# <sup>18,10</sup> Пироэлектрические свойства фторографаноподобных супракристаллов

© Р.А. Браже, Д.Е. Дулов

Ульяновский государственный технический университет, Ульяновск, Россия E-mail: brazhe@ulstu.ru

#### (Поступила в Редакцию 29 мая 2014 г. В окончательной редакции 2 июля 2014 г.)

Получено выражение, связывающее пироэлектрические коэффициенты фторографаноподобных квазидвумерных супракристаллов с компонентами тензоров пьезоэлектрических констант и теплового расширения. С использованием закона Грюнайзена, модифицированного на случай двумерных кристаллов, оценены значения коэффициентов теплового расширения указанных супракристаллов и их пироэлектрических коэффициентов. Показано, что некоторые фторографаноподобные супракристаллы должны быть более эффективными пироэлектриками, чем триглицинсульфат. Результаты работы могут быть использованы при создании пироэлектрических датчиков наномасштабных размеров.

Работа выполнена в рамках государственного задания Минобрнауки России № 2014/232.

### 1. Введение

В работе [1] были исследованы пьезоэлектрические свойства фторографана [2] и ему подобных квазидвумерных супракристаллов. Поскольку такие структуры образуются при допировании 2D-супракристалла атомами водорода с одной стороны и атомами фтора с другой его стороны, то они обладают отличной от нуля спонтанной поляризацией в направлении, перпендикулярном к плоскости супракристаллического листа. При изменении температуры эта поляризация изменяется, т.е. рассматриваемые структуры являются пироэлектриками. Представляет интерес оценить величину пироэлектрического эффекта как в самом фторографане, так и в ему подобных фторгидридах 2D-супракристаллов.

В данной работе нами исследуются пироэлектрические свойства фторгидридов *sp*<sup>2</sup>-наноаллотропов углерода, атомные модели которых изображены на рис. 1. Их нагревание приводит к гофрированию 2D листа с образованием рипплов (от англ. ripple — рябь), структура которых показана на рис. 2. Изменение температуры приводит к изменению периода структуры рипплов и изменению длины диполей, образованных атомами водорода и фтора. Соответственно претерпевает изменение и поляризованность кристалла. Наша задача состоит в том, чтобы связать его пироэлектрические коэффициенты с коэффициентами пьезоэффекта и теплового расширения.

## 2. Связь коэффициентов

Используя кристаллофизическую систему координат, в которой ось  $x_3$  ориентирована по нормали к структуре, а оси  $x_1$  и  $x_2$  выбраны в плоскости листа супракристалла, уравнение пироэлектрического эффекта можно записать в виде

$$\Delta P_3^S = \gamma_3 \Delta T,\tag{1}$$

где  $P_3^S$  — поляризованность,  $\gamma_3$  — соответствующий компонент тензора пироэлектрических коэффициентов ( $\gamma_1 = \gamma_2 = 0$  вследствие осевой симметрии структуры), T — абсолютная температура.

В то же время величина  $\Delta P_3^S$  может быть записана как изменение дипольного момента единицы площади поверхности 2D-кристалла [1]:

$$\Delta P_3^S = \frac{Ze(l_{\rm C-H} + l_{\rm C-H})}{S} \frac{\partial u_3}{\partial x_3} = e_{333} \frac{\partial u_3}{\partial x_3} \qquad (2)$$

для деформаций растяжения—сжатия вдоль оси  $x_3$ . Здесь Z — число допируемых атомов Н или F в элементарной ячейке, S — ее площадь,  $l_{C-H}$  и  $l_{C-F}$  — длины связей между соответствующими атомами, u — смещение частиц среды,  $e_{333}$  — соответствующий компонент тензора (третьего ранга) пьезоэлектрических констант (в матричных обозначениях  $e_{333} = e_{22}$ ).

