

03
Исследование свойств одномерных плоских и цилиндрических вязких волн в задачах с различными граничными условиями

© А.С. Павловский, Н.Г. Семенова

Санкт-Петербургский государственный университет,
 198504 Санкт-Петербург, Россия
 e-mail: tatabukamena@rambler.ru

(Поступило в Редакцию 17 марта 2014 г. В окончательной редакции 16 июля 2014 г.)

Аналитически и численно исследованы фазовые скорости и ослабление плоских и цилиндрических вязких волн в свободном пространстве и в зазорах при различных граничных условиях. Показано, что граничные условия в зазоре определяют характер пространственной дисперсии вязкой волны. Проанализирована роль конечных размеров источника и величины зазора на градиент фазовой скорости и ослабление вязкой волны. Исследуемые вязкие волны генерируются при использовании акустических осциллирующих преобразователей в малых объемах вязких несжимаемых жидкостей в технологических целях.

Введение

Вязкие плоские волны, генерируемые в жидкости бесконечной колеблющейся в своей плоскости поверхностью, описаны в [1]. Аналитически найдено поле колебательных скоростей, скорость их распространения. Там же поставлена задача о вязких волнах в зазорах. В [2] начато исследование цилиндрической одномерной вязкой волны. Получено аналитическое выражение для поля цилиндрической волны в свободном пространстве. Определена фазовая скорость цилиндрической волны. Там же она найдена экспериментально (с достаточно большой методической погрешностью). Отмечено, что цилиндрическая волна обладает не только частотной, но и пространственной дисперсией на расстояниях, меньших толщины пограничного слоя. На больших расстояниях от источника фазовые скорости плоской и цилиндрической вязких волн становятся одинаковыми.

В настоящей работе исследованы свойства одномерных вязких волн от источника конечных размеров в задачах с различными граничными условиями. Решается полная нестационарная нелинейная система уравнений, описывающих движение вязкой несжимаемой жидкости.

Постановка задачи

Скорость движения $\mathbf{V}(\mathbf{r}, t)$ вязкой несжимаемой жидкости, создаваемого источниками произвольного размера, описывается решением системы из уравнения движения жидкости и закона сохранения массы

$$\frac{\partial \mathbf{V}}{\partial t} + (\mathbf{V} \cdot \nabla) \mathbf{V} = -\frac{\nabla P}{\rho} + \nu \Delta \mathbf{V},$$

$$\operatorname{div} \mathbf{V} = 0. \tag{1}$$

Здесь $\nu = \eta/\rho$ — кинематическая и η — сдвиговая вязкости, ρ — плотность среды. Уравнение движения линеаризуется в случае источников бесконечного размера и перехода к одномерной задаче

$$\frac{\partial \mathbf{V}}{\partial t} = \nu \Delta \mathbf{V}. \tag{2}$$

В случае осциллирующих по закону $V_0 \exp(-i\omega t)$ по одной координате без изменения объема источников, таких как бесконечные пластина или цилиндр, поверхности которых имеют только тангенциальные смещения (рис. 1), решения линеаризованной системы получены в [1,2].

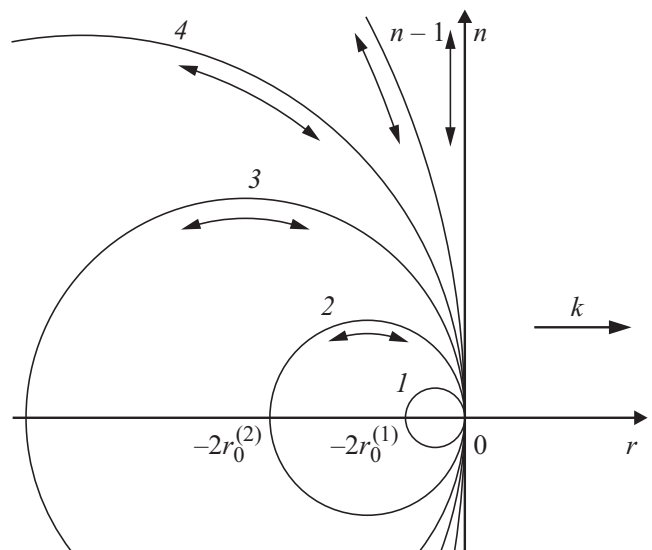


Рис. 1. Геометрия задачи и обозначения: 1, 2, 3, ..., (n - 1) — бесконечные круговые цилиндры различных радиусов $r_0^{(n)}$, осциллирующие с частотой ω по стрелкам; n — бесконечная пластина. Волновой вектор \mathbf{k} вязкой волны направлен по r .

