11

Восстановление двуслойного геоэлектрического разреза для прибрежной зоны озера Байкал

© В.К. Балханов, Ю.Б. Башкуев, Л.Х. Ангархаева, В.Р. Адвокатов, М.Г. Дембелов, В.Б. Хаптанов

Институт физического материаловедения СО РАН,
670047 Улан-Удэ, Россия
e-mail: ballar@yandex.ru

(Поступило в Редакцию 21 ноября 2013 г. В окончательной редакции 16 апреля 2014 г.)

В двух пунктах на льду в прибрежной зоне озера Байкал проведены радиоимпедансные измерения. По результатам этих натурных измерений для системы „вода–донный грунт“ востановлен двуслойный геоэлектрический разрез — определены удельные сопротивления слоя воды и донного грунта, а также толщины водного слоя. Так, для одного из пунктов получено, что удельное сопротивление воды $\rho_w = 120\,\Omega\cdot\mathrm{m}$, удельное сопротивление дна $\rho_b = 1400\,\Omega\cdot\mathrm{m}$, глубина $h = 5.5\,\mathrm{m}$, что согласуется с литературными данными. Метод восстановления двуслойного геоэлектрического разреза справедлив для тонкого слоя воды, когда измерения проводятся вблизи берега.

Введение

Озеро Байкал представляет собой естественную физическую лабораторию. С точки зрения электромагнетизма озеро описывается двумя физическими параметрами — электропроводимостью σ и диэлектрической проницаемостью ε. Измерение этих параметров в полевых условиях производится измерителем поверхностного импеданса ИПИ-300 [1], при этом импеданс зависит только от электрических характеристик подстилающей среды. Аппаратура ИПИ-300 для измерений использует радиоволновое излучение действующих мировых радиостанций. Такие измерения называются радиоимпедансным зондированием [2]. Измерения обычно проводятся в марте–апреле, когда озеро Байкал покрыто метровым слоем льда, на котором можно расположить аппаратуру. При этом влияние льда на измеряемый импеданс всегда можно учесть. Так что в реальности имеется геоэлектрический разрез „вода–донный грунт“. Термин „геоэлектрический“ связан со следующим. Литосферу Земли с различными физическими свойствами — температурой, упругостью, плотностью и т.п. — принято по глубине моделировать слоями с однородными физическими свойствами. Самое крупное такое разделение — литосфера, мантия и земное ядро. Указанное разделение будет георазрезом с тремя слоями. Каждый из этих слоев разделяется еще на более мелкие слои, и этот процесс продолжают до тех пор, пока не удается согласовать георазрез со всей совокупностью экспериментальных данных. Наделяя каждый слой электрическими свойствами (σ и ε), говорят уже о геоэлектрическом разрезе. Известны такие геоэлектрические разрезы, как кристаллический массив с низкой электропроводимостью — горячая жидкая мантия с высокой электропроводимостью или океанская проводящая соленая водная масса — плохо проводящее дно.

Для прибрежной зоны озера Байкал имеем двуслойный геоэлектрический разрез: пресная вода–плохо проводящее дно. Если из измерений аппаратурой ИПИ-300 известен поверхностный импеданс на нескольких частотах (на которых во время измерения работали радиостанции): то для двуслойного геоэлектрического разреза методом регуляризации Тихонова [3,4] можно восстановить параметры обеих сред — электропроводимость и диэлектрическую проницаемость обоих слоев и толщину первого слоя. Однако всегда целесообразно иметь дело с аналитической формулой. Для системы вода–донный грунт двуслойная задача имеет аналитическое решение, если использовать следующие условия — условия проводящих сред и небольшую глубину водоема возле берега. К этим условиям необходимо добавить математическое положение, что если две величины имеют малые добавки, то отношение самих этих величин будет содержать добавку, не большую, чем каждая из них.

