01

Магнитное затухание Ландау в алюминии

© В.Г. Скобов [1], А.С. Чернов [2]

[1] Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет „ЛЭТИ“,
Санкт-Петербург, Россия
[2] Национальный исследовательский ядерный университет „МИФИ“,
Москва, Россия
E-mail: vskobov@mail.ru

(Поступила в Редакцию 10 сентября 2014 г.)

Теоретически изучено влияние бесстолкновительного поглощения электронами на затухание волновых мод в алюминии в геометрии, когда вектор распространения **k** и постоянное магнитное поле **H** направлены вдоль оси C_4. В этой геометрии существует магнитное затухание Ландау, обусловленное электронами, орбиты которых наклонены относительно поперечной плоскости. Показано, что это затухание может существенно влиять на спектр и затухание геликона вблизи порога и на затухание беспорогового дырочного доплерона, поле которого вращается в направлении, противоположном направлению вращения дырок. Установлено, что захват электронов магнитным полем радиочастотной волны большой амплитуды уменьшает поглощение. Это приводит к нелинейным изменениям скорости и затухания геликона в начальной части его спектра и затухания беспорогового доплерона.

1. Введение

Элементарная ячейка алюминия содержит один трехвалентный атом, и его первая зона Бриллюэна полностью заполнена. Бóльшую часть второй зоны занимает замкнутая дырочная поверхность Ферми, а в третьей зоне имеется небольшая электронная поверхность. Относительная концентрация электронов мала. Вследствие этого вклад электронов в физические характеристики алюминия в большинстве случаев можно не учитывать. Однако свойства электронов и дырок существенно различаются, и имеются явления, в которых основные носители, дырки, вообще не участвуют и характеристики которых полностью определяются электронами. К таким явлениям принадлежит магнитное затухание Ландау (МЗЛ), которое существует в алюминии при распространении радиоволн в магнитном поле, перпендикулярном поверхности образца. В геометрии, когда постоянное магнитное поле **H** и нормаль к поверхности образца (вектор распространения **k**) направлены вдоль оси симметрии четвертого порядка, траектории дырок симметричны относительно этого направления. При этом дырки, которые движутся в фазе с волной, не вносят вклада в бесстолкновительное поглощение, поскольку воздействия электрического поля волны на противоположных участках их орбит полностью компенсируются. По отношению к дыркам ситуация аналогична имеющей место в щелочных металлах при распространении геликонов вдоль магнитного поля **H**, когда бесстолкновительное затухание полностью отсутствует вследствие симметрии [1].

Совершенно иначе обстоит дело с электронами. Электронная Ферми-поверхность алюминия содержит квадратные кольца, каждое из которых образовано четырьмя „трубками“или „сосисками“, расположенными вдоль ребер зоны Бриллюэна. „Сосиски“ ориентированы вдоль [011] и эквивалентных направлений. Если векторы **k** и **H** направлены вдоль оси [001], то две трети „сосисок“ наклонены под углом $\pi/4$ к этому направлению. Поэтому орбиты электронов экстремальных сечений таких „сосисок“ оказываются наклоненными по отношению к вектору **k**. Эти электроны движутся в неоднородном волновом поле, и воздействия поля на противоположных участках их орбит компенсируются не полностью. Ситуация в случае наклонных орбит [2] аналогична ситуации в щелочных металлах при распространении геликонов под углом к магнитному полю **H**, когда имеется магнитное затухание Ландау (бесстолкновительное поглощение электронами, которые движутся в фазе с волной и эффективно поглощают энергию) [3]. Такое МЗЛ, обусловленное электронами с наклонными орбитами, должно существовать в алюминии даже в геометрии $\mathbf{H} \parallel \mathbf{k} \parallel [001]$ и может играть весьма существенную роль. Теории этого эффекта и посвящена настоящая работа.

2. Модель поверхности Ферми и нелокальная проводимость

Рассмотрим распространение радиоволны в алюминии в геометрии, когда векторы **k** и **H** направлены вдоль оси симметрии четвертого порядка: $\mathbf{k} \parallel \mathbf{H} \parallel [001] \parallel z$. Свойства волновых мод в металле определяются нелокальной проводимостью, которая существенно зависит от формы поверхности Ферми. Поэтому для вычисления нелокальной проводимости мы должны задаться определенной моделью. Электронная поверхность Ферми в этой модели должна содержать части, наклонные относительно p_z, чтобы имелись электроны, орбиты которых наклонены относительно плоскости xy, и существовало МЗЛ. С другой стороны, желательно взять как можно более простую модель, которая позволила бы получить замкнутое выражение для нелокальной проводимости и аналитически решить дисперсионное уравнение.