Колебательная скорость плоской волны, бегущей в направлении r , в свободном пространстве

$$V = V_0 \exp[i(kr - \omega t)],$$

$$\operatorname{Re}(V) = V_0 \exp(-r/\delta) \cos(\omega t - r/\delta). \quad (3)$$

Колебательная скорость цилиндрической волны, бегущей в радиальном направлении, в свободном пространстве

$$V = V_0 [H_1^{(1)}(kr) / H_1^{(1)}(kr_0)] \exp(-i\omega t). \quad (4)$$

Заметим, что в работе [2] в аргументе функции Ханкеля пропущен множитель $\sqrt{2}$. Здесь введено комплексное волновое число вязкой волны

$$k = \frac{\omega}{c_{ph}} (1 + i) = \frac{1 + i}{\delta} = \frac{2\pi}{\lambda} (1 + i) = |\nabla\Phi| (1 + i), \quad (5)$$

где $\delta = \sqrt{2\nu/\omega}$ — толщина пограничного слоя, расстояние, на котором амплитуда плоской волны убывает в e раз, λ , ω , c_{ph} , Φ — длина, частота, фазовая скорость, фаза волны.

Решения (3), (4) получены при условиях прилипания вязкой жидкости на колеблющейся плоскости и убывании скорости жидкости до нуля на бесконечности. Они описывают одномерные поперечные плоскую и цилиндрическую вязкие волны соответственно.

Поля скоростей плоской и цилиндрических вязких волн в свободном пространстве

Для сравнения характеристик плоской и цилиндрической волн удобно выразить их колебательные скорости по (3) и (4) в относительных единицах. Для этого пронормируем их на значения колебательной скорости поверхности источника размера r_0 в конкретный момент времени. Тогда получим следующие выражения: для плоской волны

$$V_p\left(\frac{r}{\delta}, \frac{r_0}{\delta}\right) = V\left(\frac{r}{\delta}\right) / V\left(\frac{r_0}{\delta}\right) = [\exp(ikr) / \exp(ikr_0)] \exp(-i\omega t), \quad (6)$$

для цилиндрической волны

$$V_c\left(\frac{r}{\delta}, \frac{r_0}{\delta}\right) = V\left(\frac{r}{\delta}\right) / V\left(\frac{r_0}{\delta}\right) = [H_1^{(1)}(kr) / H_1^{(1)}(kr_0)] \exp(-i\omega t). \quad (7)$$

Обратим внимание на то, что безразмерные отношения r/δ , r_0/δ входят в аргументы функций (6) и (7) симметрично. Для вязких волн пространственным масштабом явления является толщина пограничного слоя, а эти отношения по сути волновой размер источника $r_0/\delta = 2\pi r_0/\lambda$ и волновое расстояние точки наблюдения от поверхности источника.

Ослабление вязких волн

На рис. 2 представлены рассчитанные по аналитическим выражениям (6) и (7) кривые ослабления (нормированной) колебательной скорости для плоской и цилиндрической вязких волн. Кроме поглощения средой, как для плоской волны, убывание которой обусловлено только поглощением $1/\delta$, ослабление цилиндрической волны происходит за счет дифракционной расходимости. Причем как один, так и второй механизмы зависят от кривизны фронта волны. Поэтому собственно поглощение цилиндрической волны в одной и той же среде больше поглощения плоской. Это связано с тем, что в поперечной волне расстояние, на котором частица среды передает свою энергию вязкой среде с последующим переходом в тепло (необратимые потери), тем больше, чем больше радиус кривизны. То есть для расходящейся цилиндрической волны ослабление линейно растет с ростом r_0/δ или r/δ . Чтобы численно сравнить поглощение плоской и цилиндрической волн, надо оценить их ослабление на одном расстоянии. Выберем это расстояние равным толщине пограничного слоя плоской волны. На рис. 2 это расстояние соответствует абсциссе $r/\delta = 1$. Тогда ордината для каждой из кривых 1 и 2, соответствующая этой абсциссе, покажет во сколько раз убывла колебательная скорость жидкости относительно скорости источника.