Двуслойная среда

Приступим к решению уравнений Максвелла с целью вычисления импеданса для двуслойной среды. В общем случае импеданс δ определяется как отношение горизонтальных компонент электрического поля E_x к магнитной индукции B_y [5]

$$\delta = -\frac{1}{c}\left(\frac{E_x}{B_y}\right)_{z=0}. \tag{1}$$

Здесь c — скорость света, ее введение обеспечивает безразмерность импеданса, знак минус позволяет считать его положительно определенным. Поскольку отношение E_x к B_y берется при $z = 0$ и импеданс является безразмерным, то его часто называют приведенный поверхностный импеданс. (Для краткости мы будем говорить об импедансе). Оси x и y лежат на горизонтальной поверхности, разделяющей свободное пространство (воздушную среду) — подстилающая среда (которая разбита на горизонтальный слои), ось z

направлена от поверхности в свободное пространство. Так, что в среде значения z принимают отрицательные значения. Все величины, относящиеся к свободному пространству, будем снабжать индексом „0“. Следующие первую и вторую плоскопараллельные среды будем различать индексами 1 и 2 соответственно. Тогда первая среда имеет электрические параметры ρ_1 и ε_1, и конечную толщину h. Вторая среда обладает электрическими параметрами ρ_2 и ε_2, и имеет неограниченную толщину. Значение $z = -h$ разделяет первую и вторую среды.

В дальней зоне радиостанции излучение имеет вблизи поверхности для магнитной индукции следующие компоненты:

$$\mathbf{B} = \big(0, B_y(x, z), 0\big). \tag{2}$$

Компонента B_{iy} для каждой из сред находится из следующего волнового уравнения (уравнения Гельмгольца):

$$\frac{\partial^2 B_{iy}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 B_{iy}}{\partial z^2} + k_i^2 B_{iy} = 0, \tag{3}$$

где квадрат волнового числа для каждой однородной среды

$$k_n^2 = \frac{\omega^2}{c^2}\,\varepsilon_n + \frac{i\mu_0\omega}{\rho_n}. \tag{4}$$

Здесь $n = 0, 1, 2$, для свободного пространства $\varepsilon = 1$, $\rho \to \infty$ и $k_0^2 = \omega^2/c^2$. Далее ω — круговая частота, ε_0 — диэлектрическая постоянная вакуума ($8.85 \cdot 10^{-12}$ F/m), $\rho = 1/\sigma$ — удельное электрическое сопротивление. Именно поэтому геоэлектрический разрез разделяют на плоскопараллельные слои с однородными значениями электрических характеристик, чтобы иметь возможность представления волнового числа в виде соотношения (4).

Для рассматриваемой задачи волновое уравнение (3) для каждой из сред имет следующие решения:

$$\left.\begin{aligned} B_{0y} &= \exp(i\lambda x)\exp(-i\sqrt{k_0^2-\lambda^2}z) \\ B_{1y} &= K\exp(i\lambda x)\Big(\exp(-i\sqrt{k_1^2-\lambda^2}) + V\exp(i\sqrt{k_1^2-\lambda^2})\Big) \\ B_{2y} &= M\exp(i\lambda x)\exp(-i\sqrt{k_2^2-\lambda^2}z) \end{aligned}\right\}. \tag{5}$$

В этом легко убедиться прямой подстановкой решения (5) в уравнение (3). Из одного из уравнений Максвелла (именно $E_x = -\frac{i\omega}{k^2}\frac{\partial B_y}{\partial z}$) для x — компоненты электрического поля находим

$$\left.\begin{aligned} E_{0x} &= -\omega A_0\exp(i\lambda x)\exp(-i\sqrt{k_0^2-\lambda^2}z) \\ E_{1x} &= -\omega A_1 K\exp(i\lambda x)\Big(\exp(-i\sqrt{k_1^2-\lambda^2}) \\ &\qquad - V\exp(i\sqrt{k_1^2-\lambda^2})\Big) \\ E_{2x} &= -\omega A_2 M\exp(i\lambda x)\exp(-i\sqrt{k_2^2-\lambda^2}z) \end{aligned}\right\}, \tag{6}$$

где для краткости определили

$$A_n = \sqrt{k_0^2 - \lambda^2}/k_n^2. \tag{7}$$

При записи решения для магнитной индукции и электрического поля учтено, что параметр λ во всех средах одинаков. В решении для первой среды вместе с прошедшей волной появилась и отраженная волна, т. е. параметром V, по существу, определяется коэффициент отражения.

