07 Возбуждение спинового эха импульсами с линейной частотной модуляцией

© С.А. Баруздин

Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет «ЛЭТИ», 197376 Санкт-Петербург, Россия e-mail: bkedr@rambler.ru

(Поступило в Редакцию 21 мая 2014 г.)

Рассмотрено возбуждение спинового эха двумя импульсами с линейной частотной модуляцией, при котором параметры импульсов обеспечивают максимальное сжатие отклика во времени. Частота импульсов возбуждения изменялась по ступенчатому закону, аппроксимируя ее линейное нарастание. На основе решения уравнений Блоха найдена переходная матрица состояния спиновой системы для импульсов с линейной частотной модуляцией. Определена форма огибающей спинового эха в тонких магнитных пленках кобальта, а также зависимость амплитуды эха от параметров импульсов возбуждения. Определены амплитуды импульсов возбуждения, обеспечивающие возбуждение максимальной амплитуды эха при различных значениях девиации частоты. Показано, что использование импульсов с линейной частотной модуляцией позволило получить такую же амплитуду эха, как при использовании простых импульсов возбуждения, при существенно меньшей амплитуде и мощности импульсов возбуждения.

Введение

Спиновое эхо является импульсным методом наблюдения сигналов ядерного магнитного резонанса (ЯМР) и электронного парамагнитного резонанса (ЭПР). Метод широко используется в физике и химии для исследования свойств различных объектов, в медицинской диагностике он применяется в магнитно-резонансной томографии, в радиотехнике его используют в спиновых эхо-процессорах для обработки сигналов [1,2].

Амплитуда возбуждаемых эхо-сигналов зависит от параметров вещества (тип ядер, активный объем вещества), конструкции резонансной системы, а также от формы и параметров импульсов возбуждения. Особенностью ЯМР является обычно довольно низкий уровень амплитуды спинового эха, которая может быть сравнима с уровнем собственных шумов регистрирующей аппаратуры. Поэтому очень важно при прочих равных условиях оптимизировать параметры импульсов возбуждения, обеспечивающих максимальную амплитуду спинового эха. Настоящая работа посвящена результатам моделирования режима возбуждения двухимпульсного эха сигналами с линейной частотной модуляцией (ЛЧМ).

Обычно для возбуждения спинового эха используют короткие радиоимпульсы с огибающей прямоугольной формы, их длительность равна τ_{δ} . Известно [1], что для формирования максимальной амплитуды двухимпульсного эха параметры этих импульсов должны удовлетворять следующим требованиям:

$$\alpha_1 = \gamma B_1 \tau_\delta = R_1 \tau_\delta = \pi/2, \, \alpha_2 = \gamma B_2 \tau_\delta = R_2 \tau_\delta = \pi, \quad (1)$$

где B_k — амплитуда магнитной индукции k-го радиоимпульса, γ — гиромагнитное отношение, $R_k = \gamma B_k$ амплитуда импульса, выраженная в единицах круговой частоты rad/s, α_k — угол поворота вектора намагниченности под действием k-го радиоимпульса.

В упрощенной векторной модели формирования двухимпульсного спинового эха считается, что, если равновесное значение вектора намагниченности равно M_0 , то в результате воздействия двух радиоимпульсов, удовлетворяющих (1), можно полностью сфазировать поперечную компоненту вектора намагниченности в момент формирования эха до значения M_0 . В дальнейшем примем такое нормированное к M_0 значение амплитуды двухимпульсного эха за единицу.

В работе [2] показано, что максимально достижимая амплитуда спинового эха при выполнении условия (1) зависит также от длительности импульсов τ_{δ} . Лишь при $\tau_{\delta} \rightarrow 0$ можно получить амплитуду эха, равную единице. При конечной длительности импульсов τ_{δ} амплитуда эха будет меньшей единице.

Таким образом, для увеличения амплитуды эха требуется уменьшать длительность импульсов τ_{δ} , что при необходимости выполнить условия (1) приводит к увеличению амплитуды и мощности импульсов возбуждения.

