

08  
**Гигантский эффект Фарадея в 2D-супракристаллах в сравнении с графеном**

© Р.А. Браже, М.В. Литвиненко

Ульяновский государственный технический университет,  
 432027 Ульяновск, Россия  
 e-mail: brazhe@ulstu.ru

(Поступило в Редакцию 7 июля 2014 г.)

Показано, что в отличие от эпитаксиального графена на карбиде кремния, угол гигантского фарадеевского вращения в однослойном графене на диэлектрической подложке путем допирования затворным напряжением может быть доведен до нескольких радиан. Использование 2D-супракристаллов требует больших, чем графен, значений индукции магнитного поля, но позволяет сдвинуть эффект в сторону больших частот проходящего через образец электромагнитного излучения.

Явление гигантского фарадеевского вращения в графене было экспериментально изучено и теоретически обосновано в 2010 г. [1]. Было показано, что в однослойном графене, эпитаксиально выращенном на подложке из карбида кремния типа 6H-SiC на его Si-границе, плоскость поляризации проходящего электромагнитного излучения терагерцевой частоты (2–3 THz) поворачивается почти на 6° в магнитном поле индуктивностью 7 Т при температуре 5 К. Эффект объясняется коллективным действием классического циклотронного резонанса, обуславливающего частотную зависимость спектров пропускания и поглощения графена в магнитном поле, и квантовыми переходами двумерного электронного (дырочного) газа между уровнями Ландау.

Дальнейшее развитие теории этого явления было дано в работах [2,3] в рамках квантового формализма. В работе [4] был предложен способ увеличения частоты излучения в наблюдаемом эффекте до 6 THz путем разбиения графенового слоя на совокупность более мелких паттернов. Как показано в работе [5], довести угол вращения плоскости поляризации до 9° удастся в многослойном графене (на С-границе 6H-SiC) путем создания в подложке интерферометра Фабри–Перо.

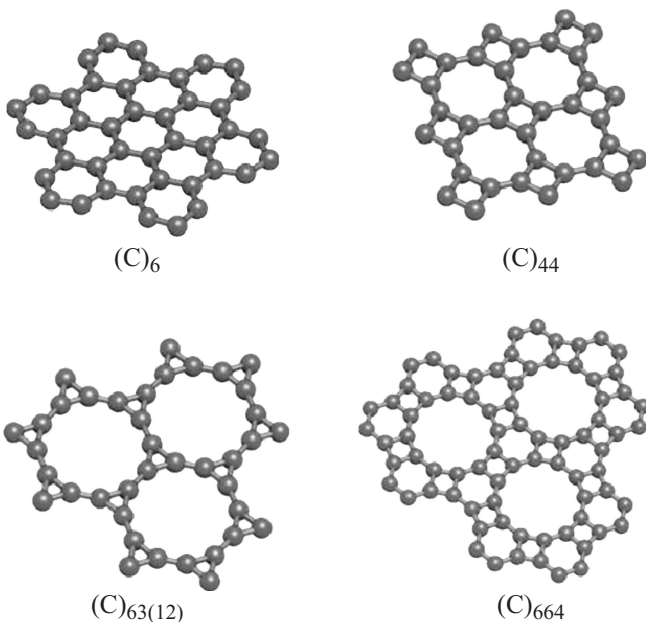
Вместе с тем отсутствуют работы, посвященные исследованию гигантского эффекта Фарадея в неграфеновых, в том числе неуглеродных, 2D-структурах, например, в давно обсуждаемых метастабильных 2D-наноаллотропах углерода [6–8], включая октаграфен [9], хэккелитах [10,11], недавно полученном фосфорене [12] и др. Не выяснено, какие характеристики 2D-кристалла и как именно влияют на величину эффекта, на частоту проходящего излучения, и можно ли эти параметры каким-либо образом оптимизировать.

В данной статье мы пытаемся ответить на эти вопросы, рассматривая возможности наблюдения гигантского эффекта Фарадея в предложенных нами [13,14] и исследованных в ряде последующих работ графеноподобных 2D-супракристаллах (рис. 1).