При изменении температуры тензор деформации записывается как [3]

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = \alpha_{ij} \Delta T,\tag{3}$$

где  $\alpha_{ij}$  — тензор (второго ранга) коэффициентов теплового расширения. Подставляя (3) в (2), получаем

$$\Delta P_3^S = e_{33} \alpha_3 \Delta T. \tag{4}$$

Сравнивая (1) и (4), видим, что единственный отличный от нуля пироэлектрический коэффициент  $\gamma_3$  рассматриваемых кристаллов может быть вычислен как произведение соответствующей пьезоэлектрической константы и коэффициента теплового расширения в направлении полярной оси:

$$\gamma_3 = e_{33}\alpha_3. \tag{5}$$



Рис. 1. Атомные модели исследуемых фторографаноподобных супракристаллов: *I* — (FG–GH)<sub>6</sub>, *2* — (FG–GH)<sub>63(12)</sub>, *3* — (FG–GH)<sub>664</sub>, *4* — (FG–GH)<sub>44</sub>. I — атомы водорода, II — атомы фтора. Атомы углерода не показаны. Вид со стороны атомов водорода.



Рис. 2. Структура рипплов, возникающих при изменении температуры супракристаллов, изображенных на рис. 1. Атомы углерода не показаны.

Нормальные к плоскости листа деформации рипплов  $\Delta x_3$  можно выразить через их деформации в плоскости листа  $\Delta x_1$  (см. рис. 3)

$$\Delta x_3 = -\frac{f}{b} \,\Delta x_1,\tag{6}$$

где *f* и *b* — соответственно характерные размеры риппла в плоскости структуры и нормально к ней.

Выражая абсолютные деформации этих размеров  $\Delta x_1$ и  $\Delta x_3$  через относительные  $\partial u_1/\partial x_1$  и  $\partial u_3/\partial x_3$ , с использованием (3), (6) получаем

$$\gamma_3 = -\left(\frac{f}{b}\right)^2 e_{33}\alpha_1. \tag{7}$$

Необходимые для расчета  $\gamma_3$  параметры, часть из которых взята из [1], приведены в табл. 1. Кроме того, сюда добавлены длины связей  $l_{\rm C-H}$  и  $l_{\rm C-F}$ , рассчитанные на основе метода DFT с использованием пакета базисных функций 6-31GG в программе GAUSSIAN.

Для графена экспериментально измеренное значение коэффициента теплового расширения в плоскости листа при температуре T = 300 К известно:  $\alpha_1 = -7.0 \cdot 10^{-6}$  К<sup>-1</sup> [4]. Тогда с использованием (7) и табл. 1 получаем значение пироэлектрического коэффициента графена при комнатной температуре  $\gamma_3 = 1.3 \cdot 10^{-15}$  С/(m<sup>2</sup> · K). В пересчете на 3D-кристалл это дает  $\gamma_3^{(3)} = \gamma_3/(l_{C-H} + l_{C-F})$ 

Таблица 1. Расчетные значения отношения пироэлектрического коэффициента к коэффициенту теплового расширения для фторографаноподобных 2D-супракристаллов

Параметр	(FG-GH) <sub>6</sub>	(FG-GH) <sub>63(12)</sub>	(FG-GH) <sub>664</sub>	(FG-GH)44
Ζ	1	3	6	4
$l_{\rm C-C}, {\rm \AA}$	1.53	1.56	1.60	1.58
$l_{ m C-H}$ , Å	1.11	1.10	1.11	1.11
l <sub>C−F</sub> , Å	1.43	1.40	1.41	1.39
S	$\frac{3\sqrt{3}}{2} l_{\rm C-C}^2$	$\frac{(2+\sqrt{3})^2}{2} l_{\rm C-C}^2$	$\frac{(3+\sqrt{3})^2}{2} l_{\mathrm{C-C}}^2$	$(1+\sqrt{2})^2  l_{\rm C-C}{}^2$
f	$\frac{\sqrt{3}}{2} l_{\mathrm{C-C}}$	$\sqrt{3} l_{\rm C-C}$	$\frac{\sqrt{3}}{2} l_{\mathrm{C-C}}$	$\frac{\sqrt{2}}{2} l_{\mathrm{C-C}}$
b	$l_{\mathrm{C-H}} + l_{\mathrm{C-F}}$	$l_{\mathrm{C-H}} + l_{\mathrm{C-F}}$	$l_{\mathrm{C-H}} + l_{\mathrm{C-F}}$	$l_{\mathrm{C-H}} + l_{\mathrm{C-F}}$
$e_{33}, 10^{-10} \mathrm{C/m}$	6.7	7.1	8.5	11.0
$-\gamma_3/\alpha_1, \ 10^{-10} \text{C} \cdot \text{K/m}$	1.8	8.3	2.6	2.2



Рис. 3. Связь продольных и поперечных деформаций в рипплах.

