Физика твердого тела, 2015, том 57, вып. 3

01,07

# Расчет влияния пластической деформации на эволюцию коэффициентов интенсивности напряжения трещины в ОЦК-кристалле

© Д.Н. Карпинский, С.В. Санников

Южный федеральный университет,
Ростов-на-Дону, Россия

E-mail: karp@math.rsu.ru

(Поступила в Редакцию 19 мая 2014 г.
В окончательной редакции 12 сентября 2014 г.)

Выполнены расчеты эволюции коэффициентов интенсивности напряжения при смешанной моде нагружения для различных плоскостей скола, направления фронта трещины и систем легкого скольжения у вершины трещины в ОЦК-кристалле. Расчеты учитывают взаимное влияние пластической деформации и формы вершины трещины, а также $T$-напряжения. Обнаружена зависимость величины экранирования вершины трещины дислокациями от ориентации трещины, системы легкого скольжения и мод разрушения.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект № 14-08-00142_а)

## 1. Введение

Оценка влияния распределения пластической деформации у вершины трещины на характеристики разрушения является актуальной задачей физики прочности и механики разрушения [1]. В частности, эволюция пластической деформации у вершины трещины ответственна за явление вязко-хрупкого перехода в нагруженных образцах [2,3]. Методами механики сплошной среды выполнены многочисленные расчеты форм и размеров пластических зон у вершины трещины в рамках критерия течения Мизеса–Хилла при смешанных модах нагружения для изотропных и анизотропных образцов (см., например, [4–6]), которые были дополнены учетом $T$-напряжения (см., например, [7–10]). Другое направление исследования пластических зон у вершины трещины методами механики сплошной среды связано с расчетом распределения пластической деформации в окрестности вершины трещины в материале со степенным упрочнением [11,12]. В дальнейшем это направление успешно развивалось в ряде работ (их обзор дан в [13]).

Важно упомянуть о двух методах расчета коэффициентов интенсивности напряжения (КИН) трещины в материалах со степенным упрочнением, учитывающих наличие пластической зоны. Первый метод основан на подходе Эшелби, в котором рассматривают пластическую зону как упругое включение с эффективными модулями [14–16]. Поправки к КИН для мод I и II, учитывающие влияние пластической зоны,

$$K^p_{\mathrm{I,II}} = \frac{E}{4\sqrt{2\pi}} \int\limits_A r^{-3/2} \Omega_{\mathrm{I,II}}(e^T_{ij}, \theta) dA,$$

где $E$ — модуль Юнга, $r$ — длина радиус-вектора, соединяющего вершину трещины с произвольной точкой в пластической зоне. $\Omega_{\mathrm{I,II}}(e^T_{ij}, \theta)$ — функции деформации превращения $e^T_{ij}$ и полярного угла $\theta$, а интегрирование производится по площади пластической зоны $A$ [15,16]. Для деформационно упрочняющегося материала, который описывается соотношением Рамберга–Осгуда $\varepsilon/\varepsilon_0 = \bar{\alpha}(\sigma/\sigma_0)^n$ ($\bar{\alpha}$ и $n$ постоянные упрочнения, $\varepsilon, \sigma$ — деформация и напряжение при растяжении, $\sigma_0$ — предел текучести при растяжении), влияние пластической зоны на КИН приводит к росту экранирования вершины трещины с увеличением $n$ при фиксированном приложенном напряжении, а также с увеличением приложенного напряжения при фиксированном $n$. Расчеты [15,16] показали, что $T$ — напряжения оказывают опосредованное влияние на КИН (через размер и форму пластической зоны). Важно отметить, что при отрицательном $T$-напряжении размер пластической зоны увеличивается и экранирование вершины значительно, а при положительном $T$-напряжении его влияние на КИН мало.

Второй метод расчета пластического КИН использует модельные распределения [11,12] полей напряжения и деформации у вершины трещины [17]. Этот метод расчета определяет КИН смешанных мод, учитывающий влияние пластической зоны как $K^p = \left[\frac{(K^2_{\mathrm{I}}+K^2_{\mathrm{II}})}{\bar{\alpha}\sigma^2_0 I_n(\theta^*)}\right]^{1/(n+1)}$, где $K_{\mathrm{I}}$ и $K_{\mathrm{II}}$ — КИН трещины для мод I и II в отсутствии пластической деформации, $\theta^*$ — угол, определяющий направление возможного роста трещины (зависит от выбранного критерия разрушения), величина $I_n(\theta^*)$ определяется численно и монотонно возрастает при переходе от моды II к моде I. Оба метода расчета КИН учитывают $T$-напряжения у вершины трещины, а также соотношение мод нагружения. Тем не менее, методы расчета КИН [14–17], использующие положения механики сплошной среды, недостаточно точно отражают сложный процесс перестройки структуры у вершины трещины в нагруженном образце.