Для угла фарадеевского вращения плоскости поляризации проходящего через 2D-электронный газ монохроматического электромагнитного излучения частоты  $\omega$  в [1] приведено следующее выражение, линейризованное по холловской проводимости  $\sigma_{xy}$ :

$$\theta(\omega, B) \approx Z_0 f_s(\omega) \text{Re}[\sigma_{xy}(\omega, B)], \quad (1)$$

где  $Z_0 = \sqrt{\mu_0/\epsilon_0} \approx 377 \Omega$  — волновое сопротивление вакуума,  $f_s(\omega)$  — некоторая монотонно убывающая с увеличением частоты функция, зависящая от геометрических и оптических свойств подложки (в случае 6H-SiC ее значение изменяется в пределах 0.3–0.2).



**Рис. 1.** Атомные модели исследуемых графеноподобных 2D-супракристаллов: (C)<sub>6</sub> — графен, (C)<sub>44</sub> — октаграфен (окта-тетраграфен), (C)<sub>63(12)</sub> — додекатриграфен, (C)<sub>664</sub> — додекагексатераграфен.

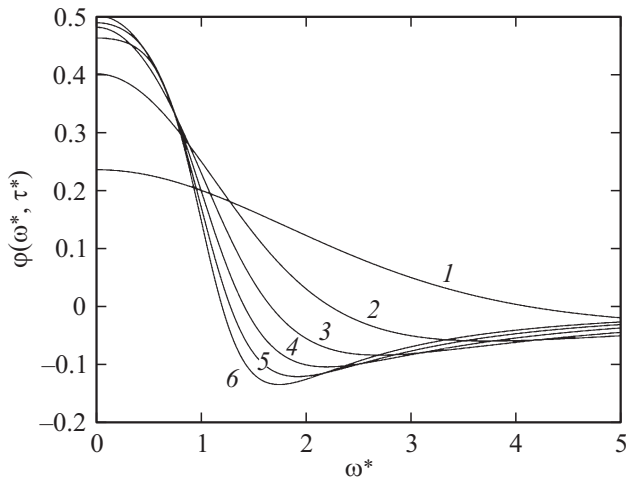


Рис. 2. Вид функции  $\varphi(\omega^*, \tau^*)$ : 1 —  $\tau^* = 0.25$ , 2 — 0.50, 3 — 0.75, 4 — 1.00, 5 — 1.25, 6 — 0.50.

В свою очередь,

$$\sigma_{xy}(\omega, B) = -\frac{2D}{\pi} \frac{\omega_c}{\omega_c^2 - (\omega + i/\tau)^2}, \quad (2)$$

где  $D = 2\sigma_0|\varepsilon_F|/h$  — весовой множитель Друде, причем  $\sigma_0 = e^2/(4h)$  — электропроводность 2D-электронного газа,  $\varepsilon_F$  — энергия Ферми,  $h$  и  $\hbar$  — соответственно обычная и приведенная постоянные Планка,  $\omega_c = eBv_F^2/\varepsilon_F$  — циклотронная частота вращения носителей заряда в магнитном поле индукции  $B$  (для электронов  $\varepsilon_F > 0$ ,  $\omega_c > 0$ , для дырок  $\varepsilon_F < 0$ ,  $\omega_c < 0$ ),  $v_F$  — скорость Ферми носителей заряда,  $\tau$  — время их рассеяния.

Формулу (1) можно привести к виду

$$\theta(\omega^*, \tau^*) \approx -\frac{2}{\pi} \alpha \frac{|\varepsilon_F|}{\hbar\omega_c} \varphi(\omega^*, \tau^*) f_s(\omega^*), \quad (3)$$

где  $\alpha = (1/4\pi\varepsilon_0)e^2/(hc) \approx 1/137$  — постоянная тонкой структуры, а

$$\varphi(\omega^*, \tau^*) = \frac{1}{\tau^*} \frac{1 - (\omega^*)^2 + 1/(\tau^*)^2}{[1 - (\omega^*)^2 + 1/(\tau^*)^2]^2 + 4(\omega^*)^2/(\tau^*)^2} \quad (4)$$

— не зависящая от вида 2D-кристалла универсальная безразмерная функция безразмерной частоты  $\omega^* = \omega/\omega_c$  и безразмерного времени рассеяния  $\tau^* = |\omega_c|\tau = \mu|B|$  ( $\mu$  — подвижность носителей заряда). Вид функции (4) для различных значений  $\tau^*$  показан на рис. 2.

