

Гибридное моделирование бесстолкновительных ударных волн в космической плазме

© Ю.А. Кропотина, А.М. Быков, М.Ю. Густов, А.М. Красильщиков, К.П. Левенфиш

Физико-технический институт им. А.Ф. Иоффе РАН,
194021 Санкт-Петербург, Россия
e-mail: kra@astro.ioffe.ru

(Поступило в Редакцию 5 марта 2014 г.)

Представлено описание новой версии многопроцессорного трехмерного гибридного плазменного кода, позволяющего моделировать формирование и эволюцию бесстолкновительных ударных волн в многокомпонентной космической плазме с ионами различных масс и зарядовых состояний. Алгоритм реализует точное сохранение нулевой дивергенции магнитного поля, самосогласованную динамику электрического поля и имеет точность второго порядка по времени. Исследованы особенности влияния граничных условий на отражающей стенке на формирование квазипродольных и квазиперечных ударных волн. Показано, что скорости бесстолкновительной релаксации ионов к квазиравновесным распределениям существенно различны для квазипродольных и квазиперечных ударных волн.

Введение

Теоретическое исследование бесстолкновительных процессов, в частности, бесстолкновительных ударных волн в космической плазме, представляет большой интерес для современной астрофизики, поскольку такие волны играют существенную роль в динамике космических объектов с экстремальным энерговыделением, в том числе — остатков сверхновых звезд, пульсарных туманностей и активных галактических ядер. В этих объектах бесстолкновительные ударные волны нагревают вещество и ускоряют частицы до релятивистских энергий. Причины и особенности формирования ударных волн, наблюдаемых на масштабах много меньше характерной длины кулоновских соударений [1–3], до сих пор остаются предметом дискуссий [4–6]. Наиболее сложными являются механизмы формирования и структуры квазипараллельных ударных волн, где направление движения волны совпадает с направлением внешнего магнитного поля. Особый интерес вызывают результаты моделирования, указывающие на высокую эффективность процессов ускорения частиц в окрестности таких волн [7].

Поскольку задачи, связанные с исследованием микроскопических процессов в плазме, являются существенно нелинейными, аналитические подходы не позволяют далеко продвинуться в их решении. С другой стороны, прямое численное моделирование, основанное на фундаментальных физических законах, позволяет исследовать как качественные, так и количественные характеристики бесстолкновительных процессов в космической плазме. Одним из эффективных методов, часто используемых при моделировании процессов, динамика которых в основном определяется ионами, пространственные и временные масштабы для которых существенно больше, чем для электронов, является гибридное моделирование [8–10]. В рамках этого подхода ионы описываются

как отдельные частицы, а электроны представлены в виде безмассовой нейтрализующей жидкости. По сравнению с наиболее последовательным микроскопическим методом *particle-in-cell* такой подход существенно расширяет область макроскопических физических параметров исследуемых объектов и систем, в которой возможно производить моделирование, и является незаменимым для исследования многомасштабных процессов в таких объектах, как оболочки остатков сверхновых звезд.

В недавних работах [7,11,12] приведены результаты гибридного моделирования бесстолкновительных ударных волн в приложении к задаче об исследовании ускорения надтепловых частиц (космических лучей) и сделан вывод о том, что основным источником ускоренных частиц являются квазипараллельные ударные волны. В этих работах также отмечено нестабильное поведение квазипараллельных ударных волн с числами Маха больше 10, и зависимость результатов моделирования от размера моделируемой области перед фронтом ударной волны и выбора шага по времени. Это согласуется с приведенными в работе [6] выводами о реформации фронта квазипараллельных ударных волн, заключающейся в квазипериодическом изменении профиля поперечного магнитного поля и количества отраженных на фронте ионов, а также о чувствительности результатов моделирования к размерности задачи и размерам моделируемой области. Там же высказывается предположение, что в связи с большим размером области диффузионного ускорения частиц и большой шириной предвестника фронта (*preshock*), при моделировании конкретной квазипараллельной ударной волны может иметь значение точный учет параметров всей окружающей ее среды: источников турбулентности перед фронтом ударной волны, источников ускоренных частиц, глобальной трехмерной картины взаимодействия, приводящего к возникновению ударной волны. Таким образом, самосогласованное решение задачи о квазипараллельной ударной волне требует, в

частности, корректного задания расчетной области и условий на ее границах.

В настоящей работе представлен оригинальный трехмерный гибридный код второго порядка точности по времени и координате, адаптированный для работы на многопроцессорных вычислительных системах. С помощью этого кода проведено моделирование динамики бесстолкновительных ударных волн в среде с различным составом плазмы и углом наклона магнитного поля к направлению распространения ударной волны, а также исследована чувствительность решений к постановке граничных условий. Инициализация ударной волны в расчетной области осуществлялась методом отражения сверхзвукового потока частиц от проводящей стенки, также используемом в работах [6,7,11,12].

Результаты моделирования подтверждают чувствительность структуры квазипараллельных ударных волн к формулировке граничных условий вблизи стенки, что указывает на важность корректного описания границ физической области и ставит под вопрос применимость метода отражающей стенки для описания реальных астрофизических объектов. В то же время зависимость параметров квазиперпендикулярных ударных волн от граничных условий наблюдается только в ограниченной области вблизи стенки, поэтому описание их эволюции в модели с проводящей стенкой можно считать вполне адекватным. В разд. 1 приведена система уравнений, описывающая эволюцию бесстолкновительной плазмы в гибридном приближении и изложен алгоритм работы кода. В разд. 2 представлены результаты моделирования, исследована их чувствительность к формулировке граничных условий и обсуждена устойчивость применяемого алгоритма. В разд. 3 обсуждается возможная физическая природа развития неустойчивостей.