В последние десятилетия обозначился значительный прогресс в создании дислокационных моделей для пластической деформации у вершины трещины (см., например, [18–23]). В этих работах учтена дискретность систем скольжения в отдельных зернах образцов в противоположность [11–13], где предполагалась непрерывная пластическая деформация (усредненная по многим зернам образца). В [18–23] показано, что упругие поля у вершины трещины в монокристалле существенно отличаются от распределений [11,12] в изотропных пластических телах и зависят от ориентации систем скольжения относительно плоскости трещины.

В настоящее время для расчетов равновесной структуры активно используется метод молекулярной динамики для моделирования взаимодействия трещины с дислокациями, двойниками и другими дефектами в ОЦК-кристаллах (см., например, [24–31]). В частности, в [30] даны оценки критических КИН трещины $K^c_{\mathrm{I,II,III}}$ и $K^d_{\mathrm{I,II,III}}$, при достижении которых начинается рост трещины в ОЦК-железе или эмиссия дислокаций из ее вершины ($K^c_{\mathrm{I,II,III}} \approx K^d_{\mathrm{I,II,III}} \approx 1\,\mathrm{MPa}\cdot\mathrm{m}^{1/2}$). Отметим, что расчеты в [24–31] не учитывают эволюцию распределения дислокаций, которые обусловлены источниками, распределенными в кристалле вблизи вершины трещины.

Целью настоящей работы является сравнение эволюции пластической деформации у затупленной вершины трещины в ОЦК-кристалле в условиях смешанной моды нагружения (моды I и II) для различных систем дислокационного скольжения в пластической зоне. В дальнейшем ограничимся расчетами для кристалла $\alpha$-железа при плоской деформации и внешней нагрузке (моды I и II), при которой отсутствует эмиссия дислокаций и двойников из вершины трещины.

## 2. Постановка задачи и метод решения

Рассмотрим плоские задачи об эволюции пластической деформации у вершины трещины длиной $2l$, расположенной в плоскостях скола бесконечного ОЦК-кристалла с постоянной решетки $a$. В кристалле равномерно распределены источники дислокаций, испускающие прямоугольные петли, лежащие в плоскостях легкого скольжения. В расчете учитываются только отрезки петель, перпендикулярные плоскости $Oxy$ (рис. 1). Рассмотрим следующие кристаллографические ориентации трещины в ОЦК-кристалле [23–31]: 1) плоскость скола (100), направление линии фронта трещины [001]; 2) плоскость скола (110), направление линии фронта трещины [001]; 3) плоскость скола (011), направление линии фронта трещины $[0\bar{1}1]$; 4) плоскость скола (001), направление линии фронта трещины [110]. В этих случаях пластическая деформация осуществляется путем термоактивированного движения дислокации с вектором Бюргерса $\mathbf{b} = a/2\langle 111\rangle$. Углы между плоскостями скола и системами легкого скольжения $\langle 111\rangle$ $\{110\}$ и $\langle 111\rangle$ $\{112\}$ принимают значения: для ориентации 1) 45°, 2) 45°, 3) 54.73°, 4) 35.26°. Линии дислокаций во всех случаях параллельны фронтам трещины, причем для случаев 1)–2) это смешанные дислокации, а для случаев 3)–4) — чисто краевые. В расчетах учитываются только краевые компоненты смешанных дислокаций. Это упрощение связано с видом приложенной нагрузки, действующей только на данные компоненты дислокаций.

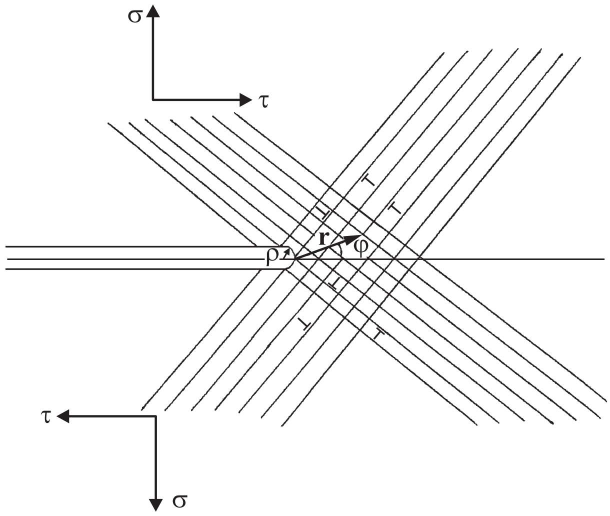


**Рис. 1.** Кристаллографическая схема плоскостей легкого скольжения у вершины затупленной трещины, нагруженной удаленными растягивающей $\sigma$ и сдвиговой $\tau$ нагрузками.