Численный счет в диапазоне 1–100 Hz показал, что ослабление цилиндрической и плоской волн зависит от частоты как $1/\delta \sim \sqrt{\omega}$. Частотные зависимости квадратов коэффициентов ослабления $(V_0/V)^2$ для плоской и

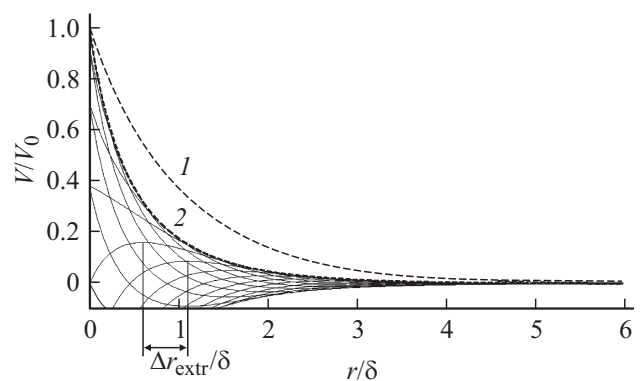


Рис. 2. Огибающие плоской (1) и цилиндрической (2) вязких волн, распространяющихся в свободном пространстве. Тонкие линии — мгновенные колебательные скорости цилиндрической вязкой волны в течение периода T колебаний. Параметром является момент времени с шагом $0.1T$. Пересекающиеся с осью ординат тонкие линии соответствуют моментам времени в течение положительного полупериода, непересекающиеся — отрицательного (приведены частично). Укручение тонких линий соответствует моментам времени ускоренного движения поверхности источника, а уменьшение наклона или появление экстремума — моментам времени ее торможения. Размер цилиндрического источника $r_0/\delta = 0.5$.

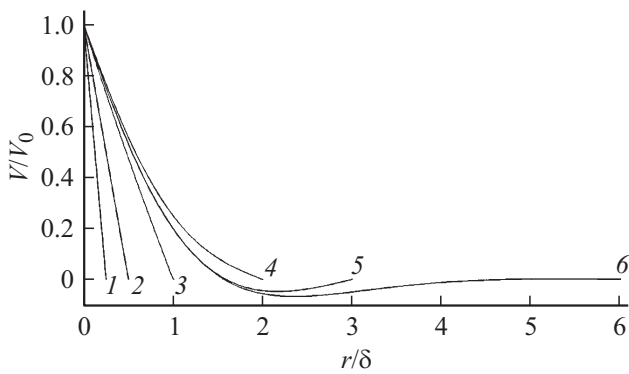


Рис. 3. Зависимость мгновенной колебательной скорости плоской вязкой волны от координаты вдоль толщины зазора для различных значений h/δ : 1 — 0.25, 2 — 0.5, 3 — 1, 4 — 2, 5 — 3, 6 — 6. Кривой 6 соответствует экспоненциальное убывание огибающей колебательной скорости плоской волны. Момент времени $t = T/4$.

цилиндрической волн линейные с коэффициентом пропорциональности, большем для цилиндрической волны.

В отличие от свободного пространства ослаблением вязких волн в зазорах, одна из границ которого является колеблющейся, можно управлять, задавая разные граничные условия на противоположной. Например, в зазоре с неподвижной границей, толщина которого менее 2δ , ослабление вязких волн любой геометрии возрастает. Это обусловлено необходимостью выполнения жидкостью нулевого граничного условия прилипания. Закон убывания колебательной скорости вязкой волны становится все более линейным с уменьшением толщины зазора. Об этом свидетельствуют зависимости, полученные в 6 численных экспериментах, с зазорами толщиной $h/\delta = 0.25-6.0$ (рис. 3).