 $= 0.51 \cdot 10^{-5} \text{ C}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$ . Для сравнения: в широко известном пироэлектрике триглицинсульфате коэффициент теплового расширения равен  $9.5 \cdot 10^{-5} \text{ C}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$ , т.е. более чем на порядок выше.

Экспериментальных данных по тепловому расширению фторографаноподобных супракристаллов нет. Поэтому для оценки их пироэлектрических свойств нужно сначала попытаться рассчитать для них коэффициенты теплового расширения и при этом учесть их существенную зависимость от температуры.

## 3. Тепловое расширение 2D-супракристаллов

Исходя из термодинамических соображений, в рамках квазигармонического приближения относительно нормальных колебаний кристаллической решетки, по аналогии с теорией теплового расширения трехмерных твердых тел [5,6] можно вывести формулу, связывающую коэффициент линейного теплового расширения  $\alpha_1$  с удельной (на единицу площади) теплоемкостью  $c^{(2)}$  и модулем двумерного всестороннего сжатия  $B^{(2)}$  2D-кристалла

$$\alpha_1 = \gamma \, \frac{c^{(2)}}{2B^{(2)}}.\tag{8}$$

Здесь  $\gamma$  — параметр Грюнайзена (предполагается, что зависимость частот всех фононных мод от площади одинакова). От хорошо известного закона Грюнайзена для объемных твердых тел выражение (8) отличается коэффициентом 2 вместо 3 в знаменателе.

Модуль всестороннего сжатия слабо зависит от температуры и находится по формуле  $B^{(2)} = \alpha l_{C-C}^2/S$ , где  $\alpha$  — константа центрального взаимодействия,  $l_{C-C}$  равновесное расстояние между ближайшими соседями в плоскости 2D-супракристалла, *S* — площадь элементарной ячейки. Тогда

$$\frac{c^{(2)}}{2B^{(2)}} = \frac{c^{(2)}S}{2\alpha l_{\rm C-C}^2} = \frac{vC_{\rm mol}^{(2)}}{2\alpha l_{\rm C-C}^2},$$

где v — число молей в элементарной ячейке,  $C_{\rm mol}^{(2)}$  — двумерная молярная теплоемкость 2D-супракристалла, температурная зависимость которой приведена в [7]:

$$C_{\rm mol}^{(2)} \approx \begin{cases} 2R, & T \gg \theta_D, \\ 28.9R \left(\frac{T}{\theta_D}\right)^2, & T \ll \theta_D. \end{cases}$$
(9)

При температурах выше температуры Дебая  $\theta_D v C_{\rm mol}^{(2)} = 2 N_{\rm cell} k_{\rm B}$ , где  $N_{\rm cell}$  — число атомов в элементарной ячейке,  $k_{\rm B}$  — постоянная Больцмана, и

$$\alpha_1 = \frac{N_{\text{cell}}k_{\text{B}}}{\alpha l_{\text{C}-\text{C}^2}} \gamma. \tag{10}$$

В работе [8] в рамках метода связывающих орбиталей Харрисона получено следующее аналитическое выражение для коэффициента линейного теплового расширения графена при высоких температурах

$$\alpha_m = \frac{3mk_{\rm B}}{n_m \bar{C}_0^m} \, \gamma,$$

где m = 2 — размерность структуры,  $n_m = 3$  — число ближайших соседей,  $\bar{C}_0^m$  — энергетический параметр центрального взаимодействия в расчете на одну связь (в наших обозначениях  $\bar{C}_0^m = \alpha l_{C-C}^2$ ),  $\gamma$  — усредненное по фононному спектру значение параметра Грюнайзена. В случае графена ( $N_{cell} = 2$ ) выражение (10) с учетом обозначений приводит к такому же результату.