1. Система уравнений для микроскопического описания бесстолкновительной плазмы. Алгоритм работы гибридного кода

Для описания бесстолкновительной плазмы в гибридном приближении используется следующая система уравнений (см., например, [9]):

$$\frac{d\mathbf{r}_k}{dt} = \mathbf{V}_k, \quad (1)$$

$$\frac{d\mathbf{V}_k}{dt} = \frac{Z_k}{m_k} (\mathbf{E} + \mathbf{V}_k \times \mathbf{B}), \quad (2)$$

$$\nabla \times \mathbf{B} = \mathbf{j}, \quad (3)$$

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = -\nabla \times \mathbf{E}, \quad (4)$$

$$\mathbf{E} = \frac{1}{\rho_c} (\nabla \times \mathbf{B}) \times \mathbf{B} - \frac{1}{\rho_c} (\mathbf{j}_{ions} \times \mathbf{B}). \quad (5)$$

В этих уравнениях координаты нормированы на l_i , а время — на Ω_i^{-1} , где $l_i = M_0 c (4\pi\rho_0 Z_0^2)^{-1/2}$ и $\Omega_i =$

$= Z_0 B_0 / M_0 c$ — инерциальная длина и гирочастота иона с наименьшим пространственным и временным масштабом, а M_0 и Z_0 — его масса и заряд. Заряды и массы всех частиц нормированы на Z_0 , M_0 . Магнитное поле измеряется в единицах B_0 , а плотность плазмы — в единицах ρ_0 , где B_0 и ρ_0 — среднее магнитное поле и плотность невозмущенной плазмы. Такая нормировка позволяет работать с величинами порядка единицы, а также применять полученные результаты к плазме различного состава путем пространственно-временного масштабирования.

В уравнениях (1)–(5) переменные \mathbf{r}_k , \mathbf{V}_k , Z_k , m_k описывают координаты, скорость, заряд и массу частиц сорта k ; \mathbf{E} и \mathbf{B} — электрическое и магнитное поля, ρ_c и \mathbf{j}_{ions} — плотность заряда и тока ионов, \mathbf{j} — суммарная плотность тока ионов и электронов. В уравнении (5) отсутствует слагаемое, пропорциональное давлению электронов. Это приближение допустимо в случае холодной замагниченной плазмы с отношением теплового давления к магнитному $\beta \lesssim 1$ (см., например, [13]). Для дальнейших расчетов уравнение (5) также удобно представить в виде

$$E_j = -\frac{1}{\rho_c} \frac{\partial P_{ij}^B}{\partial x_i} - \frac{1}{\rho_c} (\mathbf{j}_{ions} \times \mathbf{B})_j, \quad (6)$$

где тензор $P_{ij}^B = 0.5B^2\delta_{ij} - B_i B_j$ описывает магнитное давление.

Как видно из уравнений (1)–(5), поля и частицы взаимно зависимы, что делает задачу существенно нелинейной. Численное решение задач такого рода удобно производить с помощью известного метода перешагивания („leapfrog“), приведенного, например, в книге [10]. Этот метод позволяет получать устойчивые решения и имеет второй порядок точности по времени. При этом положения и скорости частиц известны на шаге n , а значения электромагнитного поля — на шаге $n + 1/2$.

Для дискретизации значений физических величин вводится трехмерная декартова пространственная сетка. На гранях ячеек задаются значения нормальной компоненты магнитного поля, для вычисления приращения которых используются значения электрического поля на ребрах сетки. Такой метод позволяет автоматически сохранять равенство нулю дивергенции магнитного поля. Нарушение этого условия может существенно исказить численное решение, в частности, приводить к нефизичному перемещению частиц перпендикулярно линиям магнитного поля [14,15].

Основная последовательность операций после задания начальных параметров системы соответствует стандартному алгоритму работы гибридного кода [9,16,17]. В начале шага n известны значения магнитного поля на гранях ячеек в момент времени $t_{n-1/2}$, а также положения и скорости всех частиц в момент времени t_n . Далее выполняются следующие процедуры:

1. Вычисление моментов функции распределения (moment collector). В каждой пространственной ячейке

производится подсчет плотностей и токов в момент времени t_n путем суммирования по всем находящимся в ней частицам.

2. Вычисление электромагнитных полей (field solver). С использованием уравнений (3)–(5) вычисляются магнитное и электрическое поля в ячейках в момент времени $t_{n+1/2}$.

3. Перемещение частиц (particle mover). Вычисляются положения и скорости всех частиц в момент времени t_{n+1} согласно уравнениям (1), (2).

Алгоритм вычисления магнитного поля с сохранением нулевой дивергенции основан на методе Годунова, обобщенном для решения уравнений магнитной гидродинамики [15,18], и реализован таким же образом, как в работе [14]. Этот алгоритм предусматривает задание значений нормальной компоненты магнитного поля на гранях ячеек и продольной компоненты электрического поля на ребрах, параболическую реконструкцию магнитного поля внутри ячейки и решение линеаризованной задачи о распаде разрыва (Riemann solver) [15,19]. Для повышения точности при вычислении приращения электрического и магнитного полей используется дополнительное разбиение по времени. За время одного шага по времени Δt с неизменным положением частиц и неизменной конфигурацией токов m раз выполняется алгоритм циклического перешагивания [9,17] с шагом $dt = \Delta t/m$:

$$\begin{aligned} B_0^0 &= B(t_{m-1/2}), \\ &\dots \\ B_1^i &= B_0^i - dt(\nabla \times E_0^i), \\ B_2^i &= B_1^i - dt(\nabla \times E_1^i), \\ B(t + idt) &= 0.5(B_1^i + B_2^i), \\ &\dots \\ B(t_{m+1/2}) &= B(t + mdt). \end{aligned}$$