Компоненты полей удовлетворяют граничным условиям

$$z = 0:\ B_{0y} = B_{1y},\ E_{0x} = E_{1x},$$
$$z = -h:\ B_{1y} = B_{2y},\ E_{1x} = E_{2x}.$$

Подставляя сюда (5) и (6), получаем 4 уравнения. Исключая в этих уравнениях множители K, M и V, получаем одно уравнение для определения параметра λ или величины A_0

$$\frac{A_0}{A_1} = \frac{1 + A_2/A_1 - G^2(1 - A_2/A_1)}{1 + A_2/A_1 + G^2(1 - A_2/A_1)}, \tag{8}$$

где экспоненты $G = \exp(i\sqrt{k_1^2 - \lambda^2}h)$. Теперь, согласно формуле (1), находим приведенный поверхностный импеданс

$$\delta = k_0 A_0 = \sqrt{1 - \left(\frac{c\lambda}{\omega}\right)^2}. \tag{9}$$

Рассматриваемая нами задачи восстановления параметров двуслойной среды позволяет провести существенное упрощение. Дело в том что вода и донный грунт представляют собой геоэлектрические среды, для которых безразмерный параметр $\varepsilon_0\omega\rho$ в НЧ- и ОНЧ-диапазонах радиоволн практически всегда много меньше единицы

$$\varepsilon_o\omega\rho \ll 1. \tag{10}$$

Действительно, для байкальской воды удельное сопротивление обычно имеет значение $\rho = 150\,\Omega \cdot \mathrm{m}$, тогда на частоте 50 kHz

$$8.85 \cdot 10^{-12} \cdot 2\pi \cdot 50\,000 \cdot 150 = 4 \cdot 10^{-4} \ll 1.$$

То есть параметр $\varepsilon_0\omega\rho$ много меньше единицы с большим запасом. Условие (10) выполняется тем лучше, чем меньше используемая для радиозондирования частота.

Уравнение (8) является трансцендентным, и оно не имеет аналитического решения. Однако приближение (10) позволяет это сделать, в результате чего получаем нижеследующие результаты.

Приближение (10) позволяет квадрат волнового числа (4) записать в следующем виде:

$$k_n^2 = \frac{i\mu_0\omega}{\rho_n}, \tag{11}$$

т. е. пренебречь в (4) диэлектрической частью (первое слагаемое), оставляя только мнимую часть (второе слагаемое). В этом случае параметр (7) для $n = 1$ и 2 примет следующий вид:

$$A = \sqrt{k^2 - \lambda^2}/k^2 \approx 1/k = \sqrt{\rho/i\mu_0\omega},$$

откуда

$$A_2/A_1 = \sqrt{\rho_2/\rho_1}. \tag{12}$$

В рассматриваемом нами случае удельное сопротивление дна ρ_2 больше удельного сопротивления воды ρ_1, т. е. $\rho_2 > \rho_1$.

Поскольку $ik_1h = (i-1)\sqrt{2\mu_0\omega/\rho_1}h$, то экспонента G принимает следующий вид:

$$G = \exp(ik_1h) = \exp\big((i-1)\Psi/2\big), \tag{13}$$

где

$$\Psi = h\sqrt{2\mu_0\omega/\rho_1}. \tag{14}$$

Параметр Ψ является отношением толщины первого слоя h к его скин-слою ($\Psi = 2h/H_s$, где скин-слой водной среды $H_s = \sqrt{2\rho_1/\mu_0\omega}$).

Подставляя (12) и (13) в (8), сначала находим A_0, а затем из (9) получаем импеданс для двуслойных проводящих сред

$$\delta = \sqrt{-i\varepsilon_0\omega\rho_1}\,\frac{1 + Q\exp\big((i-1)\Psi/2\big)}{1 - Q\exp\big((i-1)\Psi/2\big)}, \tag{15}$$

где

$$Q = \frac{1 - \sqrt{\rho_1/\rho_2}}{1 + \sqrt{\rho_1/\rho_2}}. \tag{16}$$

Здесь Q является коэффициентом отражения от границы двух проводящих сред с удельными сопротивлениями ρ_1 и ρ_2.