К плоскостям кристалла $y = \pm\infty$ приложено однородные напряжения растяжения $\sigma_{yy}(t) = \sigma_a(t)$ (мода I) и сдвига $\tau_{xy}(t) = \tau_a(t)$, (мода II), монотонно возрастающие от $\sigma_a(t=0) = 0$, $\tau_a(t=0) = 0$ до некоторых значений $\sigma_{\max}$, $\tau_{\max}$ достаточных для пластического деформирования кристалла, но недостаточных для роста трещины, эмиссии дислокаций и двойников из вершины трещины. Согласно [28], это условие можно записать в следующем виде: $K_{\mathrm{eff}} < K_{\mathrm{eff},c}$, где $K_{\mathrm{eff}} = \sqrt{K_{\mathrm{I}}^2 + K_{\mathrm{II}}^2}$, $K_{\mathrm{eff},c} = \min(K^c_{\mathrm{I,II}}, K^d_{\mathrm{I,II}})$. В расчетах на этапе нагружения выбиралась скорость нагружения $\dot\sigma_a(t)$, $\dot\tau_a(t)$, которая учитывает ограничение на максимальную скорость сдвиговой деформации в пластической зоне $\max\big(\dot\varepsilon(r,t)\big) \le 0.1\,\mathrm{s}^{-1}$. Это ограничение соответствует термоактивированному механизму движения дислокаций, который предполагает совместное действие концентрации напряжения у вершины трещины и тепловых флуктуаций дислокаций.

После достижения нагрузками $\sigma_a(t)$ и $\tau_a(t)$ своих максимальных значений расчет проводился в режиме релаксации напряжения у вершины трещины, которому соответствуют постоянные внешние напряжения. Скольжение дислокаций приводит к релаксации напряжения, и вблизи вершины возникают значительные плотности эффективных дислокаций (избыточные дислокации одного знака среди дислокаций с параллельными векторами

Бюргерса) и, следовательно, возникает упругое поле, существенно влияющее на эволюцию пластической деформации. Расчет останавливался в момент времени $t = t_f$, когда максимальное эффективное сдвиговое напряжение в заданной системе скольжения пластической области становилось меньше величины, которую определим ниже (см. (2)).

Рассмотрим процесс вычисления распределения пластической деформации подробнее. Аналогично [32,33], будем предполагать, что скорость пластического деформирования, обусловленного движением дислокаций у вершины трещины, дается формулой

$$\frac{d\varepsilon^k(r,t)}{dt} = \varepsilon_0 \exp\left[-\frac{U_0\{1-[\sigma_e^k(r,t)/\tau_0]^{1/2}\}}{k_B T_0(r,t)}\right] \operatorname{sign}\sigma_e^k(r,t), \tag{1}$$

где $U_0$ — энергия активации, $k_B$ — постоянная Больцмана, $T_0$ — температура, $\varepsilon_0$ и $\tau_0$ — постоянные, $\sigma_e^k$ — эффективное напряжение сдвига в $k$-ой плоскости легкого скольжения

$$\sigma_e^k(r,t) = \sigma^k(r,t) - \sigma_s(r,t)\operatorname{sing}\sigma^k(r,t)$$
$$\text{при} \quad |\sigma^k(r,t)| > |\sigma_s(r,t)|;$$
$$\sigma_e^k(r,t) = 0 \qquad \text{при} \quad |\sigma^k(r,t)| < |\sigma_s(r,t)|. \tag{2}$$

В (2) сдвиговое напряжение в плоскостях легкого скольжения

$$\sigma^k(r,t) = \sigma_k^c(r,t) + \sigma_k^l(r,t), \tag{3}$$

$$\sigma_s(r,t) = \sigma_T + \sigma_f(r,t), \tag{4}$$

— напряжение, препятствующее пластическому сдвигу за счет трения решетки $\sigma_T$ и локального упрочнения материала $\sigma_f$, вычисляемого по формуле