При этом производятся следующие действия:

1. Реконструируется поле внутри ячейки с использованием известных значений нормальной компоненты магнитного поля B_x на гранях:

$$\begin{aligned} B_x(x, y, z) &= a_0 + a_x x + a_y y + a_z z \\ &\quad + a_{xx} x^2 + a_{xy} xy + a_{xz} xz, \\ B_y(x, y, z) &= b_0 + b_x x + b_y y + b_z z \\ &\quad + b_{xy} xy + b_{yy} y^2 + b_{yz} yz, \\ B_z(x, y, z) &= c_0 + c_x x + c_y y + c_z z \\ &\quad + c_{xz} xz + c_{yz} yz + c_{zz} z^2. \end{aligned} \tag{7}$$

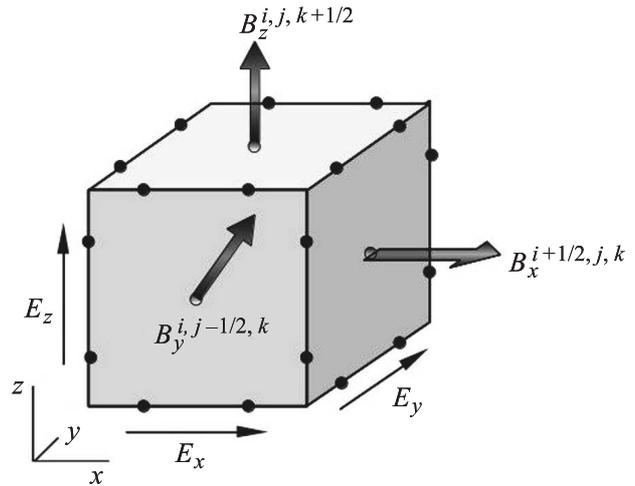


Рис. 1. Ячейка декартовой сетки. Магнитные поля заданы на гранях, электрические поля — на ребрах сетки. На ребрах обозначены точки, в которых вычисляются значения электрического поля.

Для выполнения условия сохранения нулевой дивергенции магнитного поля коэффициенты разложения определяются следующим образом:

$$\begin{aligned} a_x &= \frac{B_x^{i+1/2} - B_x^{i-1/2}}{\Delta x}, \\ a_y &= \frac{1}{2} \left(\frac{\Delta_y B_x^{i+1/2}}{\Delta y} + \frac{\Delta_y B_x^{i-1/2}}{\Delta y} \right), \\ a_z &= \frac{1}{2} \left(\frac{\Delta_z B_x^{i+1/2}}{\Delta z} + \frac{\Delta_z B_x^{i-1/2}}{\Delta z} \right), \\ a_{xy} &= \frac{1}{\Delta x} \left(\frac{\Delta_y B_x^{i+1/2}}{\Delta y} - \frac{\Delta_y B_x^{i-1/2}}{\Delta y} \right), \\ a_{xz} &= \frac{1}{\Delta x} \left(\frac{\Delta_z B_x^{i+1/2}}{\Delta z} - \frac{\Delta_z B_x^{i-1/2}}{\Delta z} \right), \\ a_{xx} &= -\frac{1}{2} (b_{xy} + c_{xz}). \end{aligned}$$

Система обозначений пояснена на рис. 1, изображающем ячейку с координатами (i, j, k) (считается, что центр ячейки имеет целые координаты, а ее вершины — полуцелые). Для улучшения устойчивости схемы требуется выполнение условия невозрастания полной вариации переменных по сетке (TVD, total variation diminishing). С этой целью реконструкция производится с использованием ограничителя (monotonized central-difference limiter, [15]).

2. Находятся значения электрического поля на ребрах, для чего решается задача Римана о распаде разрыва, возникающего на границах ячеек после реконструкции полей. В целях достижения второго порядка точности значение электрического поля на ребре аппроксимируется полиномом третьей степени по координате. Это приближение позволяет представить среднее

электрическое поле каждого ребра как полусумму значений поля в двух квадратурных точках, обозначенных на рис. 1. В каждой из этих точек электрическое поле определяется как сумма потоков, вычисляемых при решении задачи Римана в четырех квадратурных точках на прилегающих гранях [14].

3. Определяется приращение магнитного поля на гранях с помощью уравнения (14) и вычисленных в пункте 2 значений электрического поля на ребрах.

Таким образом, по окончании цикла перешагивания определяются значения нормальной компоненты магнитного поля на гранях в момент времени $t_{n+1/2}$. Для вычисления перемещений частиц необходимо знать значения электрического и магнитного полей в ячейках. Эти значения определяются на финальной стадии алгоритма циклического перешагивания, этапы которой отличаются от промежуточных стадий:

1а. Реконструкция поля строится так же, как и на промежуточной стадии.

2а. Для нахождения электрического поля в ячейках уравнение (5) используется в форме (6), и на гранях методом распада разрыва вычисляются компоненты тензора магнитного давления P_{ij}^B . Для достижения второго порядка точности по координате используется полиномиальное разложение P_{ij}^B на грани, и задача Римана решается в четырех точках.

3а. Электрическое поле в ячейке вычисляется путем численного дифференцирования значений P_{ij}^B на гранях. Таким образом, на шаге „вычисление электромагнитных полей“ вычисляется только градиентная часть электрического поля (первое слагаемое в правой части уравнения (6)). Часть поля, связанная с током ионов, учитывается уже на этапе „перемещение частиц“.