Импеданс является комплексной величиной, его обычно записывают в следующем виде:

$$\delta = |\delta|\exp(i\varphi). \tag{17}$$

Аппаратура ИПИ-300 как раз сконструирована таким образом, что непосредственно измеряет модуль импеданса $|\delta|$ и его фазу φ. Двуслойную среду можно представить как однородную среду, но с эффективным удельным сопротивлением

$$\rho_{\text{eff}} = \frac{|\delta|^2}{\varepsilon_0\omega}. \tag{18}$$

В этом случае с помощью прибора ИПИ-300 легко определить эффективное удельное сопротивление ρ_{eff} и фазу импеданса φ. Это те значения параметров геоэлектрического разреза вода–донный грунт, как если бы среда была однородной. Разделяя действительные и мнимые части из (15), можно найти фазу импеданса, а из (18) эффективное удельное сопротивление. Таким образом, окончательно получаем следующие формулы:

$$\rho_{\text{eff}} = \rho_1\frac{1 + Q^2\exp(-2\Psi) + 2Q\exp(-\Psi)\cos\Psi}{1 + Q^2\exp(-2\Psi) - 2Q\exp(-\Psi)\cos\Psi}, \tag{19}$$

$$\varphi = -\frac{\pi}{4} + \operatorname{arctg}\frac{2Q\exp(-\Psi)\sin\Psi}{1 - Q^2\exp(-2\Psi)\cos^2\Psi}. \tag{20}$$

Проведем оценку для случая воды с $\rho_1 = 150\,\Omega\cdot\text{m}$, глубиной $h = 5\,\text{m}$ и дна с $\rho_2 = 1000\,\Omega\cdot\text{m}$. На частоте 50 kHz получаем $\rho_{\text{eff}} = 480\,\Omega\cdot\text{m}$, $\varphi = -32^\circ$.

По Ж. Адамару (1932 г.) задачи должны быть корректными — небольшие вариации параметров задачи должны приводить к небольшому изменению решения. Поэтому обратные задачи определения количественных характеристик явления по результатам измерения их косвенных проявлений являются некорректными. В таких задачах имеется множество вариантов, для отбора которых необходима дополнительная информация. Например, если известен объем тела, то поверхность тела может быть любой поверхностью куба, шара, конуса... Однако если ввести некоторые ограничения, то становится возможным решение обратной задачи. Например, если задача сферически симметрична, то некоторому объему может удовлетворять только шар с легко определяемым радиусом. В задачах геоэлектрики по измеренным данным импедансного частотного зондирования необходимо восстановить распределение электрических параметров среды. Такую задачу можно решить, если принять, что подстилающей средой является разрез из плоскопараллельных слоев с постоянными значениями удельного сопротивления ρ и диэлектрической проницаемости ε.

Сначала в 1949 г. А.Н. Тихоновым была доказана теорема единственности, означающая, что обратная задача электрического зондирования на постоянном токе может иметь только одно решение. Тем самым было дано теоретическое обоснование существующего к тому времени около 30 лет практического метода подбора при интерпретации электроразведочных данных. Затем в 1963 г. он свой метод обобщил на переменные поля. Им был предложен метод регуляризации. Метод требует измерений на возможно большем числе частот. С развитием компьютерных технологий нет ограничения на „машинное время“, когда интерпретация требует огромного массива данных. Однако для простых задач, каким является двуслойная среда и когда заранее известно, что слои имеют четко различимые проводимости, полезно иметь аналитическое решение обратной задачи. Подобные решения уже предлагались [6]. Мы покажем, что именно для хорошо проводящих двуслойных сред возможно получение аналитического решения по ограниченым частотным данным. Если известны результаты измерений на двух частотах, то возможно восстановить весь геоэлектрический разрез по проводимости двуслойной среды. Если известны измерения на одной частоте и проводимость первой среды, то можно восстановить толщину первого слоя и проводимость второго.