2.1. Электроны. В качестве электронной поверхности Ферми возьмем двенадцать эллипсоидов вращения („сосисок"), вытянутых вдоль [011] и эквивалентных направлений. Длинные оси восьми из этих двенадцати эллипсоидов наклонены под углом $\pi/4$ к оси [001], так что на них имеются наклонные относительно вектора $\mathbf{H}$ орбиты, обусловливающие МЗЛ. В то же время аппроксимация „сосисок" эллипсоидами позволяет вычислить электронную часть нелокальной проводимости и провести дальнейший анализ. Закон дисперсии электронов одного из эллипсоидов в системе координат $x'y'z'$, длинная ось которого параллельна оси $z' \parallel [011]$, запишем в форме

$$\varepsilon\left(\mathbf{p}'\right) = \frac{p'^2_x + p'^2_y}{2m_1} + \frac{p'^2_z}{2m_2}, \tag{1}$$

где m_1 и m_2 — поперечная и продольная массы электрона. В системе координат xyz, в которой $x = x'$, а оси y и z повернуты на угол $\pi/4$ относительно осей y' и z',

$$p'_x = p_x, \qquad p'_y = \frac{p_y + p_z}{\sqrt{2}}, \qquad p'_z = \frac{p_z - p_y}{\sqrt{2}},$$

и зависимость энергии электрона ε от импульса $\mathbf{p}$ приобретает вид

$$\varepsilon\left(\mathbf{p}\right) = \frac{p_x^2}{2m_1} + \frac{m}{2m_1 m_2}\left(p_y + \alpha p_z\right)^2 + \frac{p_z^2}{2m}, \tag{2}$$

где

$$m = \frac{1}{2}\left(m_1 + m_2\right), \qquad \alpha = \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2}.$$

Состояние электрона удобно описывать двумя интегралами движения: энергией ε и проекцией импульса p_z на направление магнитного поля, а также фазой φ, характеризующей его положение на орбите (φ — безразмерное время периодического движения). Тогда составляющие векторов $\mathbf{p}$ и $\mathbf{v} = \partial\varepsilon/\partial\mathbf{p}$ даются формулами

$$p_x = p\cos\varphi, \qquad p_y + \alpha p_z = \left(\frac{m_2}{m}\right)^{1/2} p\sin\varphi, \tag{3}$$

$$p = \left[2m_1\left(\varepsilon - \frac{p_z^2}{2m}\right)\right]^{1/2}, \tag{4}$$

$$v_x = \frac{p}{m_1}\cos\varphi, \qquad v_y = \frac{p}{m_c}\sin\varphi, \tag{5}$$

$$v_z = \frac{p_z}{m} + \alpha v_y = \frac{p_z}{m} + \alpha\frac{p}{m_c}\sin\varphi, \tag{6}$$

$$m_c = m_1\sqrt{\frac{m_2}{m}}.$$

Из (6) видно, что орбита электрона с определенными значениями ε и p_z наклонена относительно поперечной плоскости xy, поскольку продольная скорость v_z является функцией φ. Это следствие того, что поле $\mathbf{H}$ (ось z) не является главной осью эллипсоида.

Выражение для тензора проводимости $\sigma_{\alpha\beta}$ с учетом пространственной неоднородности радиочастотного (РЧ) поля и зависимости от магнитного поля H определяется формулой [3]

$$\sigma_{\alpha\beta}(k, H) = \frac{2e^2}{(2\pi\hbar)^3}\sum_j \int\limits_0^\infty d\varepsilon\left(-\frac{df}{d\varepsilon}\right)$$

$$\times \int\limits_{-p_{z\,\max}}^{p_{z\,\max}} dp_z \frac{m_c}{\omega_c}\int\limits_0^{2\pi} d\varphi v_\alpha(\varepsilon, p_z, \varphi)\int\limits_{-\infty}^{\varphi} d\varphi' v_\beta(\varepsilon, p_z, \varphi')$$

$$\times \exp\left\{\frac{1}{\omega_c}\int\limits_{\varphi}^{\varphi'}\left[\nu_e - i\left(\omega - \mathbf{kv}\left(\varepsilon, p_z, \varphi''\right)\right)\right]d\varphi''\right\}, \tag{7}$$

где $-e$ — заряд электрона, $\omega_c = eH/m_c c$ — циклотронная частота; ω — круговая частота волны; ν_e — частота столкновений электронов с рассеивателями; f — функция Ферми от аргумента $\left(\varepsilon - \varepsilon_F\right)/T$; ε_F — энергия Ферми; T — температура в энергетических единицах; знак $\sum_j$ означает суммирование по всем группам носителей; зависимость электронных характеристик от номера группы j не выписывается.