$$\sigma_f = \sigma_1\Big[\sum_{k=1}^{2}|\varepsilon(r,t)|\Big]^m, \tag{5}$$

где $\sigma_1$ и $m$ — постоянные. В (3) $\sigma_k^c(r,t)$ — сдвиговая компонента тензоров напряжения (2) для $k$-ой плоскости легкого скольжения, которую вычисляли с учетом $T$-напряжений: $\sigma_{rr} = \sigma_r + T\cos^2\varphi$, $\sigma_{\varphi\varphi} = \sigma_\varphi + T\sin^2\varphi$, $\sigma_{r\varphi} = \tau_{r\varphi} - T\sin\varphi\cos\varphi$, где в данном случае $T = -\sigma_a(t)$. Величины $\sigma_r, \sigma_\varphi, \tau_{r\varphi}$ задают распределения упругого поля трещины в полярных координатах $r$ и $\varphi$ у вершины хрупкой трещины с учетом ненулевой величины радиуса вершины $\rho$ прямолинейной трещины [34]

$$\sigma_r = \frac{K_{\mathrm{I}}}{4\sqrt{2\pi r}}\left[\phi_1(\rho,r)\cos\left(\frac{\varphi}{2}\right) - \psi_1(\rho,r)\cos\left(\frac{3\varphi}{2}\right)\right] - \frac{K_{\mathrm{II}}}{4\sqrt{2\pi r}}\left[\phi_1(\rho,r)\sin\left(\frac{\varphi}{2}\right) + \psi_2(\rho,r)\sin\left(\frac{3\varphi}{2}\right)\right],$$

$$\sigma_\varphi = \frac{K_{\mathrm{I}}}{4\sqrt{2\pi r}}\left[\phi_2(\rho,r)\cos\left(\frac{\varphi}{2}\right) + \psi_3(\rho,r)\cos\left(\frac{3\varphi}{2}\right)\right] - \frac{K_{\mathrm{II}}}{4\sqrt{2\pi r}}\left[\phi_2(\rho,r)\sin\left(\frac{\varphi}{2}\right) + \psi_4(\rho,r)\sin\left(\frac{3\varphi}{2}\right)\right],$$

$$\tau_{r\varphi} = \frac{K_{\mathrm{I}}}{4\sqrt{2\pi r}}\left[\phi_3(\rho,r)\sin\left(\frac{\varphi}{2}\right) + \psi_5(\rho,r)\sin\left(\frac{3\varphi}{2}\right)\right] + \frac{K_{\mathrm{II}}}{4\sqrt{2\pi r}}\left[\phi_3(\rho,r)\sin\left(\frac{\varphi}{2}\right) + \psi_6(\rho,r)\sin\left(\frac{3\varphi}{2}\right)\right], \tag{6}$$

где

$$\phi_1(\rho,r) = 5 - 2\frac{\rho}{r} - 3\left(\frac{\rho}{r}\right)^2,$$

$$\phi_2(\rho,r) = 3 + 2\frac{\rho}{r} + 3\left(\frac{\rho}{r}\right)^2,$$

$$\phi_3(\rho,r) = 1 + 2\frac{\rho}{r} - 3\left(\frac{\rho}{r}\right)^2,$$

$$\psi_1(\rho,r) = 1 - \frac{7}{2}\frac{\rho}{r} + \frac{5}{2}\left(\frac{\rho}{r}\right)^3,$$

$$\psi_2(\rho,r) = 1 + \frac{1}{2}\frac{\rho}{r} + \frac{5}{2}\left(\frac{\rho}{r}\right)^3,$$

$$\psi_3(\rho,r) = 1 + \frac{3}{2}\frac{\rho}{r} - \frac{5}{2}\left(\frac{\rho}{r}\right)^3,$$

$$\psi_4(\rho,r) = 3 - \frac{21}{2}\frac{\rho}{r} + \frac{15}{2}\left(\frac{\rho}{r}\right)^3,$$

$$\psi_5(\rho,r) = 3 + \frac{3}{2}\frac{\rho}{r} + \frac{15}{2}\left(\frac{\rho}{r}\right)^3,$$

$$\psi_6(\rho,r) = 3 + \frac{9}{2}\frac{\rho}{r} - \frac{15}{2}\left(\frac{\rho}{r}\right)^3.$$

В (6) $K_{\mathrm{I}} = \lim_{\rho\to 0}\frac{\sigma_\varphi^{\max}}{2}\sqrt{\pi\rho}$ и $K_{\mathrm{II}} = \lim_{\rho\to 0}\sigma_\varphi^{\max}\sqrt{\pi\rho}$ — КИН эквивалентной трещины, которые обсуждаются в [35]. Расчеты эволюции пластической деформации в данной работе учитывают изменение радиуса кривизны вершины трещины $\rho(t)$ в (6) за счет совместного действия внешней нагрузки и дальнодействующего напряжения, создаваемого распределением эффективных дислокаций у вершины трещины

$$2\rho(t) \approx C \cdot K_{\mathrm{I}}^2, \tag{7}$$

где $C$ — постоянная (см., рис. 6 в [36]).