Сходные зависимости наблюдаются и для цилиндрических волн при $h/\delta < 2$. То есть в случае тонких зазоров ослабление вязких волн в большей степени определяется близостью к источнику неподвижной границы, на которой выполняется условие прилипания, а не вязкостью жидкости и не геометрией волны.

В ситуации, когда зазор образован плоским источником и мягкой границей, например, границей жидкости с вакуумом (воздухом), ослабление вязких волн становится существенно меньшим, чем в свободном пространстве, и тем меньшим, чем тоньше зазор.

Методика исследования фазовых скоростей вязких волн и их частотная и пространственная дисперсии

Методика исследования вязких волн от источника конечных размеров или в зазорах шириной меньше длины вязкой волны сводилась к численному решению системы (1) методом конечных элементов в Comsol Multiphysics 4.3 с различными граничными условиями

и нулевыми начальными. Результатом решения являлась пространственно-временная зависимость вектора колебательной скорости жидкости. Если вектор скорости содержал только ненулевую касательную к границе компоненту, поперечную направлению распространения вязкой волны, то задачи сводились к одномерным. Тогда полученные нормированные зависимости сравнивались с пространственно-временными зависимостями колебательной скорости жидкости, определяемой по решению системы (2) при тех же граничных и начальных условиях. Сравнение численного и аналитического решений проводилось в Matlab R2011. Например, это сравнение для цилиндрических волн, распространяющихся в свободном пространстве, показало возможность замены первого уравнения системы (1) на уравнение (2) для источников с размерами $r_0/\delta > 0.1$. Относительная методическая погрешность численного моделирования составила менее 0.1%.

Рассмотрим теперь фазовые скорости одномерных вязких волн. Выражение для фазовой скорости плоской волны следует из (3)

$$c_{ph} = \delta\omega. \quad (8)$$

Фазовая скорость цилиндрической волны, определенная в [2] из выражения (4) и исследованная там же экспериментально (с достаточно большой методической погрешностью), обладает не только частотной, но и пространственной дисперсией на расстояниях, меньших толщины пограничного слоя.

Частотная зависимость фазовой скорости радиально-симметричных колебаний цилиндра такая же, как у плоской волны, и описывается зависимостью $c_{ph}(\sqrt{\omega})$. Однако абсолютные значения фазовых скоростей различаются: для рассмотренных колебаний источника фазовая скорость цилиндрической волны всегда превышает фазовую скорость плоской. Диапазон возможных значений фазовой скорости зависит от волнового размера источника при прочих постоянных условиях. Это видно из сравнения фазовых скоростей цилиндрической и плоской волн, приведенных на рис. 4–6.

Принято фазовую скорость волны определять по скорости перемещения точек равной фазы за интервал времени Δt . При численном решении (1) методом конечных элементов и в натуральных экспериментах возможно определить только вещественную часть функции зависимости колебательной скорости жидкости. Экстремумы вещественной части колебательной скорости плоской волны в свободном пространстве (3) соответствуют фазе $\Phi = 3\pi/4$, в чем можно убедиться, построив годограф этой комплексной гармонической функции. При изменении времени на Δt экстремумы перемещаются на расстояние Δt_{extr} . Таким образом, методика определения фазовой скорости плоской вязкой волны сводилась к следующим шагам. Получаем вещественную зависимость колебательной скорости цилиндрической волны с расстоянием от источника и от времени (рис. 2, тонкие