С учетом выражения (6) для v_z экспоненциальный множитель в (7) принимает вид

$$\exp\left[\frac{1}{\omega_c}\left(\nu_e - i\omega + ik\frac{p_z}{m}\right)\left(\varphi' - \varphi\right) + ikL\left(\cos\varphi - \cos\varphi'\right)\right], \tag{8}$$

$$L\left(\varepsilon, p_z\right) = \alpha\frac{cp\left(\varepsilon, p_z\right)}{eH}.$$

В области сильных магнитных полей, где $(kL)^2 \ll 1$, функцию (8) можно разложить по степеням kL и ограничиться первыми слагаемыми, вносящими ненулевой вклад в интеграл по φ и φ'. Вычисление показывает, что наибольшую диссипативную часть имеет элемент тензора σ_{xx}. Этот элемент определяется членом разложения (8), пропорциональным

$$(ikL)^2\cos\varphi\left(-\cos\varphi'\right).$$

В результате вклад электронов одного эллипсоида в σ_{xx} представим в виде

$$\sigma_{xx}^{(1)} = \frac{\pi e^2 k^2 m_c}{(2\pi\hbar)^3 m_1^2}\int\limits_0^\infty d\varepsilon\frac{df}{d\varepsilon_F}$$

$$\times \int\limits_{-p_{z\,\max}}^{p_{z\,\max}} dp_z p^2\left(\varepsilon, p_z\right) L^2\left(\varepsilon, p_z\right)\frac{1}{\nu_e - i\left(\omega - kp_z/m\right)}. \tag{9}$$

Производная $df/d\varepsilon_F$ близка к $\delta\left(\varepsilon - \varepsilon_F\right)$. Производя в (9) интегрирование по ε с учетом этого обстоятельства, получаем

$$\sigma_{xx}^{(1)} = \frac{\pi e^2 k^2 m_c}{(2\pi\hbar)^3 m_1^2} \int\limits_{-p_{\mathrm{F}}}^{p_{\mathrm{F}}} \frac{p^2(\varepsilon_{\mathrm{F}}, p_z) L^2(\varepsilon_{\mathrm{F}}, p_z)\, dp_z}{\nu_e - i(\omega - kp_z/m)}, \quad (10)$$

где $p_{\mathrm{F}} = \sqrt{2m\varepsilon_{\mathrm{F}}}$.

В настоящей работе нас будет интересовать случай низких частот, $\omega \ll \nu_e$, и сильной пространственной дисперсии, когда

$$\nu_e \ll k\frac{p_{\mathrm{F}}}{m} \ll \omega_c. \quad (11)$$

В этом случае частотой ω в (10) можно пренебречь и интеграл оказывается чисто вещественным. Далее, в силу первого неравенства (11) функцию

$$\frac{\nu_e}{\nu_e^2 + (kp_z/m)^2}$$

заменим на $\pi\delta(kp_z/m)$ и произведем интегрирование по p_z. В результате получаем

$$\sigma_{xx}^{(1)} = \frac{3\pi}{8}\frac{n_1 ec}{H}\alpha^2 kR, \quad (12)$$

где

$$n_1 = \frac{m_1\sqrt{m_2}\,(2\varepsilon_{\mathrm{F}})^{3/2}}{3\pi^2\hbar^3}, \qquad R = \frac{cp_{\mathrm{F}}}{eH}, \quad (13)$$

n_1 — концентрация электронов одного эллипсоида. Квадратное кольцо из четырех „сосисок“ содержит две „сосиски“, ориентированные одинаковым образом, так что величину (12) нужно удвоить.