В расчете принята пропорциональность двух типов внешних нагрузок $\sigma_a(t) = p\cdot\tau_a(t)$, постоянная $p$ является параметром задачи, для которой максимальные величины сдвиговых напряжений $\sigma_{r\varphi}$ соответствуют направлениям легких плоскостей скольжения. В нашем случае кристаллографическим ориентациям 1) и 2) соответствует значение $p = 4.5$; ориентации 3) — $p = 8.05$; ориентации 4) — $p = 2.85$. Выбор значений $p$ обусловлен возможностью расчета эволюции пластической деформации при скольжении дислокаций в одной из кристаллографических ориентаций.

В (3) $\sigma_k^l(r,t)$ — дальнодействующее упругое напряжение, создаваемое дислокациями одного знака в пластической зоне

$$\sigma_k^l(r,t) = \sum_{k=1}^{2} \int\limits_{Dk} \tilde{\sigma}_k(z')\Delta\rho_k(z')dz', \quad z' = x' + iy', \quad (8)$$

где $D_k$ — часть пластической зоны, образовавшейся в верхней полуплоскости в результате скольжения дислокаций вдоль направления векторов $\xi_k$ сопряженных систем легкого скольжения ($k = 1, 2$). В (8) $\Delta\rho_k(z', t)$ — плотность эффективных дислокаций, связанных с деформацией сдвига $\varepsilon^k(\mathbf{r}, t)$ соотношением [37]

$$\Delta\rho_k(\mathbf{r}, t) = -\frac{1}{b}\frac{d}{d\xi_k}\varepsilon^k(\mathbf{r}, t), \quad (9)$$

а $\tilde{\sigma}_k(z')$ определяет напряжение, создаваемое дислокацией в упругой плоскости с полубесконечным разрезом, и задается выражением

$$\tilde{\sigma}_k(r, r') = \sigma_k'(r, r') + \sigma_k''(r, r'), \quad (10)$$

где $\sigma_k'(r, r')$ — компоненты тензора, которые характеризуют собственное поле пары дислокаций, а компоненты тензора $\sigma_k''(r, r')$ описывают поле напряжений полубесконечной трещины — разреза, нагруженной на ее берегах усилиями, равными по величине и противоположными по знаку усилиям, создаваемым в сплошном кристалле напряжениями $\sigma_k'(r, r')$ на месте трещины. Уравнения (1)−(10) образуют систему, из которой при начальных условиях

$$\varepsilon_k(r, t = 0) = 0, \quad \sigma^k(r, t = 0) = 0 \quad (11)$$

и граничных условиях

$$\sigma_e^k(x \le 0, y = 0, t) = 0 \quad (12)$$

методом конечных разностей определяются $\varepsilon^k(r, t)$, $\sigma_e^k(r, t)$.

С целью повышения достоверности расчета размер ячеек сетки вблизи вершины трещины ($r \le 2\,\mu$m) выбирался (в отличие от [33]) в два раза меньшим по сравнению с сеткой на удаленных участках. В расчетах задавались не $\sigma_{\max}$ и $\tau_{\max}$, а соответствующие значения максимального КИН $K_{\mathrm{I}}^{\max}$ и $K_{\mathrm{II}}^{\max} = K_{\mathrm{I}}^{\max}/p$. Для расчетов эволюции пластической деформации в кристалле $\alpha$-Fe были выбраны следующие значения постоянных: $2l = 10^{-3}$ m, $K_{\mathrm{I}}^{\max} = 0.2\,\mathrm{MPa}\cdot\mathrm{m}^{1/2} < \min(K_{\mathrm{I,II}}^c, K_{\mathrm{I,II}}^d)$, $T_0 = 300\,\mathrm{K}$; модуль сдвига $\mu = 86.4\,\mathrm{GPa}$, коэффициент Пуассона $\nu = 0.29$, $a = 2.867\cdot 10^{-10}$ m, $\varepsilon_0 = 10^{11}\,\mathrm{s}^{-1}$, $U_0 = 0.9\,\mathrm{eV}$, $\tau_0 = 330\,\mathrm{MPa}$, $\sigma_0 = 18\,\mathrm{MPa}$, $\sigma_1 = 2\,\mathrm{GPa}$, $m = 1$ [32,33]. На основе результатов расчета эволюции пластической деформации далее была вычислена эволюция КИН. В расчете предполагалось, что для КИН трещины имеет место представление [38]

$$K_{\mathrm{I}}(t) = K_{\mathrm{I}}^b(t) + \mathrm{Re}[K^p(t)], \quad K_{\mathrm{II}}(t) = K_{\mathrm{II}}^b(t) + \mathrm{Im}[K^p(t)], \quad (13)$$