В случае линейного закона дисперсии  $\varepsilon_F = \hbar k_F v_F$  выражение (3) принимает вид

$$\theta(\omega^*, \tau^*) \approx \mp \frac{2}{\pi} \alpha \frac{\hbar k_F^2}{eB} \varphi(\omega^*, \tau^*) f_s(\omega^*), \quad (5)$$

где  $k_F$  — волновое число Ферми. Верхний знак относится к электронам, а нижний — к дыркам.

Из формул (3), (5) следует, что фарадеевское вращение возможно лишь в допированных графеноподобных материалах, когда  $\varepsilon_F \neq 0$  и  $k_F \neq 0$ ; максимальное значение функции  $\varphi(\omega^*, \tau^*)$ , равное 0.5, соответствует  $\omega^* = 0$  и  $\tau^* = 1$ . Следовательно, максимальный угол вращения достигается при  $B_{\min} = 1/\mu$ . Это означает, что гигантское фарадеевское вращение эффективнее происходит в 2D-кристаллах с большей подвижностью носителей заряда.

Допирование графеноподобных материалов с целью сдвига  $\varepsilon_F$  и  $k_F$  относительно точки Дирака может быть реализовано двояким образом: либо использованием их эпитаксиального выращивания на электропроводящей подложке, либо применением диэлектрической подложки и затворного напряжения.

Удобной подложкой для формирования эпитаксиального графена является кристаллический карбид кремния. Путем термодесорбции на его поверхности создается графеновая пленка. Чтобы получить квазисвободный (quasi-freestanding) однослойный графен, прибегают к интеркаливанию под внешний углеродный слой чужеродных атомов, чаще всего водорода. Взаимодействие атомов графенового слоя с подложкой приводит к нарушению симметрии подрешеток графена и возникновению щели в его энергетическом спектре, а также сдвигу уровня Ферми относительно точки Дирака. Исследованию электронных свойств эпитаксиального графена посвящено множество работ последних лет (см., например, [14–18]). При этом выяснился значительный разброс приводимых данных как по величине щели, так по величине сдвига уровня Ферми [17], хотя последний, по-видимому, не превышает 0.5 eV. От положения уровня Ферми в эпитаксиальном графене зависит величина скорости (и волнового числа) Ферми [19,20]. В связи с этими обстоятельствами, рассчитанный по формуле (5) угол поворота плоскости поляризации проходящего излучения в эпитаксиальном графене будет заметно варьироваться в зависимости от условий его формирования, хотя и не превысит значения  $\sim 0.1$  rad. Дальнейшее увеличение этого угла возможно лишь при использовании дополнительного допирования графена за счет приложения затворного напряжения.

Что касается графеноподобных 2D-супракристаллов, то их эпитаксиальное выращивание на SiC проблематично из-за значительного рассогласования структур и периодов кристаллической решетки. Необходимость поиска новых материалов для подложек и возникающие технологические сложности требуют проведения численных оценок эффективности гигантского эффекта Фарадея в указанных материалах при их допировании именно таким способом.

В работах [21–23] показано, что в графене на подложке из оксида кремния ( $\text{SiO}_2$ ) толщиной  $d = 300$  nm при затворном напряжении  $V_g = 100$  V, в зависимости от его полярности, можно создать концентрацию электронов или дырок  $n \approx 7.2 \cdot 10^{16} \text{ m}^{-2}$ . Из измерений электропроводности таких однослойных листов графена

ими же было установлено [23], что при комнатной температуре подвижность носителей заряда в графене может достигать величины  $\mu \approx 20 \text{ m}^2/(\text{Vs})$ . (Для сравнения: в использованном авторами работы [1] эпитаксиальном графене на подложке 6H-SiC она составляла  $0.24\text{--}0.30 \text{ m}^2/(\text{Vs})$ ). В дальнейшем С.В. Морозовым совместно с группой А.Л. Гейма из Манчестерского университета было предложено еще два способа увеличения подвижности носителей заряда в графене: использование подвешенных мостиков и инкапсуляция графена между кристаллитами нитрида бора [24], доведя ее до рекордно высоких значений (более  $100 \text{ m}^2/(\text{Vs})$ ).