4а. Магнитное поле в ячейке вычисляется путем усреднения реконструкции (7). При этом среднее значение компоненты поля имеет вид [14]

$$B_x^{ijk} = \frac{B_x^{i+1/2} + B_x^{i-1/2}}{2} - a_{xx} \frac{\Delta x^2}{6}.$$

По окончании вычисления электромагнитных полей производится перемещение частиц в ячейках и изменение их скоростей. Для корректного учета в уравнении (6) слагаемого, зависящего от тока ионов, необходимо аппроксимировать его изменение в течение шага по времени, вызванное движением частиц. Для этого на шаге „перемещение частиц“ производится линейная экстраполяция тока ионов, и в линейном приближении учитывается изменение электрического поля на протяжении шага по времени, что позволяет сохранить второй порядок точности по времени при решении самосогласованной задачи и избежать накопления ошибки, приводящего к нефизическим эффектам.

Здесь следует отметить, что на шаге „вычисление моментов функции распределения“ возникают численные шумы, вызванные тем, что модельное число частиц в ячейке на много порядков меньше числа частиц в соответствующем объеме в реальных физических системах.

Распространенным методом подавления таких шумов является введение „макрочастиц“ — частиц конечного размера [20,21]. Однако линейная экстраполяция динамики электрического поля в течение шага по времени становится некорректной в случае введения частиц конечного размера. Таким образом, метод макрочастиц ведет к потере точности, а также увеличивает ресурсоемкость расчета в 8 раз для трехмерного кода. В настоящей работе метод макрочастиц не используется; взамен него для подавления численной неустойчивости использован метод ограничения минимально возможной пороговой плотности в ячейке [13], обсуждаемый в разделе 2.3. Относительная среднеквадратичная флуктуация физической величины A , возникающая вследствие численных шумов, оценивается как $\sqrt{\langle \delta A^2 \rangle} / \langle A \rangle \approx 1/\sqrt{N}$, где N — число частиц в ячейке, и остается в пределах нескольких процентов при использовании $N \approx 200$ перед фронтом ударной волны (что соответствует $N \approx 800$ за фронтом, вследствие сжатия).

Перемещения частиц вычисляются при помощи разложения выражений (1), (2) в ряд Тейлора по времени. Разложение осуществляется до четвертого порядка во избежание внесения в вычисления дополнительной погрешности на шаге „перемещение частиц“.

В связи с большой ресурсоемкостью трехмерного алгоритма, используемый код адаптирован для многопроцессорного моделирования с использованием технологии MPI (обмен сообщениями между процессорами, см., например, [22]). Поскольку на практике часто приходится моделировать пространственные области с размером вдоль одной координаты, существенно превышающим размеры по двум другим, распараллеливание осуществляется путем разделения пространства между несколькими процессорами и введения нового типа граничных условий на стыках областей, обрабатываемых в различных процессорах. На этой границе на каждом шаге вычислений происходит обмен значениями величин поля и потоков частиц между процессорами, обрабатывающими две соседние области. Для реализации процедуры обмена создаются вспомогательные ячейки пространственной сетки. Использование технологий параллельного программирования позволяет на два порядка увеличить физический размер области моделирования, точность и скорость расчета.

2. Моделирование бесстолкновительных ударных волн: формулировка граничных условий и устойчивость решений

При помощи описанного в разд. 1 трехмерного гибридного кода было проведено моделирование бесстолкновительных ударных волн с различным компонентным составом плазмы, в том числе с преобладающим содержанием элементов тяжелее водорода, что характерно для оболочек остатков сверхновых звезд

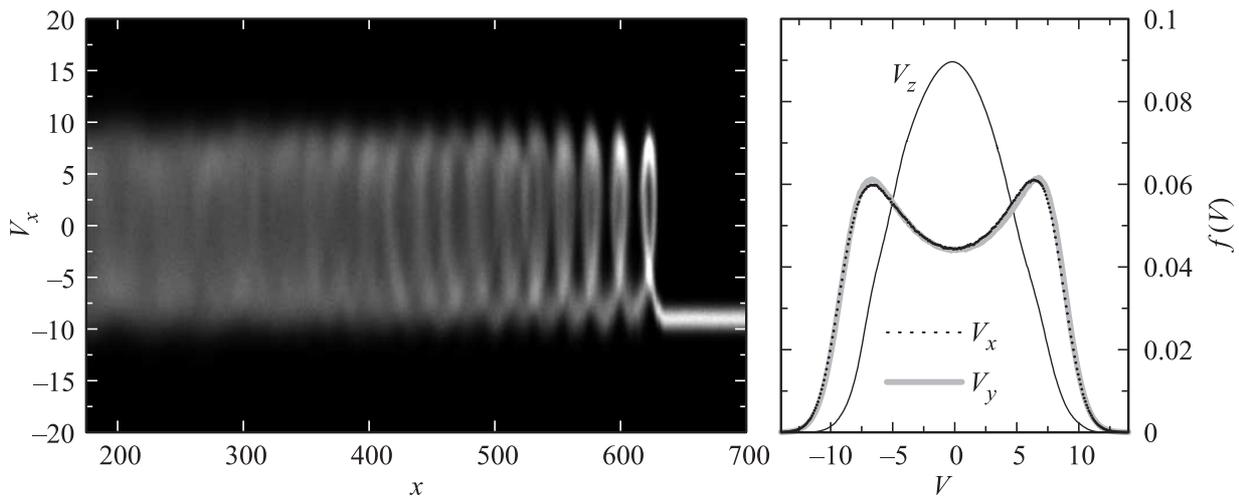


Рис. 2. Вид фазового пространства и усредненной по пространственным координатам функции распределения по скоростям малой примеси Fe II на фоне Si III за фронтом квазиперпендикулярной ударной волны. Относительная яркость точек фазового пространства пропорциональна плотности частиц.