где $K_{\mathrm{I}}^b(t) = \sigma_a(t)\sqrt{\pi l}$,$K_{\mathrm{II}}^b(t) = \tau_a(t)\sqrt{\pi l}$ — КИН хрупкой трещины. Величина $K^p(t)$ определяет поправку, которая учитывает влияние пластической деформации на КИН

$$K^p(t) = \sum_{k=1}^{2} \int\limits_{D_k} \tilde{K}_k^p(z')\Delta\rho_k(z', t)dz', \quad z' = x' + iy', \quad (14)$$

где $\tilde{K}_k^p$ — КИН трещины, соответствующий действию одной дислокации, вычисляется по формуле [39]

$$\tilde{K}_{\mathrm{I}k}^p - i\tilde{K}_{\mathrm{II}k}^b = -\sqrt{\frac{2}{\pi}}\int_{-\infty}^{0}[p_2(\xi) - ip_1(\xi)]\frac{d\xi}{\sqrt{-\xi}}. \quad (15)$$

В (15) предполагается, что на берегах полубесконечной прямолинейной трещины заданы нормальные $p_2$ и касательные $p_1$ напряжения, создаваемые дислокацией на $k$-ой плоскости скольжения. Отметим, что знаки $K_{\mathrm{I}}(t)$ и $K_{\mathrm{II}}(t)$ в (13) зависят от абсолютной величины и знака слагаемых.

## 3. Результаты расчетов и их обсуждение

В настоящей работе предложена математическая модель эволюции пластической деформации, которая учитывает временную зависимость радиуса кривизны (7), измельчение ячеек сетки вблизи вершины трещины и специальные соотношения между компонентами мод при смешанном нагружении. Выбор этих соотношений позволяет выделять при расчете различные системы легкого скольжения. Результаты расчетов распределения пластической деформации и КИН при указанных дополнениях подтвердили выводы [33], о том что „дислокационный заряд“ у вершины трещины в ОЦК кристалле создает дальнодействующее упругое поле и вносит существенный вклад в эволюцию пластической зоны. Подтвердилось также, что затупление трещины и $T$-напряжения приводят к укорочению времени $t_f$ достижения равновесного распределения пластической деформации у вершины трещины в кристалле. Величина $t_f$ зависит также от ориентации трещины и системы скольжения. Так, например, $t_f$ для варианта 3 больше, чем для варианта 4 и существенно больше, чем для вариантов 1, 2, что соответствует более быстрому процессу релаксации эффективного сдвигового напряжения у вершины трещины по плоскостям скольжения, расположенных под меньшим углом к плоскости трещины. Среди других результатов расчета следует отметить зависимость величины экранирования вершины трещины дислокациями от ориентации трещины, системы легкого скольжения и мод разрушения. На рис. 2−4 показаны временные зависимости КИН для мод I и II (см. подписи к рисункам). Из этих рисунков видно, что процесс релаксации $K_{\mathrm{I}}(t)$ протекает почти одинаково для всех вариантов расчета, хотя для варианта 3 (рис. 4) этот процесс более глубокий. Сложнее протекает процесс релаксации $K_{\mathrm{II}}(t)$. Так для варианта 3 (рис. 4) $K_{\mathrm{II}}(t)$ снижается до нуля менее, чем за 1 s, а для вариантов 1, 2 (рис. 3) при $t > 1$ s

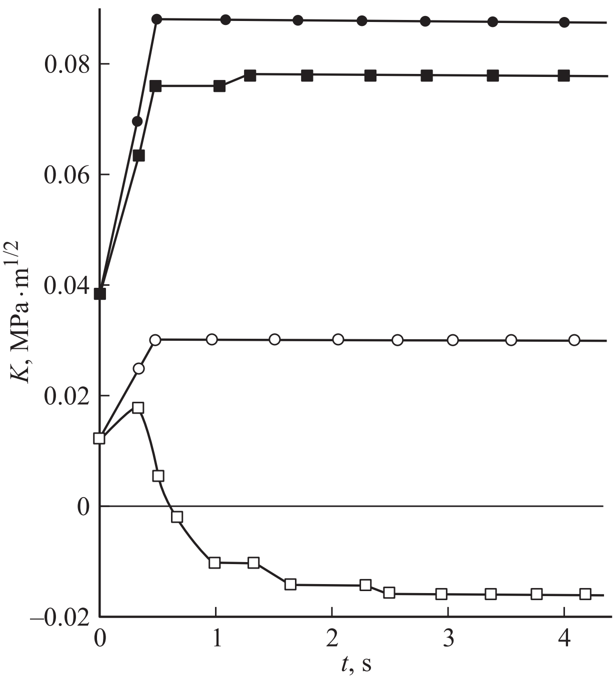


**Рис. 2.** Временная зависимость коэффициентов интенсивности напряжения. Кривые, отмеченные темными и светлыми кругами, определяют эволюцию КИН без учета пластической деформации, а отмеченные темными и светлыми квадратами — с учетом влияния пластической деформации для мод I и II соответственно. Ориентации плоскости трещины, ее линии фронта и системы легкого скольжения соответствуют кристаллографическому варианту 4 (см. текст).