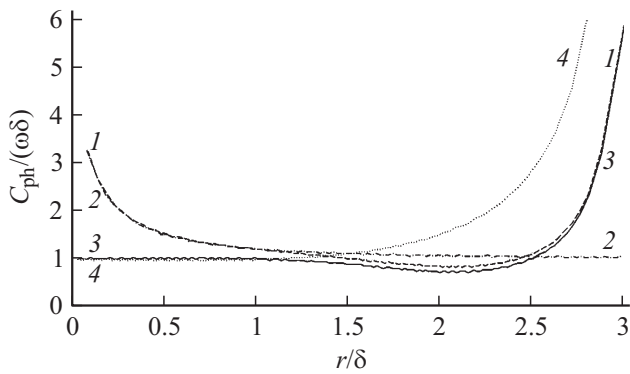


Рис. 4. Фазовые скорости, нормированные на фазовую скорость плоской волны. 1 — цилиндрическая вязкая волна в зазоре с неподвижной жесткой стенкой толщиной $h = 3\delta$, 2 — цилиндрическая вязкая волна в свободном пространстве, 3 — плоская вязкая волна в зазоре с неподвижной жесткой стенкой толщиной $h = 3\delta$, 4 — плоская вязкая волна в зазоре той же толщины, ограниченном свободной границей.

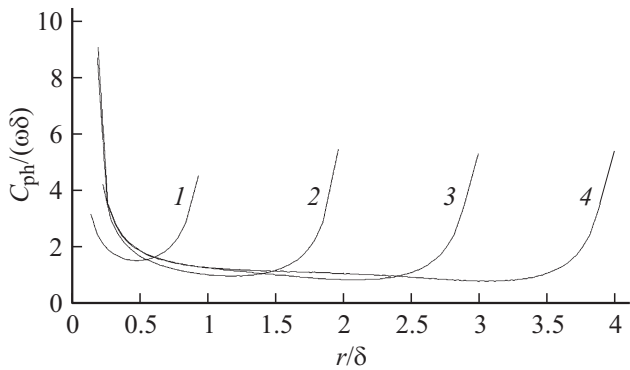


Рис. 5. Дисперсионные кривые фазовой скорости цилиндрической волны в зазоре толщиной $h = 3\delta$ для источников с волновыми размерами (параметры кривых) r_0/δ в диапазоне 0.3–3.0: 1 — 0.3; 2 — 0.4; 3 — 0.5; 4 — 0.6 и т.д.

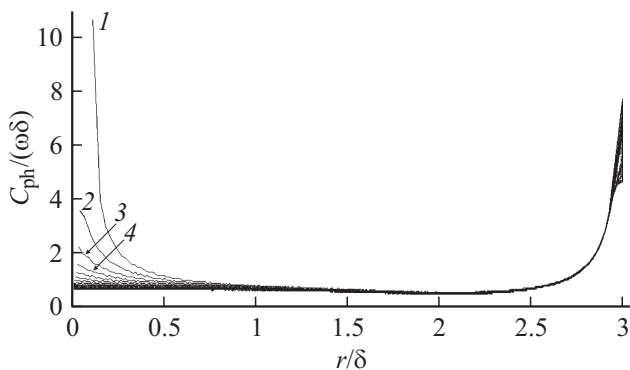


Рис. 6. Пространственная дисперсия фазовой скорости цилиндрической волны в зазорах толщин h/δ : 1 — 1, 2 — 2, 3 — 3, 4 — 4; $r_0/\delta = 0.3$.

линии). Находим координаты экстремумов r_{extr} этой зависимости при изменении времени в течение периода колебаний T с шагом Δt . Вычисляем перемещение экстремумов Δr_{extr} за время Δt для всех r_{extr} . Вычисляем

фазовую скорость по формуле

$$c_{ph} = \frac{\Delta r_{extr}}{\Delta t}. \tag{9}$$

При выборе оптимального соотношения выборок по пространству и времени относительная методическая погрешность не превосходит 1%. При слишком малой выборке по пространству зависимость колебательной скорости жидкости необходимо аппроксимировать полиномом не меньше, чем 6-й степени на большей выборке. Аппроксимация полиномом увеличивает методическую погрешность на 1%.