Для снижения мощности импульсов возбуждения можно вместо коротких прямоугольных радиоимпульсов с длительностью τ_{δ} использовать сложные сигналы, у которых длительность и ширина спектра являются независимыми параметрами, а также шум [3,4]. В качестве таких импульсов в настоящей работе используются сигналы с ЛЧМ. На рис. 1, *а* представлен алгоритм сжатия ЛЧМ-импульсов, впервые описанный в [5]. В этом алгоритме протяженные ЛЧМ-импульсное эхо, длительность которого может быть во много раз меньше длительности импульсов возбуждения. Однако остается неясным, можно ли в этом случае возбуждать такую же амплитуду эха, как при использовании простых импульсов.



Рис. 1. Временная диаграмма импульсов возбуждения и спиновое эхо (a), закон изменения отклонения частоты ЛЧМ-импульса (b).

Двухимпульсный режим возбуждения

Поведение вектора намагниченности во внешнем магнитном поле описывается уравнениями Блоха [1]. Если длительности импульсов возбуждения $\tau_{1,2} \ll T_1, T_2$, где T_1, T_2 — времена продольной и поперечной релаксации соответственно, то процессами релаксации можно пренебречь. Тогда уравнение движения вектора намагниченности изохроматы во вращающейся с частотой ω_0 системе координат можно представить в виде

$$\frac{d\mathbf{M}(t,\,\Omega)}{dt} = \mathbf{F}(t,\,\Omega)\mathbf{M}(t,\,\Omega),\tag{2}$$

$$\mathbf{M}(t, \Omega) = \begin{bmatrix} \tilde{M}(t, \Omega) \\ \tilde{M}^{*}(t, \Omega) \\ M_{z}(t, \Omega) \end{bmatrix},$$
$$\mathbf{F}(t, \Omega) = \begin{bmatrix} i\Omega & 0 & -i\tilde{R}(t) \\ 0 & -i\Omega & i\tilde{R}^{*}(t) \\ -i\tilde{R}^{*}(t)/2 & i\tilde{R}(t)/2 & 0 \end{bmatrix},$$

где $\tilde{M}(t, \Omega)$ и $\tilde{M}^*(t, \Omega)$ — комплексные поперечные компоненты вектора намагниченности, M_z — его продольная компонента, $\tilde{R}(t) = \gamma \tilde{B}(t)$ — комплексная огибающая импульса возбуждения, выраженная в единицах круговой частоты (γ — гиромагнитное отношение, \tilde{B} — комплексная поперечная компонента вектора магнитной индукции), $\Omega = \omega - \omega_0$ — расстройка частоты ω относительно несущей частоты радиоимпульса ω_0 , совпадающей с центральной частотой неоднородно уширенной линии поглощения.

Формальное решение (2) можно представить в матричном виде

$$\mathbf{M}(t,\,\Omega) = \mathbf{A}(t,\,t_0,\,\Omega)\mathbf{M}(t_0,\,\Omega),\tag{3}$$

где $\mathbf{M}(t_0, \Omega)$ — вектор начальных условий для момента времени t_0 , $\mathbf{A}(t, t_0, \Omega)$ — переходная матрица состояния системы. На свободных от импульсов возбуждения интервалах, когда решение уравнения (2) может быть представлено в виде

$$\mathbf{M}(t,\,\Omega) = \mathbf{B}(t,\,t_0,\,\Omega)\mathbf{M}(t_0,\,\Omega),\tag{4}$$

где переходная матрица **В** может быть записана в явном виде

$$\mathbf{B}(t, t_0, \Omega) = \begin{bmatrix} \exp[i\Omega(t - t_0)] & 0 & \\ 0 & \exp[-i\Omega(t - t_0)] & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$
(5)

При этом предполагается, что интервал t_2 между ЛЧМимпульсами (рис. 1, *a*) удовлетворяет соотношению $t_2 \ll T_1, T_2$.

Для определения состояния вектора $\mathbf{M}(t, \Omega)$ по окончании второго импульса возбуждения (рис. 1, *a*) необходимо последовательно использовать решение (3) для интервалов, на которых действуют импульсы возбуждения, и (4) — для свободных интервалов. При этом решение для предыдущего интервала времени является начальным условием для последующего:

$$\mathbf{M}(t, \Omega) = \mathbf{B}^{(2)} \mathbf{A}^{(2)} \mathbf{B}^{(1)} \mathbf{A}^{(1)} \mathbf{M}(-\tau_1/2).$$
(6)

Здесь цифры в скобках указывают порядковый номер импульса возбуждения и следующего за ним свободного интервала. Начальные условия для первого импульса соответствуют термодинамическому равновесию

$$\mathbf{M}\left(-\frac{\tau_1}{2}\right) = \begin{bmatrix} 0\\0\\M_0\end{bmatrix}.$$

При этом в алгоритме (6) используется формальная запись переходных матриц **A** с элементами $a_{ik}(\Omega)$ и явный вид матриц **B** (5).