Аналогичным образом можно вычислить и вклад эллипсоидов, бо́льшие оси которых направлены вдоль $[0\bar{1}1]$. В этом случае формула для энергии электрона отличается от (2) только знаком α, откуда следует, что $\sigma_{xx}^{(2)} = \sigma_{xx}^{(1)}$. Эллипсоиды, оси которых параллельны осям $[101]$ и $[\bar{1}01]$, вносят такие же вклады в σ_{yy}, так что

$$\sigma_{xx} = \sigma_{yy} = \frac{3\pi}{2}\frac{n_1 ec}{H}\alpha^2 kR. \quad (14)$$

Эта поперечная проводимость и представляет собой МЗЛ. Его существование в рассматриваемом случае обусловлено наклоном электронных эллипсоидов относительно вектора $\mathbf{H}$ и соответственно наклоном орбит электронов с $p_z = 0$ относительно плоскости xy. Выражение (6) для продольной скорости электронов содержит слагаемое, пропорциональное $\alpha\sin\varphi$. Это означает, что вращение электронов вокруг вектора $\mathbf{H}$ сопровождается их осцилляциями вдоль $\mathbf{H}$. Совершая эти колебательные движения, электроны движутся в неоднородном волновом поле, и воздействия этого поля на них компенсируются не полностью. Величина $L_0 = L(\varepsilon_{\mathrm{F}}, 0)$ представляет собой расстояние, на которое противоположные края орбиты эффективных электронов $(p_z = 0)$ отклонены от плоскости xy. Другими словами, L_0 — это амплитуда колебаний электрона вдоль оси z. Скорости электрона в точках $z_0 + \Delta z$ и $z_0 - \Delta z$ равны по величине и противоположны по знаку (z_0 — координата центра орбиты). Но значения электрического поля волны в этих точках различаются. Поэтому воздействия волнового поля на электрон в точках $z_0 \pm \Delta z$ компенсируются лишь частично. В результате происходит поглощение энергии волны электронами с $p_z = 0$. Такое бесстолкновительное поглощение было впервые изучено в [3] при рассмотрении распространения геликонной волны в щелочном металле в наклонном магнитном поле. Позднее Бухсбаум и Платцман [4] предложили называть его магнитным затуханием Ландау, и с тех пор этот термин стал использоваться в физической литературе. Подчеркнем, что если бы эллипсоиды не были наклонены, то α и, следовательно, L_0 были бы равны нулю, и МЗЛ отсутствовало бы.

2.2. Дырки. Обсудим теперь роль дырок. В алюминии их поверхность Ферми имеет ось симметрии четвертого порядка, и при $\mathbf{H} \parallel [001]$ орбиты дырок с $p_z = 0$ лежат в плоскостях, перпендикулярных $\mathbf{H}$. Поэтому дырки не вносят вклада в МЗЛ. В то же время именно дырки определяют нелокальную холловскую проводимость σ_{xy} и спектр волновых мод. Вид функции $\sigma_{xy}(k)$ и, следовательно, свойства волновых мод существенно зависят от поведения функции $\partial S/\partial p_z$, которая определяет среднее смещение дырок за циклотронный период ($S(p_z)$ — площадь сечения поверхности Ферми дырок плоскостью $p_z = \mathrm{const}$). При $\mathbf{H} \parallel [001]$ функция $\partial S(p_z)/\partial p_z$ в алюминии резко возрастает, достигает максимума, медленно уменьшается, достигает минимума, лежащего совсем немного ниже максимума, медленно возрастает, достигает второго максимума, высота которого почти равна высоте первого, а затем быстро убывает. Это означает, что для заметной части дырок смещения за циклотронный период различаются незначительно. Поэтому в качестве дырочной поверхности Ферми мы возьмем параболическую линзу, для которой $|\partial S/\partial p_z| = 2\pi p_0 = \mathrm{const}$. Такая модель была предложена в [5] при изучении доплеронных мод в металлах с анизотропными поверхностями Ферми. Свойством этой модели является ее исключительная простота. Согласно [5], дырочную часть нелокальной проводимости можно записать в форме

$$\begin{aligned}\sigma_{\pm}^{(h)} &= \sigma_{xx}^{(h)} \pm i\sigma_{yx}^{(h)} \\ &= i\frac{n_0 ec}{2H}\left(\frac{1}{\mp 1 + i\gamma - ku/2\pi} + \frac{1}{\mp 1 + i\gamma + ku/2\pi}\right) \\ &= i\frac{n_0 ec}{H}\frac{\mp 1 + i\gamma}{(\mp 1 + i\gamma)^2 - (ku/2\pi)^2}, \end{aligned} \quad (15)$$