В цилиндрической вязкой волне в свободном пространстве и волнах в зазоре экстремумы вещественной части зависимости колебательной скорости жидкости от расстояния соответствуют различным фазам. Сама фаза зависит от волнового размера источника и расстояния до точки наблюдения. Поэтому правильнее определять фазовую скорость через градиент контролируемой фазы

$$c_{ph} = \omega/|\nabla\Phi|, \tag{10}$$

где фаза комплексного числа $\Phi = \arctg(\text{Im}(V)/\text{Re}(V))$. У годографа комплексной гармонической функции (4) мнимая часть опережает вещественную на $\pi/2$, т.е. на время $T/4$. Поэтому в установившемся режиме за мнимую часть принимается вещественная часть той же зависимости через время $T/4$. Для цилиндрических волн и волн в зазорах вдали от границ обе методики дают величины фазовых скоростей, совпадающие с точностью более 0.1%. Вблизи границ дисперсионные зависимости фазовой скорости совпадают только качественно.

По этим методикам нами численно рассчитана фазовая скорость для плоской и цилиндрической волн. Результаты расчета, нормированные на аналитическое выражение для фазовой скорости плоской вязкой волны (8), представлены на рис. 4. Видно, что фазовая скорость цилиндрической волны в свободном пространстве испытывает пространственную дисперсию вблизи источника на расстояниях, меньших δ , т.е. меньших $kr < 1$ (кривая 2). На расстояниях, значительно превышающих толщину пограничного слоя, зависимость фазовой скорости от расстояния пропадает. Дисперсия фазовой скорости цилиндрической волны в свободном полупространстве является отрицательной. Ее величина зависит от волновых размеров источника. С увеличением его размеров она в пределе исчезает, а фазовая скорость приближается к значению скорости для плоской волны. На рис. 5 представлено семейство кривых для источников различных волновых размеров r_0/δ в диапазоне 0.3–3.0.

Рассмотрим фазовые скорости одномерных плоской и цилиндрической волн в зазоре сходственной геометрии. Одна граница зазора — поверхность осциллирующего источника, а вторая граница — неподвижная. На обеих границах потребуем выполнения условия прилипания. Тогда системе (2) может удовлетворить решение из

двух слагаемых: одно, описывающее волну, распространяющуюся от источника, а второе — приходящую из бесконечности к источнику. Их сумма на неподвижной границе зазора должна быть во все моменты времени равна нулю. Аналитические выражения для колебательной скорости в зазоре толщиной h для плоской волны

$$V = V_0 \frac{[\exp(ik(h-x)) - \exp(-ik(h-x))]}{[\exp(ikh) - \exp(-ikh)]} \exp(-i\omega t), \quad (11)$$

и для цилиндрической волны

$$V = V_0 \frac{[H_1^{(1)}(kr)H_1^{(2)}(kr_1) - H_1^{(2)}(kr)H_1^{(1)}(kr_1)]}{[H_1^{(1)}(kr_0)H_1^{(2)}(kr_1) - H_1^{(2)}(kr_0)H_1^{(1)}(kr_1)]} \times \exp(-i\omega t). \quad (12)$$

Поле колебательных скоростей, найденное численным моделированием, совпало с расчетом по (11) и (12) с точностью не хуже 0.1%.

По той же методике, что и для волн в свободном пространстве, найдены фазовые скорости плоской и цилиндрической волн для зазора с одной неподвижной границей. Результаты расчета показаны на рис. 4 (кривые 1 и 3).

Видно, что наличие неподвижной границы приводит к проявлению положительной пространственной дисперсии у обеих волн при приближении к неподвижной границе. На рис. 6 представлены результаты 4 опытов с разными толщинами зазоров от 1 до 4δ . Источник расположен во всех опытах в начале координат. Видно, что фазовая скорость цилиндрической волны в достаточно широком зазоре сначала падает до скорости плоской, а затем, приближаясь к неподвижной границе, растет с тем же градиентом, что и изначально плоская волна (опыт 4). Когда зазор тонко ($h/\delta \leq 1$), то фазовая скорость цилиндрической волны убывает. Затем, не достигая скорости плоской волны, возрастает (опыт 1). Из рис. 4 видно, что градиенты фазовой скорости плоской и цилиндрической волн при приближении к неподвижной стенке практически одинаковы (кривые 1 и 3).