Амбиполярное допирование затворным напряжением хорошо тем, что создаваемая им концентрация носителей заряда совершенно не зависит от типа 2D-кристалла на подложке с диэлектрической проницаемостью  $\epsilon$  [22]:

$$n = \frac{\epsilon_0 \epsilon V_g}{e d}. \quad (6)$$

Она ограничена лишь технологическими возможностями и пробивным значением напряженности электрического поля в материале подложки. Для кварца ( $\epsilon = 4.5$ ,  $(V_g/d)_{\text{max}} = 10^8 \text{ V/m}$ )  $n_{\text{max}} = 2.5 \cdot 10^{17} \text{ m}^{-2}$ , так что в работах [21–23] авторы фактически доводили затворное напряжение до предпробойных значений.

Концентрация носителей определяет квадрат волнового числа Ферми в выражении (5)

$$k_F^2 = \frac{4\pi}{g_s g_v} n, \quad (7)$$

где  $g_s$  и  $g_v$  — соответственно кратности спинового и долинного вырождения в 2D-кристалле. Строение энергетических зон рассматриваемых 2D-кристаллов рассчитано в [25]. Из расчетов следует, что для графена и додекагексатетраграфена  $g_s = 2$ ,  $g_v = 2$ , а для однодолинных октатетраграфена и додекатриграфена  $g_s = 2$ ,  $g_v = 1$ . Заметим, что выражение (7) может быть получено в приближении линейной дисперсии для произвольного двумерного электронного газа и не зависит, таким образом, от конкретного типа 2D-кристалла.

Подвижность носителей заряда в 2D-кристаллах определяется их собственными физическими свойствами и может быть найдена из соотношения

$$\mu = \frac{e \langle \tau \rangle}{m_c}, \quad (8)$$

где  $\langle \tau \rangle$  — среднее время рассеяния носителей заряда, а  $m_c$  — их эффективная (циклотронная) масса, находящаяся по формуле

$$m_c = \frac{\hbar k_F}{v_F} = \frac{\hbar}{v_F} \sqrt{\frac{4\pi}{g_s g_v} n_i}. \quad (9)$$

В (9) под  $n_i$  следует понимать концентрацию собственных термически возбуждаемых носителей заряда

(электронов и дырок), зависящую от температуры [26]:

$$n_i = n = p = g_s g_v \frac{\pi}{24} \left( \frac{k_B T}{\hbar v_F} \right)^2, \quad (10)$$

где  $k_B$  — постоянная Больцмана.

Для вырожденного газа носителей заряда в 2D-кристаллах, в отсутствие примесных атомов и ионов, когда основным механизмом рассеяния является рассеяние на акустических фононах,  $\langle \tau \rangle \propto (k_B T)^{-1}$  [27]. Как следует из (8)–(10), в указанных условиях  $\mu \propto (v_F/T)^2$ , т.е. с уменьшением температуры рассеяние на фононах уменьшается и подвижность носителей заряда возрастает. Поскольку  $v_F$  определяется наклоном энергетических зон:  $v_F = (1/\hbar) \partial E / \partial k$ , то, как следует из расчетов, основанных на представленных в работе [25] зонных структурах, из всех рассмотренных нами  $sp^2$ -наноаллотропов углерода наибольшими значениями скорости Ферми и подвижности носителей заряда обладает графен.

## Выводы

1. Для достижения наибольшего гигантского фарадеевского вращения в графене и графеноподобных 2D-супракристаллах лучше использовать их допирование затворным напряжением. Оно обеспечивает наибольший сдвиг уровня Ферми при сохранении высокой подвижности носителей заряда. Максимальный угол фарадеевского вращения  $\theta_{\text{max}}/f_s \approx \alpha \hbar n \mu / e$  в этом случае достигается в графене и может доходить до нескольких радиан.

2. Поскольку подвижность носителей и их скорость Ферми в графеноподобных 2D-супракристаллах меньше, чем в графене, то при одинаковых затворных напряжениях фарадеевское вращение в них должно происходить при больших значениях индукции магнитного поля. При этом достигается меньший сдвиг уровня Ферми, увеличивается циклотронная частота вращения и максимальное вращение достигается на больших частотах. Для проведения корректных численных расчетов требуется предварительно исследовать электропроводящие свойства данных материалов.

Работа выполнена в рамках государственного задания Минобрнауки России № 2014/232.