(см., например [23–25]). Важным параметром моделей являлся угол α — угол наклона магнитного поля к нормали к фронту ударной волны.

Инициализация.

Инициализация ударной волны осуществлялась методом отражения сверхзвукового потока частиц, движущихся в отрицательном направлении оси x , от неподвижной проводящей стенки, расположенной в плоскости $x = 0$, в результате чего формировался фронт ударной волны, движущийся в положительном направлении оси x . На противоположном конце моделируемого пространства находилась открытая граница, где происходила постоянная инжекция сверхзвукового потока частиц с максвелловским распределением. Изначально во всем моделируемом объеме было задано однородное магнитное поле, направленное в плоскости (xz) под углом α к нормали к фронту. По осям y, z были заданы периодические граничные условия. Граничные условия на отражающей стенке задаются следующим образом [10,26]: частицы, достигшие стенки, меняют значение V_x на $-V_x$, а тангенциальная компонента электрического поля E_τ вблизи стенки полагается равной нулю. Поскольку электрическое поле задается на ребрах сетки, при вычислении приращения магнитного поля и в ячейках сетки при движении частиц, второе условие может быть реализовано двояко: можно задавать нулевое электрическое поле как на прилегающих к стенке ребрах декартовых ячеек, так и внутри прилегающих к стенке ячеек. В связи с этим были проведены расчеты с обоими вариантами реализации этого граничного условия и выполнено сравнение соответствующих результатов моделирования.

Квазиперпендикулярные ударные волны.

В ходе исследования квазиперпендикулярных ($\alpha > 50^\circ$) бесстолкновительных ударных волн была выявлена неполная релаксация распределения тяжелых

слабо заряженных ионов за фронтом ударной волны при условии достаточно малого их содержания (менее 5% от общей плотности частиц). В квазипараллельных ударных волнах такого эффекта не наблюдалось. Этот эффект может иметь важное значение для интерпретации результатов спектроскопии оболочек остатков сверхновых звезд. На рис. 2 показан вид фазового пространства $V_x - x$, а также усредненной по пространственным координатам функции распределения по скоростям тяжелого слабо заряженного иона за фронтом квазиперпендикулярной ударной волны ($\alpha = 80^\circ$, альфеновское число Маха налетающего на стенку потока $M_A = 9$, отношение магнитного и теплового давлений плазмы $\beta = 1.0$, на фоне преобладающего элемента имеется небольшая (1% по массе) примесь иона с зарядом $Z = 0.5$ и массой $M = 2.0$). Таким ионом может быть Fe II на фоне Si III. Как говорилось выше, заряд и масса частиц в коде нормированы на заряд и массу частицы с наименьшим пространственным и временным масштабом, т.е. с наибольшим отношением Z/M . Вследствие этого нормированные заряды и массы частиц при моделировании плазмы с преобладающим элементом тяжелее водорода могут получаться дробными. Как видно из рис. 2, фазовое пространство имеет сложную структуру, а среднее распределение по скоростям анизотропно — с выделенным направлением магнитного поля — и существенно отличается от максвелловского. С удалением от фронта фазовое пространство становится более однородным, но анизотропия и характерная двухпотоковая форма распределения по скоростям практически не меняются.

2.1. Влияние химического состава

Моделирование бесстолкновительных ударных волн с различным составом плазмы показало, что влияние на вид фазового пространства и распределения иона

по скоростям за фронтом ударной волны оказывает относительная концентрация ионов и соотношение Z/M , а не абсолютные значения заряда и массы. В двухкомпонентной плазме с 1% примесью ионов с $Z/M \lesssim 0.35$ возникает упомянутый выше эффект отсутствия полной релаксации, причем характерная форма распределения и вид фазового пространства имеют схожий вид для различных отношений Z/M и углов наклона магнитного поля (в пределах $50^\circ < \alpha < 90^\circ$). В то же время ионы с $Z/M \gtrsim 0.35$ и ионы, относительная плотность которых $\gtrsim 5\%$, релаксируют к максвелловскому распределению на масштабах порядка нескольких гирорадиусов. Исходя из этого можно сделать вывод, что релаксация ионов носит резонансный характер, и коротковолновые флуктуации поля, генерируемые основным элементом, слабо влияют на поведение ионов с большим гирорадиусом (малым Z/M). В двухкомпонентной плазме с преобладанием ионов с меньшим Z/M и малой примесью легких сильно заряженных элементов наступает релаксация обоих компонентов. В трехкомпонентной плазме с 1% и 10% относительной плотностью двух сортов тяжелых слабо заряженных ионов с близкими значениями Z/M релаксирует только ион с содержанием 10%, а распределение 1% примеси остается анизотропным, хотя его форма оказывается несколько ближе к максвелловскому, чем в случае двухкомпонентной плазмы. Таким образом, резонансные флуктуации электромагнитного поля вблизи фронта в этом случае возникают и приводят к частичной релаксации, но для полной релаксации их недостаточно.