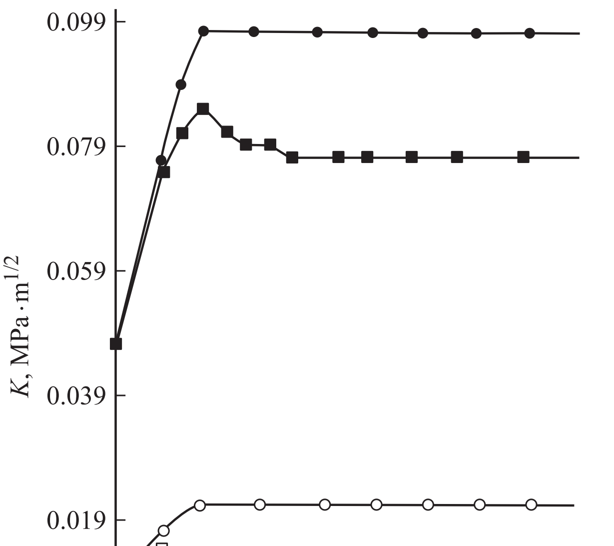


**Рис. 3.** То же, что на рис. 2, но для вариантов 1 и 2 (см. текст).

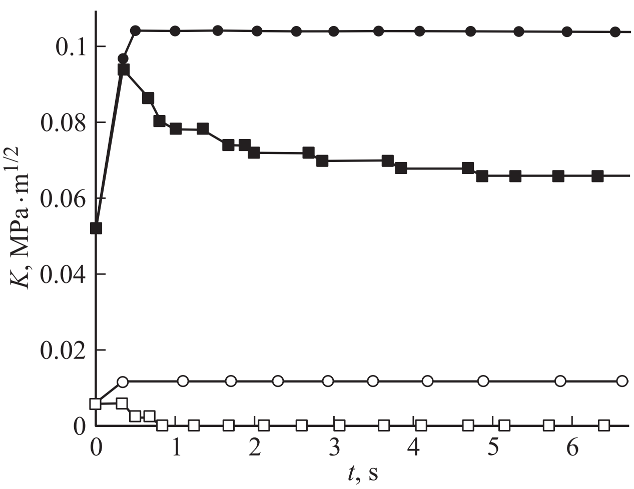


**Рис. 4.** То же, что на рис. 2, 3, но для варианта 3 (см. текст).

величина $K_{\mathrm{II}}(t)$ принимает постоянное отрицательное значение. Отметим, что для варианта 4 (рис. 2) при $t > 2\,\mathrm{s}$ $K_{\mathrm{II}}(t)$ также принимает постоянное отрицательное значение, но значительно большее по абсолютной величине, чем для вариантов 1, 2. Физический смысл отрицательного значения $K_{\mathrm{II}}(t)$ при $t \geq 1\,\mathrm{s}$ связан с превышением сдвигового напряжения (8), создаваемого скоплением дислокаций у вершины трещины, над напряжением сдвига $\sigma_k^c(r,t)$, обусловленного внешней нагрузкой, а это приводит к смене знака $p_1$ в (15). Следует также упомянуть, что аналогичный расчет в [33] не показал отрицательных значений $K_{\mathrm{II}}(t)$. Использование в данной работе мелкой вычислительной сетки у вершины трещины позволило обнаружить новые особенности во временной зависимости КИН.

## Заключение

Процесс релаксации напряжения у вершины трещины обусловлен экранированием вершины дислокациями. Затупление трещины и $T$-напряжение также заметно влияют на равновесное распределение пластической деформации у вершины трещины и временные зависимости КИН. Обнаружена зависимость процесса релаксации напряжения у вершины трещины от взаимной ориентации плоскости скола, линии фронта трещины и плоскостей легкого скольжения дислокаций. Обнаружено, что при некоторых ориентациях дислокационный вклад в КИН моды II превышает КИН, обусловленный внешней нагрузкой.

## Список литературы


[1] R. Narasimhan, H.Y. Subramanya, S.D. Patil, P. Tandaiya, U. Ramamurty. J. Phys. D **42**, 214 005 (2009).
[2] M. Tanaka, E. Tarleton, S.G. Roberts. Acta Mater. **56**, 5123 (2008).