Сигнал эха индуцируется поперечной компонентой вектора намагниченности, поэтому в (6) интерес представляет состояние поперечной компоненты намагниченности $\tilde{M}(t, \Omega)$ вектора $\mathbf{M}(t, \Omega)$. В двухимпульсном режиме возбуждения $\tilde{M}(t, \Omega)$ содержит три составляющие. Эти составляющие соответствуют двум сигналам свободной индукции, формируемым после первого и второго импульсов возбуждения, и сигналу двухимпульсного эха, возникающему в момент $t = 2t_2$.

Двухимпульсному эху соответствует отклик [2,6]

$$\tilde{m}_2(t,\,\Omega) = M_0 a_{12}^{(2)}(\Omega) a_{23}^{(1)}(\Omega) \exp[i\Omega(t-2t_2+\tau_1/2)].$$
⁽⁷⁾

Комплексная огибающая сигнала двухимпульсного эха определяется интегрированием всех изохромат (7) с весом, определяемым функцией низкочастотного эквивалента неоднородно уширенной линии поглощения $g(\Omega) = g(\omega - \omega_0)$:

$$\tilde{M}_{e}(t) = M_{0} \int_{-\infty}^{\infty} g(\Omega) a_{12}^{(2)}(\Omega) a_{23}^{(1)}(\Omega)$$
$$\times \exp\left[i\Omega\left(t - 2t_{2} + \frac{\tau_{1}}{2}\right)\right] d\Omega.$$
(8)

Журнал технической физики, 2015, том 85, вып. 3

Таким образом, задача состоит в определении переходной матрицы состояния $A(t, t_0, \Omega)$ для ЛЧМ-импульсов.

Переходная матрица для ЛЧМ-импульсов

Частота импульсов меняется по линейному закону на интервале действия импульсов $\omega(t) = \omega_0 + \mu_{1,2}t$, $|t| \leq \tau_{1,2}/2$, где $\mu_{1,2} = 2\omega_d/\tau_{1,2}$, ω_d — девиация частоты. Сам ЛЧМ-импульс имеет вид $r(t) = R \cos(\omega_0 t + \mu_{1,2}t^2/2)$, а его комплексная огибающая равна

$$\tilde{R}(t) = R \exp(i\mu_{1,2}t^2/2).$$
 (9)

Матричное дифференциальное уравнение (2) соответствует системе линейных дифференциальных уравнений с переменными коэффициентами и не имеет точного аналитического решения. Однако, в случае, когда коэффициенты являются постоянными, имеется точное аналитическое решение, при этом коэффициенты матрицы имеют вид [2]

$$a_{22}^{*} = a_{11} = \frac{R^{2} + (R^{2} + 2\Omega^{2})\cos\beta\tau}{2\beta^{2}} + i\frac{\Omega\sin\beta\tau}{\beta},$$

$$a_{21}^{*} = a_{12} = \frac{\tilde{R}^{2}}{\beta^{2}}\sin^{2}\left(\frac{\beta\tau}{2}\right),$$

$$a_{23}^{*} = a_{13} = \frac{2\tilde{R}\Omega}{\beta^{2}}\sin^{2}\left(\frac{\beta\tau}{2}\right) - i\frac{\tilde{R}\sin\beta\tau}{\beta},$$

$$a_{32}^{*} = a_{31} = \frac{\tilde{R}^{*}\Omega}{\beta^{2}}\sin^{2}\left(\frac{\beta\tau}{2}\right) - i\frac{\tilde{R}^{*}\sin\beta\tau}{2\beta},$$

$$a_{33} = \frac{\Omega^{2} + R^{2}\cos\beta\tau}{\beta^{2}},$$
(10)

где $\beta^2 = R^2 + \Omega^2$, $\tilde{R} = R \exp(i\varphi)$, R — амплитуда, φ — начальная фаза радиоимпульса.