где

$$u = \frac{c}{eH}\frac{\partial S}{\partial p_z} = 2\pi\frac{cp_0}{eH}, \qquad \gamma = \frac{\nu}{\omega_{\mathrm{ch}}}, \quad (16)$$

n_0 — концентрация дырок, ω_{ch} — их циклотронная частота, ν — частота столкновений с рассеивателями, p_0 — константа размерности импульса, определяющая их смещение за циклотронный период. Полюсная особенность в $\sigma_\pm$ соответствует доплер-сдвинутому циклотронному резонансу дырок. Эта простая модель позволяет качественно правильно описать свойства геликонных и доплеронных волн в алюминии.

Теперь мы можем написать выражение для суммарной проводимости

$$\sigma_\pm(k) = \sigma_\pm^{(h)} + \frac{1}{2}(\sigma_{xx} + \sigma_{yy}), \tag{17}$$

где выражения для σ_{xx} и $\sigma_\pm^{(h)}$ даются формулами (14) и (15). При этом мы пренебрегли вкладом электронов в недиссипативную проводимость, поскольку их концентрация намного меньше концентрации дырок.

3. Дисперсионное уравнение и свойства волновых мод

Нелокальная проводимость (17) определяет свойства радиочастотных мод, поле которых вращается по кругу ($E_\pm = E_x \pm iE_y$). Дисперсионное уравнение для таких мод имеет вид

$$k^2c^2 = 4\pi i\omega\sigma_\pm. \tag{18}$$

Используя (14), (15) и (17), это уравнение можно записать в форме

$$q^2 = \xi\left[\pm\frac{I_\pm}{I_\pm^2 - q^2} + i\Gamma(q)\right], \tag{19}$$

где

$$q = \frac{kcp_0}{eH}, \tag{20}$$

$$\xi = \frac{4\pi\omega n_0 p_0^2 c}{eH^3}, \qquad I_\pm = 1 \mp i\gamma, \tag{21}$$

$$\Gamma(q) = \frac{3\pi}{2}\alpha^2\frac{n_1 p_\mathrm{F}}{n_0 p_0}|q|. \tag{22}$$

Уравнение (19) имеет несколько решений, соответствующих собственным модам в металле. Рассмотрим эти моды.

3.1. Моды с круговой поляризацией „плюс“. Для решения (19) используем то обстоятельство, что величина Γ пропорциональна малому параметру $n_1 p_\mathrm{F}/n_0 p_0$. Решения дисперсионного уравнения, соответствующие распространяющимся модам, лежат в области $q^2 < 1$. Поэтому величина $\Gamma \ll 1$, и мы можем решать (19) методом последовательных приближений. В первом приближении пренебрежем членом с Γ и запишем решения (19) в виде

$$q_{1,2} = \pm\frac{1}{\sqrt{2}}\left[I_+^2 \mp \left(I_+^4 - 4\xi I_+\right)^{1/2}\right]^{1/2}. \tag{23}$$

Решение, соответствующее верхним знакам, описывает геликонную моду, а решение, соответствующее нижним знакам, — доплеронную.

Для нахождения спектра и затухания геликона во втором приближении заменим q в аргументе Γ в (19) на q_1 и решим уравнение. Это дает

$$q_H = \frac{1}{\sqrt{2}}\left[\left(I_+^2 + i\xi\Gamma_H\right) - \sqrt{\left(I_+^2 - i\xi\Gamma_H\right)^2 - 4\xi I_+}\right]^{1/2}, \tag{24}$$

где $\Gamma_H = \Gamma(q_1)$.

В области сильных полей, $\xi \ll 1$, величина q_H оказывается малой

$$q_H = \xi^{1/2}\left[1 + \frac{i}{2}\left(\gamma + \Gamma\left(\xi^{1/2}\right)\right)\right]. \tag{25}$$

Мнимая часть q_H, характеризующая затухание геликона, определяется столкновениями дырок (γ) и магнитным затуханием Ландау Γ, обусловленным электронами. Оба эти члена являются малыми, но соотношение между ними может быть различным.