Вопрос о возможности бесстолкновительной релаксации тяжелых слабо заряженных элементов на длинах много больше смоделированных находится за пределами настоящей работы. Тем не менее существенное затухание флуктуаций электромагнитного поля за фронтом ударной волны и отсутствие в бесстолкновительной плазме механизмов релаксации частиц помимо взаимодействия с флуктуациями электромагнитного поля позволяет предположить, что анизотропия и специфическая форма распределения по скоростям сохраняются вплоть до масштабов кулоновской релаксации, могущих достигать $\sim 10^6 - 10^{10}$ инерционных длин.

2.2. Влияние граничных условий

Следующим важным вопросом, исследованным в настоящей работе, является влияние граничных условий возле проводящей стенки на результат моделирования. Помимо двух описанных выше вариантов формулировки граничного условия для E_τ , также рассматривался вариант, где никаких ограничений на E_τ вблизи стенки не ставилось.

Квазиперпендикулярные ударные волны

Моделирование показало, что в случае квазиперпендикулярных ударных волн вид фазовых пространств частиц распределения по скоростям и профили электромагнитных полей во всей области моделирования

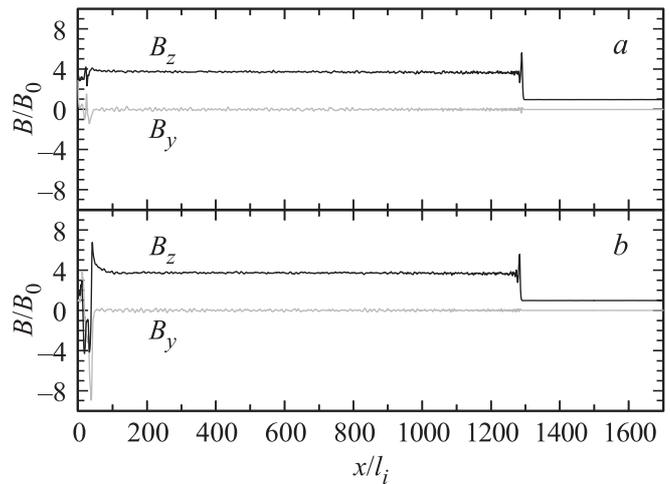


Рис. 3. Профили магнитного поля в квазиперпендикулярной ударной волне: *a* — при $E_\tau = 0$ в прилегающих к стенке ячейках, *b* — при отсутствии ограничений на значение E_τ вблизи отражающей стенки.

за исключением небольшого участка, непосредственно прилегающего к стенке, оказываются нечувствительны к форме граничного условия для E_τ и даже к его отсутствию. На рис. 3 приведены профили магнитных полей B_y и B_z за фронтом ударной волны с $\alpha = 80^\circ$ в один и тот же момент времени ($t = 400 \Omega_i^{-1}$) для двух видов граничного условия для E_τ . Параметры ударной волны: $M_A = 9$, $\beta = 1.0$, содержание более тяжелого элемента составляет 1% по массе, его отношение заряда к массе $Z/M = 0.19$ (это может быть кремний с зарядом $+1$ в ударной волне с преобладанием кислорода с зарядом $+3$). Видно, что, несмотря на существенно большее возмущение полей возле стенки в случае отсутствия граничного условия для E_τ , формирование фронта ударной волны происходит одинаковым образом, и влияние возмущения не распространяется дальше нескольких сотен инерционных длин основного элемента.

Квазипараллельные ударные волны

В случае квазипараллельной ударной волны ситуация радикально меняется. На рис. 4 приведены профили B_y и B_z для ударной волны с $\alpha = 20^\circ$ (остальные параметры те же, что и для квазиперпендикулярной волны) во всех трех версиях граничного условия для E_τ .

Видно, что отсутствие граничных условий (рис. 4, *c*) полностью меняет структуру магнитного поля во всей области моделирования, включая фронт и предвестник ударной волны. Также наблюдаются видимые отличия и в структуре фазовых пространств, в частности, уменьшается число ускоренных ионов. Более того, даже между двумя вариантами формулировки условия $E_\tau = 0$ вблизи стенки (рис. 4, *a, b*) наблюдаются отличия в форме профиля поля, что говорит о высокой чувствительности рассматриваемой конфигурации к условиям на границе.

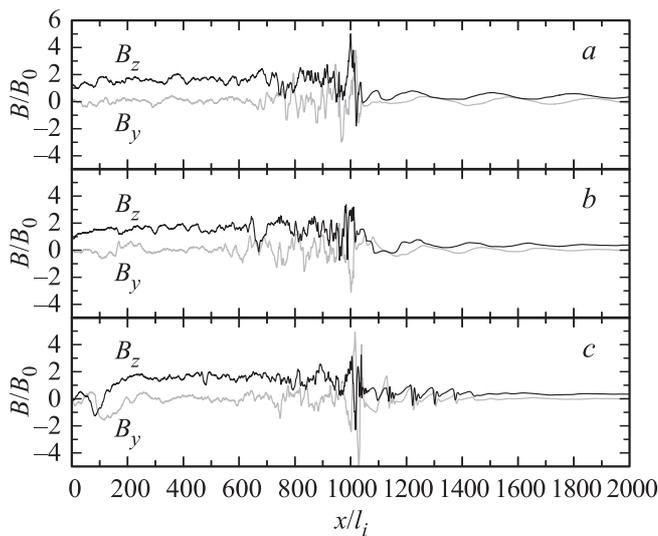


Рис. 4. Профили магнитного поля в квазипараллельной ударной волне: *a* — при $E_t = 0$ на прилегающих к стенке ребрах сетки; *b* — при $E_t = 0$ в прилегающих к стенке ячейках; *c* — при отсутствии ограничений на значение E_t вблизи отражающей стенки.