## Список литературы

- [1] Grassee I., Levallois J., Walter A.L., Oster M., Bostwick A., Rotenberg E., Seyller T., van der Marel D., Kuzmenko A.B. // arXiv: 1007.5286v1.
- [2] Martinez J.C., Jalil M.B.A. // EPL. 2011. Vol. 96. P. 2708.
- [3] Fialkovsky I.V., Vassilevich D.V. // arXiv: 1203.4603v1.
- [4] Fallahi A., Perruisseau-Carrier J. // arXiv: 1211.0400v1.
- [5] Ubrig N., Grassee I., Levallois J., Nedoliuk I.O., Fromm F., Kaiser M., Seyller T., Kuzmenko A.B. // Opt. Express. 2013. Vol. 21. P. 2436.

- [6] *Balaban A.T., Rentia C.C., Ciuritu E.* // Rev. Roum. Chim. 1968. Vol. 13. P. 231–233.
- [7] *Balaban A.T.* // Comput. Math. Applic. 1989. Vol. 17. P. 397.
- [8] *Беленков Е.А., Грешняков В.А.* // ФТТ. 2013. Т. 55. Вып. 8. С. 1640–1650.
- [9] *Подливаев А.И., Опенов Л.А.* // ФТТ. 2013. Т. 55. Вып. 12. С. 2464–2467.
- [10] *Terrones H., Terrones M., Hernandez E., Grobert N., Charlier J.-C., Ajayan P.M.* // Phys. Rev. Lett. 2000. Vol. 84. P. 1716.
- [11] *Лисенков С.В., Виноградов Т.А., Астахова Т.Ю., Лебедев Н.Г.* // ФТТ. 2006. Т. 48. Вып. 1. С. 179–184.
- [12] *Liu H., Neal A.T., Zhu Zh., Tomaneck D., Ye P.D.* // arXiv: 1401.4133.
- [13] *Браже Р.А., Каренин А.А.* Изв. вузов. Поволжский регион. Физ.-мат. науки. 2011. № 2 (18). С. 105–112.
- [14] *Браже Р.А.* Физика супракристаллов. Ульяновск: УлГТУ, 2012. 162 с.
- [15] *Zhou S.Y., Gweon G.-H., Fedorov A.V., First P.N., de Heer W.A., Lee D.-H., Guinea F., Castro Neto A.H., Lanzara A.* // arXiv: 0709.1706v2.
- [16] *Mattausch A., Pankratov O.* // Phys. Stat. Sol. B. 2008. N 7. P. 1425–1435.
- [17] *Давыдов С.Ю.* // ФТП. 2011. Т. 45. Вып. 8. С. 1102–1108.
- [18] *Давыдов С.Ю.* // ФТП. 2013. Т. 47. Вып. 1. С. 97–106.
- [19] *Давыдов С.Ю.* // ЖТФ. 2014. Т. 84. Вып. 4. С. 155–158.
- [20] *Алисултанов З.З.* // Письма в ЖТФ. 2013. Т. 39. Вып. 13. С. 32–37.
- [21] *Давыдов С.Ю.* // ФТТ. 2014. Т. 56. Вып. 4. С. 816–820.
- [22] *Novoselov K.S., Geim A.K., Morozov S.V., Jiang D., Zhang Y., Grigorieva I.V., Firsov A.A.* // Science. 2004. Vol. 306. N 5696. P. 666–669.
- [23] *Novoselov K.S., Geim A.K., Morozov S.V., Jiang D., Katsnelson M.I., Grigorieva I.V., Dubonos S.V., Firsov A.A.* // Nature. 2005. Vol. 438. P. 197–200.
- [24] *Morozov S.V., Novoselov K.S., Katsnelson M.I., Schedin F., Elias D.C., Jaszczak J.A., Geim A.K.* // Phys. Rev. Lett. 2008. Vol. 100. P. 016 602.
- [25] *Морозов С.В.* // УФН. 2012. Т. 182. № 4. С. 437–442.
- [26] *Enyashin A.N., Ivanovskii A.L.* // Phys. Stat. Sol. B. 2011. Vol. 248. P. 1879–1883.
- [27] *Fang T., Konar A., Xing H., Jena D.* // Appl. Phys. Lett. 2007. Vol. 91. P. 092 109.
- [28] *Борисенко С.И.* Физика полупроводниковых наноструктур: учебное пособие. Томск: Изд-во Томского политех. ун-та, 2010. 115 с.