При уменьшении H вещественная часть внутреннего подкоренного выражения в (24) уменьшается и при $\xi = 1/4$ обращается в нуль. Соответствующее значение магнитного поля

$$H_L = \left(\frac{16\pi\omega n_0 p_0^2 c}{e}\right)^{1/3} \tag{26}$$

представляет пороговое поле геликона: при меньших значениях H геликон не может распространяться. В окрестности порога, где $H - H_L \ll H_L$, спектр и затухание геликона даются формулой

$$q_H \approx \frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{1}{4}\left[6\,\frac{H - H_L}{H_L} - i\left(6\gamma_L + \Gamma\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)\right)\right]^{1/2}, \tag{27}$$

где γ_L — значение γ при $H = H_L$.

Аналогичным образом решается дисперсионное уравнение для доплерона

$$q_D = -\frac{1}{\sqrt{2}}\left[\left(I_+^2 + i\xi\Gamma_D\right) + \sqrt{\left(I_+^2 - i\xi\Gamma_D\right)^2 - 4\xi I_+}\right]^{1/2}, \tag{28}$$

где $\Gamma_D = \Gamma(q_2)$. В сильных полях выражение упрощается

$$q_D \approx -1 + \frac{\xi}{2} + i\left(\gamma + \frac{1}{2}\xi^2\Gamma(1)\right). \tag{29}$$

Эта мода имеет общий порог с геликоном. Вблизи порога

$$q_D \approx -\frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{1}{4}\left[6\,\frac{H - H_L}{H_L} - i\left(6\gamma + \Gamma\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)\right)\right]^{1/2}. \tag{30}$$

Видно, что затухание обеих мод резко возрастает при приближении H к порогу H_L.

3.2. Моды с круговой поляризацией „минус“. Дисперсионное уравнение для этих мод тоже имеет два решения. Одно соответствует доплерону, а второе — затухающей моде. Решения находятся так же, как и для мод с поляризацией „плюс“. В первом приближении

$$q_{1,2}^{(-)} = \pm \frac{1}{\sqrt{2}} \left[I_-^2 \pm \left(I_-^4 + 4\xi I_- \right)^{1/2} \right]^{1/2}. \qquad (31)$$

Решение $q_2^{(-)}$, соответствующее нижним знакам, описывает затухающую моду и в дальнейшем нас интересовать не будет. Решение $q_1^{(-)}$ описывает доплеронную моду. Во втором приближении спектр и затухание этой моды определяются выражением

$$q_D^{(-)} = \frac{1}{\sqrt{2}} \left[I_-^2 + i\xi\Gamma_D^{(-)} + \sqrt{\left(I_-^2 - i\xi\Gamma_D^{(-)} \right)^2 + 4\xi I_-} \right]^{1/2}, \qquad (32)$$

где $\Gamma_D^{(-)} = \Gamma(q_1^{(-)})$. Эта мода существует не только в области сильных полей, но и в области слабых полей. В области сильных полей, где $\xi \ll 1$,

$$q_D^{(-)} \approx 1 + \frac{\xi}{2} + i\left(\gamma + \frac{1}{2}\xi^2 \Gamma(1) \right), \qquad (33)$$

а в области слабых полей, где $\xi \gg 1$,

$$q_D^{(-)} \approx \xi^{1/4} \left[1 + \frac{i}{4} \left(\gamma + \xi^{1/2} \Gamma\left(\xi^{1/4} \right) \right) \right]. \qquad (34)$$

Концентрация дырок в алюминии равна $6 \cdot 10^{22}\,\mathrm{cm}^{-3}$. Поскольку в нашей модели учитываются только резонансные дырки, для которых $|\partial S/\partial p_z| = 2\pi p_0 = \mathrm{const}$, то в качестве концентрации дырок мы должны взять меньшую величину. Примем $n_0 = 2 \cdot 10^{22}\,\mathrm{cm}^{-3}$, а $p_0 = 1\hbar\,\text{Å}^{-1}$ (такое значение p_0 соответствует наблюдаемому периоду доплеронных осцилляций [6]). Концентрация электронов составляет менее 3% от концентрации дырок. Примем длинную полуось эллипсоида $k_\parallel = 4 \cdot 10^7\,\mathrm{cm}^{-1}$, а короткую полуось $k_\perp = 10^7\,\mathrm{cm}^{-1}$. Тогда концентрация электронов двенадцати эллипсоидов получается равной $1.6 \cdot 10^{21}\,\mathrm{cm}^{-3}$, т.е. около 2.5% от концентрации дырок. Если продольную массу электрона m_2 принять равной $1.6m_0$, где m_0 — масса свободного электрона, то поперечная масса электрона $m_1 = 0.1m_0$. При этом циклотронная масса $m_c \sim 0.14m_0$, что соответствует экспериментальным данным [7]. При взятом значении $k_\perp$ период осцилляций де Гааза–ван Альфена ΔH^{-1} также получается близким к наблюдаемому значению $3 \cdot 10^{-7}\,\mathrm{Oe}^{-1}$ [8]. Таким образом, наша модель качественно правильно описывает свойства электронов, находящихся на центральных сечениях „сосисок“, которые ответственны за МЗЛ в алюминии.