Необходимые приближения

Сначала из (3) находим

$$\rho_b = \rho_w \left(\frac{1+Q}{1-Q}\right)^2. \tag{21}$$

Здесь $\rho_2 = \rho_b$ — удельное сопротивление донного грунта, $\rho_1 = \rho_w$ — удельное сопротивление воды. Замечаем, что поскольку ρ_b и ρ_w — фиксированы, то параметр Q также фиксирован, т.е. является инвариантной функцией частоты, модуля и фазы импеданса. Далее, рассматривая (19) как квадратное уравнение относительно Q, получаем

$$Q = (Y - \sqrt{Y^2 - 1}) \exp\Psi, \tag{22}$$

где определили

$$Y = \frac{\rho_{\text{eff}} + \rho_w}{\rho_{\text{eff}} - \rho_w} \cos\Psi. \tag{23}$$

При решении квадратного уравнения выбиралось такое решение, чтобы для однородной среды, когда $\rho_b = \rho_w = \rho_{\text{eff}}$, было $Y = \infty$ и $Q = 0$.

Теперь необходимо учесть следующее. Измерение импеданса производилось недалеко от берега, где глубина составляла несколько метров. Такая глубина много меньше скин-слоя воды, так что параметр Ψ мал. Из проводимостей воды и дна также можно составить малую величину. Для дна проводимость складывается из придонного ила с удельным сопротивлением $10\,\Omega \cdot$ m и гранитного основания с $10\,k\Omega \cdot$ m, так что их некоторое усредненное значение будет больше $1\,k\Omega \cdot$ m, что заметно больше $150\,\Omega \cdot$ m для воды. Можно принять, что в приближении сильно контрастных сред $\sqrt{\rho_w/\rho_b} \ll 1$, тогда из (21) приближенно получаем $Q \approx 1 - 2\sqrt{\rho_w/\rho_b}$. Разлагая (19) и (20) по малым параметрам Ψ им $\sqrt{\rho_w/\rho_b}$, находим квадрат модуля импеданса

$$|\delta|^2 = -\frac{\varepsilon_0 \omega \rho_w}{h} \sqrt{\frac{\rho_b}{2\mu_0 \omega}}, \tag{24}$$

эффективная фаза

$$\Delta\varphi = \left|\frac{\pi}{4} + \varphi\right| = \frac{h}{\rho_w} \sqrt{\frac{\mu_0 \omega \rho_b}{2}}. \tag{25}$$

Полученные формулы (24), (25) являются приближенными. Если взять отношение $|\delta|^2$ к $\Delta\varphi$, то получим формулу, имеющую такую же степень точности, как и начальные формулы (24), (25):

$$\frac{h}{\rho_w} = \frac{\sqrt{\Delta\rho}}{Z_0|\delta|}, \tag{26}$$

где $Z_0 = \sqrt{\mu_0/\varepsilon_0}$ — сопротивление вакуума. Если по формуле (18) ввести эффективное удельное сопротивление ρ_{eff}, то (26) можно переписать в следующем удобном для применения виде:

$$\frac{h}{\rho_w} = 1.487 \sqrt{\frac{\Delta\varphi^0}{f(\text{kHz})\rho_{\text{eff}}}}. \tag{27}$$

Здесь $\Delta\varphi^\circ$ измеряются в градусах, а частота $f(\text{kHz})$ — в kHz.

Сравнение с натурными измерениями

Формула (27) была проверена в двух пунктах озера Байкал. При измерении импеданса использовались сигналы радиостанций, работающих на частотах 22.3 и 50 kHz. Так, в районе села Турка на расстоянии 50 m от берега на указанных двух частотах был измерен импеданс. В результате измерений установлено, что на частоте $f = 22.3$ kHz эффективное удельное сопротивление $\rho_{\text{eff}} = 900\,\Omega \cdot \text{m}$ и эффективная фаза $\Delta\varphi = 5.5^\circ$. Согласно формуле (27), находим $h/\rho_w = 0.025$. Аналогично на частоте $f = 50$ kHz получено $\rho_{\text{eff}} = 750\,\Omega \cdot \text{m}$ и $\Delta\varphi = 11.5^\circ$. Отсюда $h/\rho_w = 0.026$. Наблюдаем удовлетворительное совпадение двух значений 0.025 и 0.026 друг с другом.

