01;11

Диагностика режима гиперхаотической динамики по интервалам времени пересечения порогового уровня

© *А.Н. Павлов, О.Н. Павлова, Я.Х. Мохаммад*

Саратовский государственный университет
им. Н.Г. Чернышевского
E-mail: pavlov.alexeyn@gmail.com

Поступило в Редакцию 17 октября 2014 г.

Обсуждается метод диагностики режима гиперхаоса по точечным процессам, представляющим собой последовательности интервалов времени между пересечениями сигналом автоколебательной системы порогового уровня. Продемонстрирована принципиальная возможность определения двух положительных показателей Ляпунова по одному точечному процессу небольшой длительности.

Диагностика гиперхаотической динамики важна при решении ряда технических задач, связанных, например, с разработкой систем связи с высокой степенью защиты от несанкционированного доступа [1–3], в которых использование гиперхаотических режимов автоколебаний в качестве несущих сигналов обеспечивает эффективную защиту передаваемых сообщений. Задача диагностики сравнительно просто может быть решена, если известна математическая модель автоколебательной системы и спектр показателей Ляпунова вычисляется на основе одного из стандартных методов [4,5]. Более сложным является решение соответствующей задачи, если математическая модель неизвестна и имеются ограничения информации об автоколебательной системе. Так, в работах [6–8] изучалась проблема оценки показателей Ляпунова по точечным процессам, представляющим собой последовательности интервалов времени между пересечением сигналом автоколебательной системы порогового уровня, по аналогии с изучением межспайковых интервалов нейронов и нейронных сетей [9]. При этом было отмечено, что для диагностики гиперхаотической динамики недостаточно наличия одного точечного процесса и требуется знание по крайней мере двух последовательностей временных интервалов между пересечениями порогового уровня разными координатами автоколебательной системы [8]. В данной статье мы покажем, что при подходящем задании сигнала, поступающего на вход порогового устройства, диагностика гиперхаотического режима может быть проведена по одной такой последовательности и при этом допустимо ограничиваться выборкой небольшой длительности.

Общая идея метода состоит в следующем. Рассмотрим последовательность отсчетов времени T_i, соответствующих пересечениям сигналом $x(t)$ автоколебательной системы фиксированного порогового уровня Θ в одном направлении (например, снизу вверх). Осуществим переход к значениям $I_i = T_{i+1} - T_i$, характеризующим изменения периода колебаний, и далее к значениям мгновенной частоты, усредненной за соответствующий временно́й интервал $\omega_i(T_i) = 2\pi/I_i$. Проведем интерполяцию дискретных отсчетов $\omega_i(T_i)$ гладкой функцией (например, кубическим сплайном) для перехода к сигналу $S(t)$, заданному с постоянным шагом по времени. Полученный сигнал используется для реконструкции аттрактора методом задержек по времени и последующего расчета двух старших показателей Ляпунова [10]. Теоретические основы данного метода были изложены в работах [6,7], в которых он был протестирован на ряде модельных систем. При этом было установлено, что если пороговый уровень задан таким образом, что в течение ряда осцилляций не происходит его пересечение сигналом $x(t)$, то корректная оценка максимального показателя может быть проведена при условии, что средний интервал I_i не превышает время предсказуемости анализируемого динамического режима [7].

Для того чтобы охарактеризовать гиперхаотические автоколебания по точечному процессу I_i, рассмотрим модель двух связанных систем

Ресслера [11], записанную в следующем виде:

$$\begin{aligned}
\frac{dx_1}{dt} &= -\omega_1 y_1 - z_1 + \gamma(x_2 - x_1),\\
\frac{dy_1}{dt} &= \omega_1 x_1 + a y_1,\\
\frac{dz_1}{dt} &= b + z_1(x_1 - \mu),\\
\frac{dx_2}{dt} &= -\omega_2 y_2 - z_2 + \gamma(x_1 - x_2),\\
\frac{dy_2}{dt} &= \omega_2 x_2 + a y_2,\\
\frac{dz_2}{dt} &= b + z_2(x_2 - \mu),
\end{aligned} \tag{1}$$

где управляющие параметры a, b и μ определяют режим динамики каждой системы, γ задает интенсивность связи. Неидентичность двух систем задается выбором частот колебаний $\omega_1 = \omega_0 + \Delta$ и $\omega_2 = \omega_0 - \Delta$, различающихся на величину 2Δ. При проведении исследований были заданы следующие значения управляющих параметров: $a = 0.15$, $b = 0.2$, $\gamma = 0.02$, $\omega_0 = 1.0$, $\Delta = 0.0092$. Параметр μ варьировался в диапазоне [6.8, 7.2].