2.3. Устойчивость численной схемы

В связи с указанной чувствительностью системы к формулировке граничного условия возникает вопрос об устойчивости используемой численной схемы. Однако результаты, демонстрируемые на примерах, отличных от квазипараллельных ударных волн, показывают стабильную работу схемы с хорошим выполнением законов сохранения энергии и импульса на временах порядка нескольких сотен обратных гирочастот. Кроме того, стабильность каждого из составляющих элементов алгоритма показана в работах предшествующих исследователей: стабильность бездивергентной схемы вычисления электромагнитных полей с реконструкцией второго порядка — в работе [14], стабильность решения линеаризованной задачи Римана — в работе [19]. При выборе соотношения размера пространственной ячейки и шага по времени используется стандартный критерий устойчивости Куранта-Фридрихса-Леви. При этом размер ячейки составляет $h = 0.5l_i$, а шаг по времени $\tau = 5 \cdot 10^{-3} \Omega_i^{-1}$; для вычисления электромагнитных полей используется в 4 раза меньший временной шаг. Используемый алгоритм также включает в себя дополнительный метод подавления численных шумов, приведенный в работе [13]. Он заключается в вычислении минимального порогового значения плотности в ячейке, при котором алгоритм устойчив. За счет численных шумов, вызванных тем, что количество модельных частиц в ячейке на много порядков меньше числа частиц в реальной физической системе, в некоторых ячейках на этапе вычисления моментов распределения плотность может оказаться меньше пороговой. В этом случае алгоритм присваивает ячейке минимальное значение плотности. При этом

частицы в систему не добавляются, и искусственно введенное значение плотности в ячейке используется только на текущем шаге, т.е. метод подавления шумов не приводит к накоплению ошибки. В работе [13] также дан анализ стабильности двухшаговой схемы Лакса-Вендрофа для вычисления электромагнитных полей и приведено соответствующее значение пороговой плотности. Как показал расчет, для используемой нами схемы вычисления полей пороговое значение плотности такое же, как в упомянутой работе. Следует отметить, что в большинстве случаев плотность остается выше порогового значения во всем пространстве, в то время как при моделировании квазипараллельных ударных волн вблизи стенки возникает несколько ячеек, в которых приходится применять указанный метод. Следовательно, одной из причин чувствительности квазипараллельных ударных волн к граничным условиям может являться и то, что в области стенки код работает на границе устойчивости решения. Однако в работе [13] указано, что если метод применяется менее чем в 0.1% от общего числа ячеек системы, вносимая погрешность незначительна. В наших расчетах это условие было выполнено, поскольку при общем размере системы $4000 \times 1 \times 200$ ячеек искусственная плотность задавалась менее чем в 10 ячейках на каждом шаге.

3. Обсуждение

Чувствительность квазипараллельных ударных волн к граничным условиям может иметь и физическую природу, обусловленную геометрией задачи. Согласно работе [6], для квазипараллельной ударной волны с числом Маха больше 2 характерны квазипериодические изменения структуры, в том числе — профили поперечного магнитного поля. Поэтому небольшие различия между двумя версиями расчета с $E_t = 0$ вблизи стенки могут быть объяснены общей нестационарностью системы. В этом случае оба приведенных профиля ударной волны представляют собой верное решение системы уравнений (1)–(5), но относятся к разным фазам цикла реформации фронта. Поскольку скорости и координаты частиц в начальный момент времени, а также скорости и координаты частиц, инжектируемых на открытой границе, задаются с использованием генератора случайных чисел, конкретные микроскопические реализации (наборы) скоростей и координат в двух версиях расчета не совпадают, а существенно нелинейные возмущения вблизи фронта квазипараллельных ударных волн очень чувствительны к малым флуктуациям параметров среды.

В случае несоблюдения условия $E_t = 0$ полученное решение оказывается некорректно во всей моделируемой области. Ненулевое тангенциальное электрическое поле вблизи стенки приводит к дополнительному ускорению частиц, участвующих в формировании ударной волны, что меняет поведение неустойчивостей вблизи фронта и вносит искажения в структуру всего модели-

руемого пространства. В то же время в квазиперпендикулярной ударной волне магнитное поле препятствует проникновению частиц из области стенки в область фронта, и возмущения остаются в пределах нескольких гирорадиусов от стенки.

Все три приведенных решения отличаются не только в области стенки, как в квазиперпендикулярной ударной волне, но и во всем моделируемом пространстве за счет того, что в квазипараллельной ударной волне отраженные от стенки частицы движутся вдоль линий магнитного поля и могут проникать в область перед фронтом. Этим обуславливается формирование в квазипараллельных ударных волнах предвестника фронта, который оказывает существенное влияние на структуру ударной волны в целом [6].

Таким образом, на простом примере с линейной геометрией подтверждается предположение о том, что для корректного моделирования квазипараллельных ударных волн может иметь значение не только многомерность модели, учет электронных эффектов, длина области перед фронтом, но и реалистичное задание граничных условий, формирующих ударную волну [6]. Это ставит под сомнение применимость результатов, полученных при инициализации квазипараллельной ударной волны методом отражения от проводящей стенки, по сути представляющим собой весьма условную математическую модель формирования ударных волн в реальных астрофизических объектах. В то же время моделирование квазиперпендикулярных ударных волн не требует большой точности в задании граничных условий в случае, если исследуемая область находится достаточно далеко от границы.