Теперь мы можем сравнить МЗЛ со столкновительным затуханием. Рассмотрим сначала геликонную моду. При частоте возбуждающего поля $\omega/2\pi = 1\,\mathrm{MHz}$ порог геликона в нашей модели $H_L \sim 15\,\mathrm{kOe}$. Возьмем частоту столкновений дырок равной $\nu = 10^8\,\mathrm{s}^{-1}$, а их циклотронную массу — $m_{\mathrm{ch}} = 1.6\,m_0$. Тогда при $H = 20\,\mathrm{kOe}$ ($\xi \sim 0.1$) отношение МЗЛ к столкновительному затуханию составляет около 5, т.е. для геликона МЗЛ оказывается важнее рассеяния дырок.

Доплерон с круговой поляризацией „минус“ существует как выше, так и ниже порога геликона. Поэтому для него МЗЛ может играть еще бóльшую роль. Действительно, из (34) следует, что при $\xi = 2\,(H = H_L/2)$ и $\nu = 10^8\,\mathrm{s}^{-1}$ отношение нелокального затухания к локальному оказывается порядка 10. Для этого доплерона МЗЛ является определяющим.

Следует заметить, что с повышением частоты роль МЗЛ возрастает. Так, если увеличить ω в 8 раз, пороговое поле геликона возрастает в два раза: $H_L \sim 30\,\mathrm{kOe}$. Тогда при $H = 40\,\mathrm{kOe}$ значения ξ и, следовательно, Γ останутся прежними, а величина γ уменьшится в 2 раза.

4. Нелинейное магнитное затухание Ландау

Бесстолкновительное поглощение чувствительно к амплитуде возбуждающего РЧ-поля. Такая зависимость была продемонстрирована в [9] при рассмотрении распространения геликона в щелочном металле в наклонном магнитном поле при больших амплитудах волнового поля. Авторами было показано, что магнитное поле волны вызывает колебания электронов вдоль вектора $\mathbf{H}$ и может „захватывать“ электроны. Вследствие этого электроны, ответственные за МЗЛ, перестают двигаться в фазе с волной, и эффективность поглощения уменьшается.

Рассмотрим возможность подобного эффекта в алюминии. Изучим движение электрона с $p_z \ll p_{\mathrm{F}}$ в поле волны. В системе координат, движущейся вдоль оси z с фазовой скоростью волны ω/k, электрическое поле отсутствует, магнитное поле волны не зависит от времени, и движение электрона описывается уравнением

$$\dot{\mathbf{p}} = -\frac{e}{c}\,\mathbf{v} \times \left(\mathbf{H} + \mathbf{H}_\omega(z) \right), \qquad (35)$$

где точка сверху означает производную по времени,

$$\mathbf{H}_\omega = \left\{ -H_\omega \sin(kz),\ H_\omega \cos(kz),\ 0 \right\},$$

$\mathbf{H}_\omega$ — магнитное поле волны. В цилиндрических координатах p_z, p, φ (35) можно записать в форме

$$\dot{p}_z = -\omega_c p \frac{H_\omega}{H} \left[\sin\varphi \sin(kz) + \frac{m_c}{m_1} \cos\varphi \cos(kz) \right], \qquad (36)$$

$$\dot{p} = -\frac{m_1}{m} \frac{p_z}{p} \dot{p}_z, \qquad \dot{\varphi} = \frac{eH}{m_c c}. \qquad (37)$$

Ввиду малости p_z/p из первого уравнения (37) следует, что $\dot{p} \ll \dot{p}_z$. Поэтому можем считать $\dot{p} = 0$. В правой части второго уравнения (37) мы пренебрегли членами, пропорциональными H_ω, поскольку поле волны мало по сравнению с постоянным полем: $H_\omega \ll H$. Решение этого уравнения есть $\varphi = \omega_c t$. Остающееся уравнение (36) необходимо дополнить соотношением

$$\dot{z} \equiv v_z = \frac{p_z}{m} + \alpha \frac{p}{m_c} \sin\varphi, \tag{38}$$

представляющим собой определение продольной скорости.