В этой связи непрерывная линейная модуляция частоты заменяется на ее ступенчатую аппроксимацию, представленную на рис. 1, *b*. Наряду с аппроксимацией можно также рассматривать такую модуляцию частоты как дискретную частотную модуляцию реального импульса возбуждения. При этом система дифференциальных уравнений будет описываться кусочно-постоянными коэффициентами.

Таким образом при дискретной частотной модуляции первый и второй ЛЧМ-импульсы длительностью τ_1 и τ_2 делятся на 2N + 1 элементарных импульсов длительностью $\tau = \tau_{1,2}/(2N+1)$. При этом частота в пределах *n*-го элементарного импульса равна $\omega_n = \omega_0 + n\Delta\omega$, $(n = -N \dots N)$, $\Delta\omega = \omega_d/N$. Необходимо также определить начальные фазы элементарных импульсов, чтобы фаза комплексной огибающей сигнала с дискретной частотной модуляцией имела квадратичную аппроксимацию, соответствующую (9). Этому условию отвечают начальные фазы, изменяющиеся по закону $\varphi_n = -n^2 \Delta \omega \tau / 2$. Для сжатия ЛЧМ-импульсов необходимо, чтобы несущие частоты ω_0 и девиации частот обоих импульсов ω_d были одинаковыми, а длительности связаны соотношением $\tau_2 = \tau_1/2$ (при этом элементарные импульсы второго ЛЧМ-сигнала будут в 2 раза короче элементарных импульсов первого).

Для определения переходной матрицы состояния, соответствующей ЛЧМ-импульсу, необходимо последовательно перемножить переходные матрицы элементарных импульсов с учетом законов изменения частоты и начальной фазы от импульса к импульсу

$$\mathbf{A} = \mathbf{A}'_{N}\mathbf{A}_{N}\ldots\mathbf{A}'_{n}\mathbf{A}_{n}\ldots\mathbf{A}'_{-N}\mathbf{A}_{-N}, \qquad (11)$$

где \mathbf{A}_n — переходная матрица, соответствующая элементарному импульсу. Для центрального элементарного импульса, имеющего частоту ω_0 , матричные элементы матрицы \mathbf{A}_0 имеют вид (10). В общем случае матрица \mathbf{A}_n может быть определена из (10), при этом Ω, β и φ в (10) должны быть заменены на $\Omega_n = \Omega - n\Delta\omega$, $\beta_n^2 = R^2 + \Omega_n^2$ и $\varphi_n = -n^2 \Delta \omega \tau/2$ соответственно. Поскольку \mathbf{A}_n является переходной матрицей элементарного импульса в его собственной системе координат, вращающейся с частотой $\omega_n = \omega_0 + n\Delta\omega$, то для перехода в систему координат, вращающуюся с несущей частотой ω_0 , необходимо каждый раз домножать \mathbf{A}_n на матрицу

$$\mathbf{A}_n' = \begin{bmatrix} \exp(-in\Delta\omega\tau) & 0 & 0\\ 0 & \exp(in\Delta\omega\tau) & 0\\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Процедура (11) проводится для первого и второго ЛЧМ-импульсов, в результате чего определяются матричные элементы $a_{23}^{(1)}(\Omega)$ и $a_{12}^{(2)}(\Omega)$. После этого вычисляется нормированное значение комплексной огибающей двухимпульсного эха по формуле (8).

Моделирование возбуждения спинового эха в тонких магнитных пленках кобальта

Рассмотрим возбуждение спинового эха в тонких магнитных пленках кобальта. В них центральная частота неоднородно уширенной линии равна 216 MHz, ширина спектра ЯМР ядер Со⁵⁹ по уровню 0.707 составляет 10 MHz [2]. Форму линии будем считать гауссовской. Следовательно, ширина низкочастотного эквивалента неоднородно уширенной линии поглощения $g(\Omega)$ будет $\sigma_g = \pi 10^7$ rad/s. Длительности ЛЧМ-импульсов примем равными $\tau_1 = 10 \,\mu$ s, а $\tau_2 = 5 \,\mu$ s. Моменты воздействия ЛЧМ-импульсов равны $t_1 = 0$, $t_2 = 10 \,\mu$ s (рис. 1, *a*). На рис. 2 (кривая *I*) представлена огибающая двухимпульсов $R_1 = 0.5 \cdot 10^6$ и $R_2 = 2.5 \cdot 10^6$ rad/s.