Заключение

Разработан оригинальный алгоритм вычисления электромагнитных полей, который использует метод Годунова с реконструкцией магнитного поля и решением задачи Римана, традиционно применяющийся в магнитогидродинамических задачах, который впервые адаптирован для гибридного кода. Схема обеспечивает точное сохранение нулевой дивергенции магнитного поля и выполнение законов сохранения энергии и импульса с точностью второго порядка по времени. В алгоритме не применяется традиционно используемый метод частиц конечного размера, что позволяет самосогласованно вычислять динамику электрического поля при перемещении частиц. Стабильность алгоритма дополнительно обеспечивается введением минимального допустимого значения плотности частиц в ячейке.

При помощи трехмерного гибридного кода проведено моделирование бесстолкновительных ударных волн в астрофизической плазме с различными параметрами и исследована чувствительность решений к формулировке граничных условий и химическому составу плазмы. Выявлена неполная релаксация малой примеси тяжелых

слабо заряженных ионов в квазиперпендикулярных ударных волнах. Найдены характерные предельные значения отношения заряда иона к массе ($Z/M \lesssim 0.35$) и относительной плотности тяжелых ионов ($\sim 5\%$), при которых возникает эффект неполной релаксации. Вследствие отсутствия механизма релаксации в бесстолкновительной плазме этот эффект может сохраняться на масштабах вплоть до длины кулоновских соударений и оказывать влияние на наблюдаемое излучение тяжелых ионов в оптическом и ультрафиолетовом диапазоне спектра. В случае квазипараллельных ударных волн ($\alpha < 50^\circ$) указанный эффект не наблюдается.

Обнаружена сильная зависимость структуры моделируемых квазипараллельных ударных волн от формулировки граничных условий, в то время как квазиперпендикулярные ударные волны сохраняют свой вид даже при наличии существенных возмущений на границе. Этот результат представляет интерес с точки зрения анализа применимости результатов моделирования ударных волн с различным углом наклона магнитного поля. Можно сделать вывод о том, что в случае квазиперпендикулярных ударных волн способ задания граничных условий не играет важной роли, в то время как моделирование квазипараллельной ударной волны требует максимально аккуратного описания границ моделируемой области.

Список литературы

- [1] Korreck K.E., Raymond J.C., Zurbuchen T.H., Ghavamian P. // *ApJ*. 2004. Vol. 615. P.280–285.
- [2] Raymond J.C., Ghavamian P., Sankrit R. // *ApJ*. 2003. Vol. 594. P. 770–781.
- [3] Lee J.-J., Raymond J.C., Park S. et al. // *ApJL*. 2010. Vol. 715. P. L146–L149.
- [4] Вайнштейн С.И., Быков А.М., Топтыгин И.Н. Турбулентность, токовые слои и ударные волны в космической плазме. М.: Наука, 1989. 313 с.
- [5] Bykov A.M., Dolag K., Durret F. // *Space Sci. Rev.* 2008. Vol. 134. P. 119–140.
- [6] Burgess D., Scholer M. // *Space Sci. Rev.* 2013. Vol. 178. P. 513–533.
- [7] Caprioli D., Spitkovsky A. // *ArXiv e-prints*. 2013. arxiv: 1310.2943 [astro-ph].
- [8] Winske D. // *Space Sci. Rev.* 1985. Vol. 42. P. 53–66.
- [9] Matthews Alan P. // *J. Comput. Phys.* Vol. 112. P. 102–116.
- [10] Lipatov A.S. The hybrid multiscale simulation technology. Berlin: Springer, 2002. 403 p.
- [11] Gargaté L., Spitkovsky A. // *ApJ*. 2012. Vol. 744. P. 67–83.
- [12] Caprioli D., Spitkovsky A. // *ArXiv e-prints*. 2014. arxiv:1401.7679 [astro-ph].
- [13] Gargaté L., Bingham R., Fonseca R.A., Silva L.O. // *Comput. Phys. Commun.* 2007. Vol. 176. P. 419–425.
- [14] Balsara D.S. // *ApJS*. 2004. Vol. 151. P. 149–184.
- [15] LeVeque R.J., Mihalas D., Dorfi E.A., Muller E. *Computational methods for Astrophysical Fluid Flow*. Berlin: Springer, 1997. 481 p.
- [16] Winske D., Omidi N. *Hybrid Codes. Methods and applications*. Computer Space Plasma Physics: Simulation Techniques and Softwares, 1993. P. 103–160.

- [17] *Filippov D.S.* // *Comp. Math. Model.* 2000. Vol. 11. P. 15–39.
- [18] *Годунов С.К.* Численное решение многомерных задач газовой динамики. М.: Наука, 1976. 400 с.
- [19] *Balsara D.S.* // *AapJS.* 1998. Vol. 116. P. 119–131.
- [20] *Pritchett P.L.* *Space Plasma Simulation* / Ed. by Büchner J., Dum C.T., Scholer M. Berlin, Heidelberg: Springer, 2001. P. 1.
- [21] *Dawson J.M.* // *Rev. Mod. Phys.* 1983. Vol. 55. P. 403–447.
- [22] *Воеводин В.В., Воеводин Вл.В.* Параллельные вычисления. СПб: БХВ-Санкт-Петербург, 2002. 608 с.
- [23] *Iwamoto K., Brachwitz F., Nomoto K.* et al. // *ApJS Supplement.* 1999. Vol. 125. P. 439–462.
- [24] *Thielemann F.-K., Hirschi R.* // *ArXiv e-prints.* 2010. arxiv: 1008.2144.
- [25] *Woosley S.E., Heger A., Weaver T.A.* // *Rev. Mod. Phys.* 2002. Vol. 74. P. 1015–1071.
- [26] *Birdsall C.K., Langdon A.B.* *Plasma physics via computer simulation.* Bristol: IOP Publishing, 1991. P. 373.