Возле с. Максимиха на расстоянии 300 m от берега в двух близких пунктах наблюдения на этих же двух частотах также был измерен импеданс. В ходе измерений установлено, что

$$f = 22.3\,\text{kHz} \begin{cases} \rho_{\text{eff}} = 600\,\Omega \cdot \text{m}, & \Delta\varphi = 11^\circ, \\ \rho_{\text{eff}} = 500\,\Omega \cdot \text{m}, & \Delta\varphi = 11.5^\circ, \end{cases}$$

$$f = 50\,\text{kHz} \begin{cases} \rho_{\text{eff}} = 150\,\Omega \cdot \text{m}, & \Delta\varphi = 8^\circ, \\ \rho_{\text{eff}} = 160\,\Omega \cdot \text{m}, & \Delta\varphi = 7^\circ. \end{cases}$$

Согласно формуле (27), из результатов измерений находим следующие четыре значения:

$$h/\rho_w = 0.043 - 0.048 - 0.049 - 0.044.$$

Здесь также наблюдаем удовлетворительное совпадение чисел друг с другом.

Сравнение показывает удовлетворительное согласие формулы (27) с натурными измерениями. Ею теперь можно пользоваться самостоятельно, помня только, что ее применимость ограничена условием небольшой глубины.

Взяв пробу воды, ее удельное сопротивление можно измерить. Именно для рассматриваемых нами двух пунктов брались пробы воды (при температуре 1°C) и в лабораторных условиях (при температуре 17°C) установлено следующее:

$$\rho_w(\text{Турка}) = 150\,\Omega \cdot \text{m},$$

$$\rho_w(\text{Максимиха}) = 120\,\Omega \cdot \text{m}.$$

Теперь, зная ρ_w, чтобы найти h и ρ_b, достаточно измерения на одной частоте. Однако если имеются значения

Восстановленные параметры геоэлектрического разреза „вода—донный грунт“

Пункт наблюдения	вода, $\Omega \cdot$ m	h, m	дно, $\Omega \cdot$ m
село Турка, 50 m от берега	150	3.7 ± 0.3	1450
село Максимиха, 300 m от берега	120	5.45 ± 0.5	1400

импеданса на двух частотах, то удельное сопротивление воды можно вычислить. Поскольку параметр Q в (21) является функцией только ρ_w, то для двух частот ω_1 и ω_2 получаем трансцендентное уравнение

$$Q(\omega_1, \rho_w) = Q(\omega_2, \rho_w).$$

Решая его численно, можно найти ρ_w. Для рассматриваемых нами двух пунктов наблюдения находим

$$\rho_w(\text{Турка}) = 150 \pm 10\,\Omega \cdot \text{m},$$

$$\rho_w(\text{Максимиха}) = 120 \pm 10\,\Omega \cdot \text{m}.$$

Погрешность связана с плохой сходимостью численного решения трансцендентного уравнения для Q. Теперь из (27) можно найти толщину слоя воды, а из (21) — удельное сопротивление донного грунта. Все результаты сведены в таблицу.

Приведенные в таблице восстановленные значения для прибрежных глубин совпадают с измерением мерной лентой соответствующих глубин пунктов наблюдения. Также восстановленные значения удельных сопротивлений донного грунта совпадают с литературными данными [1].