При уменьшении зазора фазовая скорость цилиндрической волны возрастает и тем больше, чем зазор уже. В предельно малом зазоре $h < 0.5\delta$ волновой процесс прекращается, жидкость колеблется почти синфазно с источником, что убедительно показали численные эксперименты.

В рассмотренной задаче о плоской и цилиндрической волнах в зазорах сходственной геометрии на неподвижной границе выполнялось нулевое условие прилипания. На подвижной границе, на источнике, тоже поставлено условие прилипания. Однако рассматриваются источники вязких волн. То есть их поверхность имеет только тангенциальные смещения. Это означает, что на их поверхностях выполняется условие

$$\left(\frac{\partial \mathbf{V}}{\partial \mathbf{n}}\right) = 0. \quad (13)$$

Граничному условию непроникновения (13) удовлетворяет также свободная граница (мягкая) слоя жидкости, находящегося на колеблющейся твердой поверхности. Как показал численный эксперимент, плоская вязкая волна, возбужденная осциллирующей в своей плоскости поверхностью, распространяется перпендикулярно свободной поверхности. При приближении к ней фазовая скорость волны испытывает положительную пространственную дисперсию, что показывает кривая 4 на рис. 4.

Вязкие волны, возбужденные осциллирующим потенциальным потоком

Теперь обсудим следующий численный эксперимент. Пусть в зазоре с неподвижными стенками плоской геометрии осциллирует потенциальный поток той же жидкости. Для этого создадим на краях зазора колеблющийся по закону $\exp(-i\omega t)$ градиент давления. Расстояние между краями зазора выберем много большим ширины зазора, но много меньшим длины продольной упругой волны в жидкости. Численно решая нестационарную систему (1), найдем поле колебательных скоростей вязкой плоской волны (рис. 7, светлые кружки) для некоторых моментов времени, превышающих время установления (более 10 периодов колебаний) поля скорости. Видно, что при этих граничных условиях экстремумы колебательной скорости приходятся на середину зазора.

На рис. 7 приведены пространственно-временные распределения колебательных скоростей вязкой волны, вызванной осциллирующим потоком в зазоре с неподвижными стенками (ситуация 1) и для ситуации 2, когда зазор образован двумя синфазно осциллирующими плоскими пластинами при прочих равных условиях

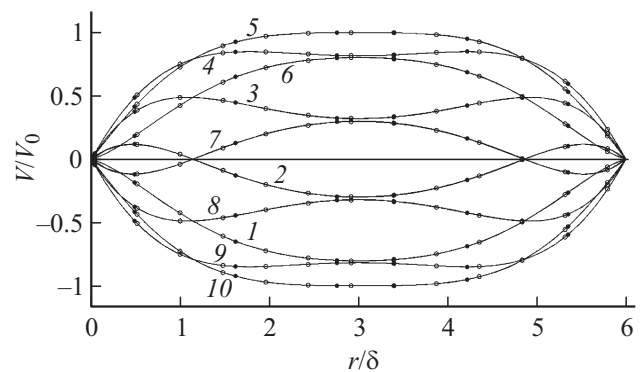


Рис. 7. Сравнение пространственно-временных зависимостей колебательной скорости жидкости в зазорах. Светлые кружки соответствуют гармоническим колебаниям потенциального потока вязкой несжимаемой жидкости вдоль неподвижных плоских пластин, отстоящих на расстояние $h = 6\delta$ одна от другой. Заштрихованные кружки — гармоническому синфазному колебанию плоских пластин при прочих равных условиях. Параметром кривых является момент времени t/T : 1 — 0.1, 2 — 0.2, 3 — 0.3, ..., 10 — 1.