В случае ЛЧМ-сигнала, у которого база $D = 2f_d \tau_1 \gg 1$, модуль спектральной плотности на интервале $[-f_d, f_d]$ приближенно постоянен, а вне этого интервала равен 0 $(f_d = \omega_d/2\pi)$. Фазовый спектр



Рис. 2. Огибающая спинового эха в малосигнальном режиме (*1*) и в режиме формирования максимальной амплитуды эха (*2*).

на том же интервале с точностью до постоянной имеет квадратичный характер $\varphi_1(\Omega) = -\Omega^2/(2\mu_1)$, где $\mu_1 = 2\omega_d/\tau_1$. Поскольку спектральная плотность двухимпульсного эха в малосигнальном режиме пропорциональна $S_1^*(\Omega)S_2^2(\Omega)$ [6], то для формирования эхосигнала со спектральной плотностью действительного вида необходимо в качестве второго, управляющего, сигнала возбуждения использовать также ЛЧМимпульс с такой же девиацией частоты f_d и длительностью $\tau_2 = \tau_1/2$.

При $\varphi_2(\Omega) = -\Omega^2/(2\mu_2) =$ этом а $\mu_2 = 2\mu_1,$ $= -\Omega^2/(4\mu_1)$ и при формировании произведения $S_1^*(\Omega)S_2^2(\Omega)$ фазовые спектры сомножителей оказываются равными по величине и противоположными по знаку, что обеспечивает действительный характер этой функции в виде прямоугольника. При этих условиях комплексная огибающая эхо-сигнала совпадает по форме с корреляционной функцией ЛЧМ-сигнала и имеет вид функции sin x/x с учетом сглаживающего влияния формы линии $g(\Omega)$ в (8). Представленная на рис. 2 (кривая 1) огибающая двухимпульсного эха близка по форме функции $|\sin x/x|$. Длительность центрального лепестка по уровню 0.707 от максимума составляет 0.2μ s. Максимум эха формируется в момент $2t_2 = 20 \,\mu s.$

Максимальная амплитуда эха при данной девиации частоты, согласованной с шириной линии $\omega_d = \sigma_g = \pi 10^7$ rad/s, достигается при амплитудах импульсов возбуждения $R_1 = 1.65 \cdot 10^6$ и $R_2 = 5 \cdot 10^6$ rad/s и равна 0.57 (рис. 2, кривая 2). Форма огибающей эха, как и ранее, близка к функции $|\sin x/x|$.

Дальнейшее увеличение амплитуд импульсов возбуждения не целесообразно, так как приводит к уменьшению амплитуды эха, форма эха становится асимметричной. На рис. 3 представлена огибающая двухимпульсного эха при $R_1 = 4.0 \cdot 10^6$ и $R_2 = 9.0 \cdot 10^6$ rad/s.

На рис. 4 представлена зависимость амплитуды эха от амплитуды первого импульса R_1 возбуждения при трех различных амплитудах второго импульса R_2 . При этом

 $R_2 = 2 \cdot 10^6$ rad/s соответствует малосигнальному режиму; $R_2 = 5 \cdot 10^6$ rad/s обеспечивает получение максимальной амплитуды эха; $R_2 = 7 \cdot 10^6$ rad/s соответствует превышению оптимальной амплитуды второго импульса.

Максимальная амплитуда эха при согласовании ширины спектра ЛЧМ-импульсов с шириной линии $\omega_d = \sigma_g = \pi 10^7$ rad/s равна 0.57. Это связано с тем, что перифирийные частотные области линии не возбуждаются. Амплитуду эха можно увеличить, если увели-



Рис. 3. Огибающая спинового эха при превышении амплитуд ЛЧМ-импульсов оптимальных значений.



Рис. 4. Зависимость амплитуды эха от амплитуды первого ЛЧМ-импульса при $\omega_d = \pi/10^7$ rad/s.



Рис. 5. Зависимость амплитуды эха от амплитуды первого ЛЧМ-импульса при $\omega_d = 2\pi/10^7$ rad/s.



Рис. 6. Зависимость амплитуды эха от амплитуды первого ЛЧМ-импульса при $\omega_d = 3\pi/10^7$ rad/s.



Рис. 7. Зависимость амплитуды эха от амплитуды второго ЛЧМ-импульса при $\omega_d = \pi/10^7$ rad/s.