[3] T. Smida, V. Magula. Mater. Design **54**, 582 (2014).
[4] G. Xin, W. Hangong, K. Xingwu, J. Liangzhou. Eur. J. Mech. A/Solids. **29**, 738 (2010).
[5] M.R. Ayatollahi, K. Sedighiani. Struct. Eng. Mech. **36**, 575 (2010).
[6] F. Caputo, G. Lamanna, A. Soprano. Eng. Fract. Mech. **103**, 162 (2013).
[7] Q. Nazarali, X. Wang. Fatigue Fract. Eng. Mater. Struct. **34**, 792 (2011).
[8] Ю.Г. Матвиенко, Р.А. Починков. Деформация и разрушение материалов **3**, 6 (2012).
[9] R.A. Sousa, J.T.P. Castro, A.A.O. Lopes., L.F. Martha. Fatigue Fract. Eng. Mater. Struct. **36**, 25 (2012).
[10] V.N. Shlyannikov. Eng. Fract. Mech. **99**, 3 (2013).
[11] J.R. Rice, G.F. Rosengren. J. Mech. Phys. Solids **16**, 1 (1968).
[12] J.W. Hutchinson. J. Mech. Phys. Solids **16**, 13 (1968).
[13] Л.В. Степанова. Математические методы механики разрушения. Физматлит, М. (2009). 336 с.
[14] Z. Li, J. Duan. Int. J. Fract. **117**, L29 (2002).
[15] P. Zhu, L. Yang, Z. Li, J. Sun. Int. J. Fract. **161**, 131 (2010).
[16] R. Zhou, P. Zhu, Z. Li. Int. J. Fract. **171**, 195 (2011).
[17] V. Shlyannikov, A. Tumanov. Int. J. Fract. **185**, 49 (2014).
[18] E. Van der Giessen, A. Needleman. Mod. Simul. Mater. Sci. Eng. **3**, 689 (1995).
[19] H.H.M. Cleveringa, E. Van der Giessen, A. Needleman. J. Mech. Phys. Solids **48**, 1133 (2000).
[20] E. Van der Giessen, V.S. Deshpande, H.H.M. Cleveringa, A. Needleman. J. Mech. Phys. Solids **49**, 2133 (2001).
[21] Y.-F. Guo, D.-L. Ghao. Mater. Sci. Eng. A **448**, 281 (2007).
[22] S.S. Chakravarthy, W.A. Curtin. Mod. Simul. Mater. Sci. Eng. **19**, 045 009 (2011).
[23] S.S. Shishvan, E. Van der Giessen. Mod. Simul. Mater. Sci. Eng. **21**, 065 007 (2013).
[24] V. Shastry, D. Farcas. Mod. Simul. Mater. Sci. Eng. **4**, 473 (1996).
[25] P.A. Gordon, T. Neeraj, J. Luton, D. Farcas. Metallurgical Mater. transactions A **38**, 2191 (2007).
[26] A. Spielmannova, A. Machova, P. Hora. Acta Mater. **57**, 4065 (2009).
[27] I.R. Vatne, E. Østby, C. Thaulow. Mod. Simul. Mater. Sci. Eng. **19**, 085 006 (2011).
[28] C.H. Ersland, C. Thaulow, I.R. Vatne, E. Østby. Eng. Fract. Mech. **79**, 180 (2012).
[29] C.H. Ersland, I.R. Vatne, C. Thaulow. Mod. Simul. Mater. Sci. Eng. **20**, 075 004 (2012).
[30] I.R. Vatne, A. Stukowski, C. Thaulow, E. Østby, J. Marian. Mater. Sci. Eng. A **560**, 306 (2013).
[31] D. Farkas. Current Opinion Solid State Mater. Sci. **17**, 284 (2013).
[32] W.A. Spitzig. Acta Metallurgica **18**, 1275 (1970).
[33] Д.Н. Карпинский, С.В. Санников. Завод. лаб. Диагностика материалов **78**, 52 (2012).
[34] G. Kulmer, H.A. Richard. Arch. Appl. Mech. **76**, 711 (2006).
[35] P. Livieri, F. Segala. Eng. Fract. Mech. **81**, 110 (2012).
[36] A. Stoll, A.J. Wilkinson. Int. J. Fract. **164**, 103 (2010).
[37] E. Kroner. Kontinuumtheorie der Versetzungen und Eigenspannungen. Springer-Verlag, Berlin (1958). 198 p.
[38] Д.Н. Карпинский, С.В. Санников. Письма в ЖТФ **11**, 1481 (1985).