В области низких температур ( $T \ll \theta_D$ ) коэффициент теплового расширения убывает не только за счет уменьшения теплоемкости кристалла согласно выражению (9), но и за счет уменьшения параметра Грюнайзена. Он не только убывает с уменьшением температуры, но может даже принимать отрицательные значения. По этой причине, как показано в ряде работ [4,9-11], в графене при низких температурах  $\alpha_1 < 0$ .

Численный расчет температурной зависимости параметра Грюнайзена возможен, если известен подробный фононный спектр конкретного кристалла. Получение аналитического выражения, адекватно описывающего величину коэффициента теплового расширения 2D-кристаллов в области низких температур, проблематично. Однако для известных твердых тел  $\lim_{T \gg \theta_D} \gamma = \text{const} = C_1$ ,  $\lim_{T \to 0} \gamma = \text{const} = C_2$  и  $C_1 > |C_2|$ , так что выражение (10) определяет максимально возможное значение для коэффициента теплового расширения графеноподобных 2D-кристаллов.

Нами использовалось усредненное по фононному спектру значение параметра Грюнайзена, вычисленное

Параметр	$(FG-GH)_6$	$(FG-GH)_{63(12)}$	(FG-GH) <sub>664</sub>	(FG-GH) <sub>44</sub>
$N_{ m cell}$	2	6	12	4
$\alpha$ , N/m	177	25.1	120	177
$ V_1 , eV$	2.08	3.98	1.83	1.70
$ V_2 $ , eV	12.32	8.5	10.2	12.9
$\bar{\gamma}$	1.81	5.86	2.01	1.81
$ \alpha_1 _{\rm max}, \ 10^{-5}, \ {\rm K}^{-1}$	1.21	25.5	1.81	1.13
$ \gamma_3 _{\rm max}, \ 10^{-15}, \ {\rm C}/({\rm m}\cdot{\rm K})$	8.11	181	15.4	12.4
$ \gamma_3^{(3)} _{max}, \ 10^{-5}, \ C/(m^2 \cdot K)$	3.19	72.4	6.11	4.96

Таблица 2. Максимальные значения коэффициента теплового расширения и пироэлектрического коэффициента для фторографаноподобных 2D-супракристаллов

по формуле из работы [8] (с точностью до обозначений)

$$\gamma = \frac{2|V_2|}{\alpha l_{\rm C-C}^2} \left[ 2 - \frac{10}{3} \left( \frac{V_1}{V_2} \right)^2 \right],$$
 (14)

где  $V_1$  и  $V_2$  — соответственно энергия металлизации и ковалентная энергия. Несмотря на свою простоту, данная формула дает для графена значение  $\gamma = 1.81$ , что близко по величине значениям параметра Грюнайзена, полученным из фононных спектров графена ( $\gamma \approx 1.88-1.99$ ) другими авторами [12,13]. Кроме того, в ней задействованы величины  $V_1$  и  $V_2$ , рассчитанные нами ранее [14] для исследуемых здесь супракристаллов.

В табл. 2 приведены результаты расчета максимальных значений коэффициента теплового расширения и пироэлектрического коэффициента с использованием формул (10), (11) и результатов из табл. 1. Значения  $\alpha$ ,  $V_1$ ,  $V_2$  взяты из работы [14].

## 4. Обсуждение результатов и выводы

Сравнивая предельно достижимые значения пироэлектрических коэффициентов во фторографаноподобных 2D-супракристаллах, видим, что во всех рассмотренных структурах, за исключением (FG-GH)<sub>63(12)</sub>, они несколько ниже, чем в триглицинсульфате. Лишь в этой, отдельно взятой, структуре пироэлектрический коэффициент почти на порядок превышает его значение в триглицинсульфате. Поскольку значения пьезоэлектрических коэффициентов всех этих структур соизмеримы по величине, то, в соответствии с формулами (5), (7), указанное различие обусловлено большими значениями коэффициентов теплового расширения  $\alpha_1$ ,  $\alpha_3$  супракристалла (FG-GH)<sub>63(12)</sub>. В свою очередь, сильное тепловое расширение фторографаноподобного супракристалла (FG-GH)<sub>63(12)</sub> связано с малой константой центрального взаимодействия атомов углерода в его плоскости и большой величиной параметра Грюнайзена по сравнению с аналогичными параметрами других исследованных структур. Как видно из рис. 2, формулы (6) и табл. 1, плоскость листа супракристалла (FG-GH)<sub>63(12)</sub> подвержена образованию более высоких рипплов и,

следовательно, большим тепловым деформациям, чем у других фторографаноподобных супракристаллов.