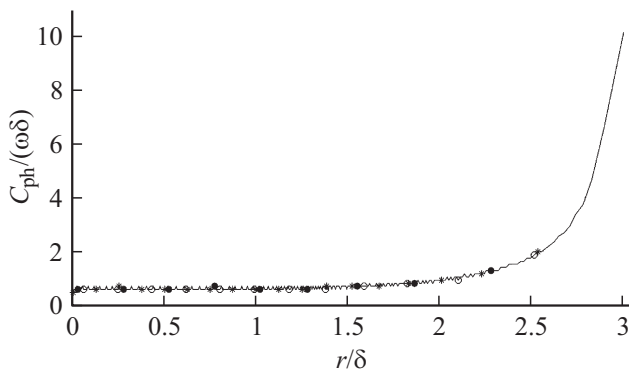


Рис. 8. Дисперсионные кривые фазовой скорости вязких волн с рис. 7. Светлые и темные кружки — обозначения те же. Середина зазора соответствует абсциссе $r/\delta = 3$. Зависимость в правой половине зазора зеркально-симметричная. Звездочки — фазовая скорость плоской волны в зазоре толщиной 3δ , ограниченном мягкой границей.

(черные кружки). Для этого распределение колебательных скоростей в зазоре с синфазно колеблющимися пластинами определено в подвижной системе координат, в которой скорости источников равны нулю. Ширина зазоров $h = 6\delta$. Видно, что они совпадают с точностью более 0.1%.

Согласно вышеописанной методике определения фазовых скоростей для плоских волн, следили за перемещениями экстремумов колебательной скорости $dV/dr = 0$. Оказалось, что они перемещаются в обеих задачах от границы раздела твердое тело–жидкость, движущихся с относительными тангенциальными скоростями, к центру зазора, определяя направление волнового вектора. На расстоянии δ от неподвижной поверхности в ситуации 1 нормированная на амплитуду потока V_0 скорость жидкости больше нуля настолько, насколько в ситуации 2 нормированная на амплитуду источника скорость жидкости меньше единицы, т. е. на $1 - 1/e \approx 0.63$. Значит, на расстоянии δ от неподвижной стенки амплитуда колебательной скорости жидкости в плоской волне при осцилляции потока составляет $0.63V_0$.

На рис. 8 приведены дисперсионные кривые фазовых скоростей вязких волн для обсуждаемых двух ситуаций.

Видно, что дисперсия скорости волн наблюдается в середине зазора, по середине потенциального потока, где справедливо условие (13), и при этом она положительна. Величина фазовой скорости в разы превышает ее значение вблизи границ зазора. Для сравнения на рис. 8 приведены аналогичные зависимости для плоской вязкой волны в зазоре, ограниченном свободной границей. Обращает на себя внимание совпадение дисперсионных кривых фазовых скоростей, а также совпадение относительных величин фазовых скоростей с погрешностью менее 1%.

Заключение

В настоящей работе исследованы свойства одномерных вязких волн в свободном пространстве и в зазорах с разными граничными условиями. Показано, что относительные тангенциальные скорости жидкости и твердого тела обязательно приводят к генерации поперечных вязких волн. Волновые векторы направлены по внешней нормали к твердой поверхности.

Ослабление цилиндрической вязкой волны в свободном пространстве превышает поглощение плоской не только из-за дифракционной расходимости, но и из-за большего поглощения. В зазорах же толщиной меньше 2 толщин пограничного слоя ослабление вязкой волны в жидкости той же вязкости определяется еще и граничными условиями на стенках.

Фазовая скорость цилиндрической волны на малых расстояниях от источника обнаруживает отрицательную пространственную дисперсию при распространении в свободном пространстве в отличие от плоской. Однако, в зазоре и плоская, и цилиндрическая волны при приближении к стенке с граничными условиями Дирихле или Неймана проявляют положительную дисперсию. Величина градиента фазовой скорости зависит от типа граничных условий. При этом фазовая скорость цилиндрической волны сохраняет отрицательную дисперсию вблизи источника.

Потенциальный поток, осциллирующий в плоском зазоре с неподвижными стенками, генерирует плоские вязкие волны, волновые векторы которых направлены от стенок к середине зазора, а векторы плотности потока импульса им навстречу. Пространственная дисперсия этих плоских волн положительна и сосредоточена в середине зазора.

Список литературы

- [1] Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Гидродинамика. М.: Наука, 1986. 786 с.
- [2] Грачёв Б.Е., Козырев Л.Е., Семёнова Н.Г. // Акуст. журн. 1985. Т. 31. Вып. 5. С. 672–675.