чить ширину спектра ЛЧМ-импульсов. На рис. 5 и 6 представлены зависимости амплитуды эха от амплитуды первого ЛЧМ-импульса R_1 для девиации частоты $\omega_d = 2\sigma_g = 2\pi 10^7$ rad/s и $\omega_d = 3\sigma_g = 3\pi 10^7$ rad/s соответственно. При этом за счет возбуждения периферийных областей линии максимальная амплитуда эха возрастает до значений 0.835 и 0.940 соответственно.

На рис. 7 представлена зависимость амплитуды эха от амплитуды второго импульса R_2 возбуждения при трех различных амплитудах первого импульса R_1 и девиации частоты ЛЧМ-импульсов $\omega_d = \sigma_g = \pi 10^7$ rad/s. При этом $R_1 = 2 \cdot 10^6$ rad/s соответствует малосигнальному режиму; $R_1 = 5 \cdot 10^6$ rad/s обеспечивает получение максимальной амплитуды эха; $R_1 = 7 \cdot 10^6$ rad/s соответствует превышению оптимальной амплитуды второго импульса. Сравнение характеристик на рис. 4–6 и рис. 7 показывает, что в первом случае начальный участок характеристик носит линейный характер, а во втором — квадратичный.

Заключение

Максимальное относительное значение амплитуды двухимпульсного эха равно единице. Это значение до-

стигается при длительностях простых импульсов возбуждения т_б стремящихся к нулю. При конечной длительности импульсов возбуждения $au_{\delta} = 0.1\,\mu s$, когда ширина спектра центрального лепестка по уровню 0.707 равна ширине неоднородной линии поглощения σ_{g} по тому же уровню, амплитуда двухимпульсного эха равна 0.52 [2]. Эта амплитуда эха достигается исходя из (1) при $R_1 = 1.57 \cdot 10^7$ и $R_2 = \pi 10^7$ rad/s. Если для возбуждения спинового эха использовать ЛЧМ-импульсы с согласованной с шириной линии девиацией частоты $\omega_d = \sigma_g = \pi 10^7 \text{ rad/s}$, то максимальная амплитуда эха равна 0.57 (т.е. примерно такая же). Однако достигается она при $R_1 = 1.65 \cdot 10^6$ и $R_2 = 5 \cdot 10^6$ rad/s. Таким образом, амплитуда первого импульса возбуждения оказывается в 9.8 раз меньше, а второго импульса в 6.28 раза меньше, чем при простых импульсах возбуждения. Этот выигрыш примерно соответствует корню из базы (\sqrt{D}) ЛЧМ-импульсов.

Для того, чтобы амплитуда эха составляла 0.95, необходимо уменьшить длительности τ_{δ} простых импульсов возбуждения до значения 21 ns [2]. При выполнении условия (1) это достигается при $R_1 = 7.47 \cdot 10^7$ и $R_2 = 14.94 \cdot 10^7$ rad/s. Для возбуждения такой же амплитуды эха ЛЧМ-импульсами девиация частоты должна быть увеличена в 3 раза и составлять 15 MHz ($\omega_d = 3\pi 10^7$ rad/s). При этом $R_1 = 2.9 \cdot 10^6$ и $R_2 = 10^7$ rad/s. Выйгрыш в уменьшении амплитуды составляет в этом случае 25.76 для R_1 и 14.94 для R_2 .

Таким образом, при переходе от простых импульсов возбуждения к ЛЧМ-импульсам можно достигать такой же амплитуды эха как в случае простых импульсов, но при существенно меньшей амплитуде (мощности) импульсов возбуждения.

Список литературы

- [1] Эрнст Р., Боденхаузен Джс., Вокаун А. ЯМР в одном и двух измерениях. М.: Мир, 1990. 709 с.
- [2] Калиникос Б.А., Устинов А.Б., Баруздин С.А. Спинволновые устройства и эхо-процессоры. М.: Радиотехника, 2013. 216 с.
- [3] Баруздин С.А. // ЖЭТФ. 1997. Т. 112. Вып. 1. № 7. С. 63-77.
- [4] Баруздин С.А. // ЖТФ. 1999. Т. 69. Вып. 12. С. 65-69.
- [5] Мимс В. // ТИИЭР. 1963. Т. 5. № 8. С. 1127–1135.
- [6] Баруздин С.А. Нелинейное эхо и обработка сигналов. СПб.: Изд-во СПбГЭТУ ЛЭТИ, 2011. 187 с.