P. Fernandez. Springer-Verlag, Berlin Heidelberg (2014).
- [4] C. Coulon, R. Clérac, L. Lecren, W. Wernsdorfer, H. Miyasaka. Phys. Rev. B **69**, 132408 (2004).
- [5] A.A. Bukharov, A.S. Ovchinnikov, N.V. Baranov, K. Inoue. Eur. Phys. J. B **70**, 369 (2009).
- [6] A. Vindigni. Inorg. Chim. Acta **361**, 3731 (2008).
- [7] Ю.Б. Кудасов. ЖЭТФ **137**, 406 (2008).
- [8] L.M. Toma, R. Lescouëzec, J. Pasán, C. Ruiz-Pérez, J. Vaissermann, J. Cano, R. Carrasco, W. Wernsdorfer, F. Lloret, M. Julve. JACS **128** 4842 (2006).
- [9] M.G. Pini, A. Rettori, L. Bogani, A. Lascialfari, M. Mariani, A. Caneschi, R. Sessoli. Phys. Rev. B **84**, 094444 (2011).
- [10] R.J. Glauber. J. Math. Phys. **4**, 294 (1963).
- [11] W.-X. Zhang, R. Ishikawa, B. Breedlove, M. Yamachita. RSC Adv. **3**, 3772 (2013).
- [12] Дж. Хирт, И. Лоте. Теория дислокаций. Атомиздат, М. (1972). 598 с.
- [13] А.Н. Колмогоров. Изв. АН СССР. Сер. мат. **3**, 355 (1937).
- [14] Б.В. Петухов. ФТТ **56**, 1134 (2012).
- [15] B.V. Petukhov. JSTAT P09019 (2013).
- [16] Б.В. Петухов. ЖЭТФ **141** 1130 (2012).
- [17] W.A. Johnson, P.A. Mehl. Trans. AIME **135**, 416 (1939).
- [18] O.V. Billoni, V. Pianet, D. Pescia, A. Vindigni. Phys. Rev. B **84**, 064415 (2011).
- [19] Б.В. Петухов, В.Л. Покровский. ЖЭТФ **63** 634 (1972).
- [20] Y. Miyasaka, T. Madanbashi, A. Saitoh, N. Motokawa, R. Ishikawa, M. Yamashita, S. Bahr, W. Wernsdorfer, R. Clérac. Chem. Eur. J. **18**, 3942 (2012).
- [21] W. Wernsdorfer, R. Clérac, C. Coulon, L. Lecren, H. Miyasaka. Phys. Rev. Lett. **95**, 237203 (2005).