Вечная мерзлота

Результаты настоящей работы имеют еще одно приложение. На Крайнем Севере подстилающая среда представляет собой слой вечной мерзлоты толщиной до 500—1000 m и удельным сопротивлением порядка 10^5 и более $\Omega \cdot$ m и подмерзлотные отложения с удельным сопротивлением около $10\,\Omega \cdot$ m. Здесь мы имеем ситуацию, когда $\rho_1 \gg \rho_2$. Используя приближение проводящей среды, из общей формулы (3) можно найти

$$\delta = \sqrt{-i\varepsilon_0\omega\rho_1}\,\frac{1-G^2}{1+G^2}\left(1 + \frac{4G^2}{1-G^4}\sqrt{\frac{\rho_2}{\rho_1}}\right), \tag{28}$$

$$G^2 = \exp\left[-(1-i)h\sqrt{2\mu_0\omega/\rho_1}\right]. \tag{29}$$

Измерения необходимо проводить на таких частотах, чтобы величина в экспоненте в (29) была заметно меньше единицы. Тогда, разлагая экспоненту в (27) в ряд: $G^2 = 1 - (1-i)h\sqrt{2\mu_0\omega/\rho_1}$, получим

$$\rho_{\text{eff}} = \rho_2(1+\Psi), \quad \varphi = -\frac{\pi}{4} - \frac{\Psi}{2},$$

где параметр Ψ определен формулой (14). Вводя эффективную фазу $\Delta\varphi = |\frac{\pi}{4} + \frac{\Psi}{2}|$, находим отношение

$$\frac{\rho_{\text{eff}}}{\Delta\varphi} = \frac{\rho_2}{h}\sqrt{\frac{2\rho_1}{\mu_0\omega}}. \tag{30}$$

Таким образом, совместно с результатом (27) имеем:

$$\rho_w \ll \rho_b: \quad \left(\frac{\rho_w}{h}\right)^2 = \frac{\rho_{\text{eff}}}{\Delta\varphi}\,\omega = \text{inv}, \tag{31}$$

$$\rho_i \gg \rho_b: \quad \frac{\sqrt{\rho_i}\rho_b}{h} = \frac{\rho_{\text{eff}}}{\Delta\varphi}\sqrt{\omega} = \text{inv}. \tag{32}$$

В последней формуле мы переобозначили ρ_1 на ρ_i — удельное сопротивление льда и ρ_2 на ρ_b — удельное сопротивление дна. Соотношение (29) было проверено и с хорошей точностью удовлетворяется для мелкой воды. Для случая вечной мерзлоты должно выполняться (32).

Заключение

Озеро Байкал вблизи берега представляет собой геоэлектрический разрез вода–донный грунт. Для такой системы решена задача всстановления электрических характеристик. Именно по измеренным значениям поверхностного импеданса прибрежной зоны озера Байкал восстановлены толщина слоя воды и проводимости воды и донных отложений. Полученные близкие значения ρ_b в двух разных пунктах натурных измерений согласуются как с тем, что измерения проводились в прибрежной зоне, так и с имеющимися литературными данными. Во всех случаях наблюдается удовлетворительное согласие вычисленных и измеренных величин. Аналогичным образом решена задача восстановления электрических характеристик для вечной мерзлоты.

Авторы выражают благодарность рецензенту за внимательность и доброжелательность к работе.

Работа частично поддержана РФФИ (грантами № 12-01-98006, 12-02-98002) и интеграционным проектом СО РАН № 11.

Список литературы

[1] *Башкуев Ю.Б.* Электрические свойства природных слоистых сред. Новосибирск: Изд-во СО РАН, 1996. 196 с.
[2] *Цыдыпов Ч.Ц., Цыденов В.Д., Башкуев Ю.Б.* Исследование электрических свойств подстилающей среды. Новосибирск: Наука, 1979. 176 с.
[3] *Тихонов А.Н.* // ДАН. 1963. Т. 153. № 1. С. 49–52.
[4] *Ангархаева Л.Х., Башкуев Ю.Б.* // Тр. междун. конф. „Математические методы в геофизике“. Новосибирск, 2003. Ч. 1. С. 252–256.
[5] *Балханов В.К., Башкуев Ю.Б.* Основы теории метода поверхностного импеданса. Улан-Удэ: Изд-во БНЦ СО РАН, 2005. 100 с.
[6] *Еремин Н.С., Пертель М.И., Тищенко А.С.* // Распространение радиоволн километрового диапазона. Апатиты. 1987. С. 84–85.