Чтобы решить систему уравнений (36), (38) подставим в них

$$z = z_a - \alpha \frac{p}{m_c \omega_c} \cos\varphi, \tag{39}$$

где z_a — среднее за циклотронный период значение координаты z, и усредним по периоду вращения электрона. При этом (38) дает

$$\dot{z}_a = \frac{p_{za}}{m}, \tag{40}$$

где p_{za} — среднее за период значение p_z. Это уравнение совместно с тем, которое получается в результате усреднения (36), приводит к следующему уравнению для z_a:

$$k\ddot{z}_a + \omega_0^2 \sin(kz_a) = 0, \tag{41}$$

где

$$\omega_0^2 = \alpha k^2 \frac{\varepsilon_{\mathrm{F}}}{m} \frac{H_\omega}{H}. \tag{42}$$

Величина ω_0 представляет собой частоту колебаний электронов, захваченных магнитным полем волны. Если эта частота велика по сравнению с частотой столкновений ν_e, то МЗЛ уменьшается в ω_0/ν_e раз [9]. Интерполяционную формулу для Γ_n, справедливую в предельных случаях $\omega_0 \ll \nu_e$ и $\omega_0 \gg \nu_e$, можно записать в виде

$$\Gamma_n(q) = \frac{\nu_e \Gamma(q)}{\sqrt{\nu_e^2 + \omega_0^2}}. \tag{43}$$

Приведем оценку отношения ω_0/ν_e для указанных в конце предыдущего раздела значений параметров и амплитуды волнового поля $H_\omega = 1$ Oe. Даже при столь малой амплитуде поля это отношение составляет около 7, т. е. для доплерона с поляризацией „минус“ при частоте $\omega = 8$ MHz и $H = 15$ kOe магнитное затухание Ландау уменьшается в 7 раз.

Выше мы рассмотрели влияние МЗЛ на распространяющиеся моды и не обсуждали его влияние на затухающие моды: обе моды с круговой поляризацией „плюс“ в области ниже порога геликона, $(H < H_L)$ и вторая мода с поляризацией „минус“. Причина состояла в том, что нас интересовало прохождение РЧ сигнала через алюминиевую пластину, на которое затухающие моды почти не влияют. В то же время они определяют поведение импеданса массивного образца. Решения, описывающие затухающие моды, также содержат величину Г, связанную с МЗЛ. Поэтому в нелинейном режиме, когда происходит подавление МЗЛ, эти решения изменяются. В результате в поведении импеданса массивного образца могут наблюдаться нелинейные аномалии.

5. Заключение

В настоящей работе мы доказали существование и проанализировали роль МЗЛ в алюминии. В элементарной ячейке индия также содержится один трехвалентный атом. Его кристаллическая решетка получается в результате незначительной деформации гранецентрированной кубической решетки. Оказывается, что Ферми-поверхности электронов и дырок в индии похожи на соответствующие Ферми-поверхности алюминия. В частности, в третьей зоне Бриллюэна в них имеются „сосиски“, длинные оси которых наклонены по отношению к оси [001]. Поэтому полученные выше результаты должны быть качественно справедливы и для индия.

Список литературы

[1] О.В. Константинов, В.И. Перель. ЖЭТФ **38**, 161 (1960).
[2] Э.А. Канер, В.Г. Скобов. ЖЭТФ **46**, 1106 (1964).
[3] Э.А. Канер, В.Г. Скобов. ЖЭТФ **45**, 610 (1963).
[4] S.J. Buchsbaum, P.M. Platzman. Phys. Rev. **154**, 395 (1967).
[5] R.G. Chambers, V.G. Skobov. J. Phys. **F1**, 202 (1971).
[6] В.Г. Скобов, Л.М. Фишер, А.С. Чернов, В.А. Юдин. ЖЭТФ **67**, 1218 (1974).
[7] Р.Т. Мина, М.С. Хайкин. ЖЭТФ **48**, 111 (1965).
[8] S.W. Hui, J.A. Rayne. J. Low Temp. Phys. **10**, 635 (1973).
[9] Г.Ф. Вугальтер, В.Я. Демиховский. ЖЭТФ **70**, 1419 (1976).