Вначале были проведены расчеты двух старших показателей Ляпунова $\lambda_{1,2}$, характеризующих режим динамики системы (1), на основе стандартного алгоритма [10], который предусматривает оценку $\lambda_{1,2}$ путем анализа эволюции во времени осей бесконечно малой сферы начальных условий с выбором частного решения модели (1), которое ассоциируется с центром сферы, и процедуры ортонормализации Грамма–Шмидта. При этом не накладывалось ограничений на время вычисления, и завершение расчетов проводилось при условии достижения заданной точности оценки величин $\lambda_{1,2}$ (когда вариации $\lambda_{1,2}$ при увеличении времени вычислений менялись не более чем на 10^{-6}). Соответствующие значения рассматриваются как „точные“ (рис. 1, круги), и с ними сравниваются оценки показателей Ляпунова, проведенные по последовательностям I_i.

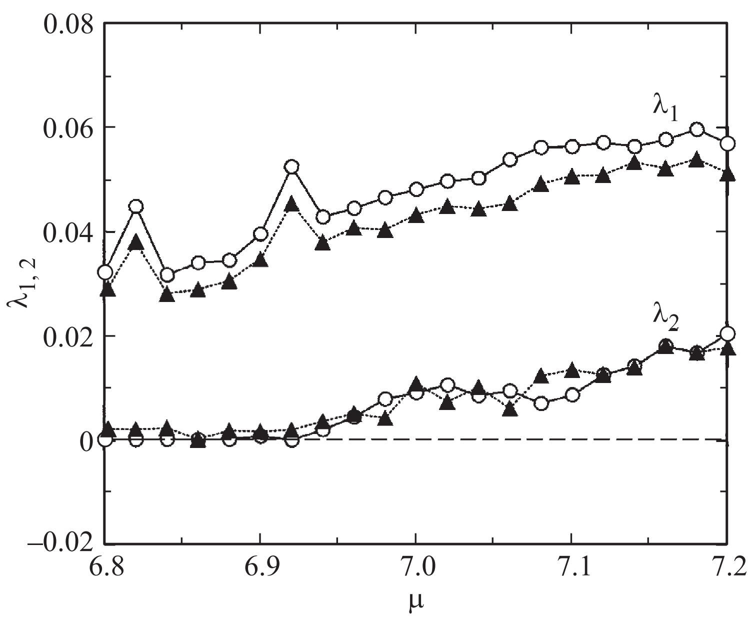

Рис. 1. Зависимости двух старших показателей Ляпунова модели связанных систем Ресслера (1) от параметра μ. Кругами обозначены расчеты, проведенные по уравнениям модели, треугольниками — по точечному процессу.

Для диагностики гиперхаотического режима динамики системы (1) по точечному процессу необходимо подходящим образом выбрать входной сигнал, при пересечении которым порогового уровня фиксируются отсчеты времени T_i. Данный сигнал должен отражать кооперативную динамику обеих подсистем модели (1), так как в противном случае корректная диагностика автоколебательного режима по одной последовательности временны́х интервалов I_i не может быть проведена. Так, в работе [8] было показано, что при задании входного сигнала в виде $x_1(t)$ или $y_1(t)$ можно вычислить только максимальный показатель Ляпунова; при этом гиперхаотический режим динамики системы (1) ошибочно диагностируется как хаотический.

Рассмотрим в качестве входного сигнала сумму динамических переменных двух подсистем, например, $u(t) = x_2(t) + y_1(t)$, и будем

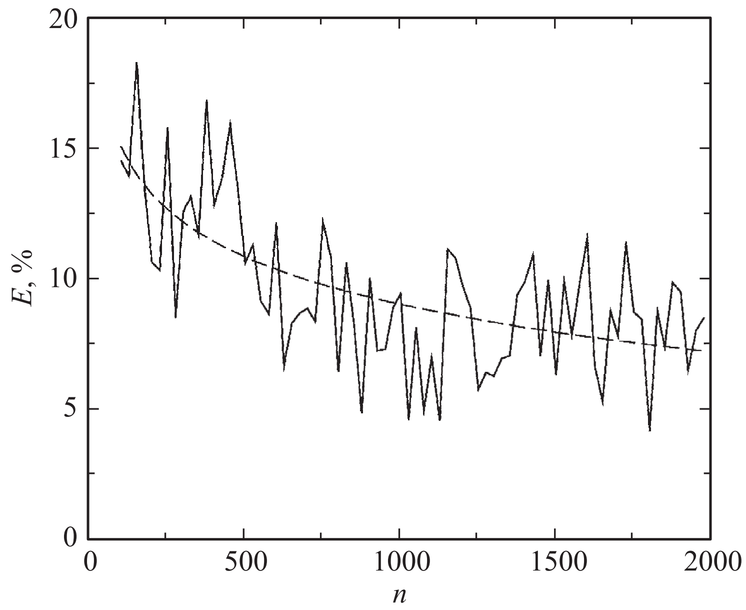

Рис. 2. Зависимость относительной ошибки расчета максимального показателя Ляпунова от числа отсчетов анализируемого точечного процесса.