Усредненный параметр Грюнайзена (11) может быть выражен через усредненное по фононному спектру значение квадрата частоты  $\langle \omega_m^2 \rangle$  [8]

$$\gamma = -\frac{l}{2m\langle \omega_m^2 \rangle} \left( \frac{\partial \langle \omega_m^2 \rangle}{\partial l} \right)_l, \quad m = 2.$$

Величина  $\langle \omega_m^2 \rangle$  тем меньше, а параметр Грюнайзена тем больше, чем меньше максимальная частота фононов  $\omega_{\text{max}}$  и, стало быть, меньше температура Дебая  $\theta_D$  и больше теплоемкость кристаллической решетки  $c^{(2)}$ . Как показано в работе [14] для соответствующих недопированных супракристаллических структур, именно структура (C)<sub>62(12)</sub>, являющаяся основой для (FG–GH)<sub>63(12)</sub>, отличается этими особенностями. В соответствии с законом Грюнайзена (8) большая, по сравнению с другими фторографаноподобными супракристаллами, величина коэффициента теплового расширения супракристалла (FG–GH)<sub>63(12)</sub> обусловлена его большими значениями параметра Грюнайзена и теплоемкости и меньшим значением модуля всестороннего сжатия (из-за малой величины константы центрального взаимодействия  $\alpha$ ).

Полученные результаты позволяют рекомендовать фторографаноподобные супракристаллы для изготовления на их основе сверхминиатюрных наномасштабных пироэлектрических датчиков.

В заключение авторы выражают благодарность А.И. Кочаеву за предоставление новых данных по DFT расчетам длин межатомных связей во фторографаноподобных супракристаллах.

### Список литературы

- P.A. Браже, А.И. Кочаев, А.А. Советкин. ФТТ 55, 10, 1979 (2013).
- [2] R. Paupitz, P.A.S. Autreto, S.B. Legoas, S. Goverapet Srinirasan, A.C.T. van Duin, D.S. Galvao. Nanotechnology 24, 035 706 (2013).
- [3] Н.В. Переломова, М.М. Тагиева. Задачник по кристаллофизике. М. (1972). 288 с.

- [4] W. Bao, F. Miao, Z. Chen, H. Zhang, W. Yang, C. Dames, C.N. Lau. Nanture Nanotechnology 4, 9, 562 (2009).
- [5] Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц. Статистическая физика. 3-е изд. Наука, М. (1979). Ч. 1. 528 с.
- [6] Н. Ашкрофт, Н. Мермин. Физика твердого тела / Пер. с англ. Мир, М. (1979). Т. 1, 2. 486 с.
- [7] Р.А. Браже, В.С. Нефедов. ФТТ 54, 7, 1435 (2012).
- [8] С.Ю. Давыдов. Письма в ЖТФ 37, 24, 42 (2011).
- [9] K.V. Zakharchenko, M.I. Katsnelson, A. Fasolino. Phys. Rev. Lett. 102, 4, 046 808 (2009).
- [10] N. Mounet, N. Marzari. Phys. Rev. B 71, 20, 205214 (2005).
- [11] P.K. Schelling, P. Keblinsky Phys. Rev. B 68, 3, 035425 (2003).
- [12] T.M.G. Mohiuddin, A. Lombardo, R.R. Nair, A. Bonetti, G. Savini, R. Jalil, N. Bonini, D.M. Basko, C. Galiotis, N. Marzari, K.S. Novoselov, A.K. Geim, A.C. Ferrari. Phys. Rev. B 79, 205433 (2009).
- [13] Y.C. Cheng, Z.Y. Zhu, G.S. Huang, U. Schwingenschlogl. Phys. Rev. B 83, 115449 (2011).
- [14] Р.А. Браже, А.А. Каренин, А.И. Кочаев, Р.М. Мефтахутдинов. ФТТ **53**, *7*, 1406 (2011).