фиксировать моменты времени T_i при превышении сигналом $u(t)$ уровня $\Theta = 1$. Результаты расчетов двух старших показателей Ляпунова по полученному точечному процессу на основе метода [6] по последовательностям, содержащим 1000 временны́х интервалов I_i, также приведены на рис. 1 (треугольники). Отметим хорошее соответствие полученных результатов с теоретически ожидаемыми значениями, что свидетельствует об эффективности применяемого подхода. Для сравнения можно отметить, что альтернативные методы диагностики гиперхаоса [12,13] использовали выборки, содержащие порядка 5000 отсчетов. При этом только диагностировался переход от хаоса к гиперхаосу без количественного описания динамики, соответствующей гиперхаотическому режиму. Подход, применяемый в данной работе, обеспечивает получение более информативных характеристик сложной динамики при возникновении гиперхаотических автоколебаний. Более того, метод оценки двух старших показателей Ляпунова по точечным процессам позволяет ограничиться и меньшей выборкой. На рис. 2 представлена зависимость относительной ошибки расчета показателя Ляпунова λ_1 от числа отсчетов, по которым проводятся вычисления, и аппроксимация этой зависимости логарифмической функцией. Согласно рис. 2, приемлемая точность расчетов (ошибка порядка 12%) может достигаться для выборки, составляющей около 500 временны́х интервалов I_i. Если же не требуется обеспечить заданную точность оценки показателей Ляпунова и достаточно лишь идентифицировать переход от хаотических колебаний к гиперхаотическим или наоборот, то объем выборки может быть сокращен до порядка 300 временны́х интервалов.

Таким образом, в данной работе показано, что диагностика гиперхаотического режима динамики может быть проведена по одной последовательности временны́х интервалов между пересечением сигналом автоколебательной системы порогового уровня. Соответствующая диагностика осуществляется по относительно короткой выборке, что позволяет, в частности, отделять участки хаотической от гиперхаотической динамики для систем с меняющимися во времени характеристиками.

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда (проект № 14-12-00224).

Список литературы

[1] *Pecora L.M., Carroll T.L.* // Phys. Rev. Lett. 1990. V. 64. P. 821.

[2] *Dmitriev A.S., Panas A.I., Starkov S.O.* // Int. J. Bifurcat. Chaos. 1995. V. 5. P. 1249.

[3] *Короновский А.А., Москаленко О.И., Храмов А.Е.* // Успехи физических наук. 2009. Т. 179. С. 1281 [*Koronovskii A.A., Moskalenko O.I., Hramov A.E.* // Phys. Usp. 2009. V. 52. P. 1213].

[4] *Benettin G., Galgani L., Giorgilli A.* et al. // Meccanica. 1980. V. 15. P. 9.

[5] *Shimada I., Nagashima T.* // Prog. Theor. Phys. 1979. V. 61. P. 1605.

[6] *Janson N.B., Pavlov A.N., Neiman A.B.* et al. // Phys. Rev. E. 1998. V. 58. P. R4.

[7] *Pavlov A.N., Sosnovtseva O.V., Mosekilde E.* et al. // Phys. Rev. E. 2000. V. 61. P. 5033.

[8] *Pavlov A.N., Sosnovtseva O.V., Mosekilde E.* et al. // Phys. Rev. E. 2001. V. 63. P. 036 205.

[9] *Racicot D.M., Longtin A.* // Physica. D. 1997. V. 104. P. 184.
[10] *Wolf A., Swift J.B., Swinney H.L.* et al. // Physica. D. 1985. V. 16. P. 285.
[11] *Rössler O.E.* // Phys. Lett. A. 1979. V. 71. P. 155.
[12] *Souza E.G., Viana R.L., Lopes S.R.* // Phys. Rev. E. 2008. V. 78. P. 066 206.
[13] *Ngamga E.J., Buscarino A., Frasca M.* et al. // Chaos. 2011. V. 20. P. 043 115.