# Последовательность превращений при упорядочении нестехиометрических соединений с образованием сверхструктур типа $M_3X_2$

© А.И. Гусев, А.М. Бельков, Т.Д. Выродова, А.С. Курлов

Институт химии твердого тела УрО РАН, Екатеринбург, Россия E-mail: gusev@ihim.uran.ru

(Поступила в Редакцию 2 апреля 2014 г.)

Проведен симметрийный анализ моноклинной, орторомбических и тригональной сверхструктур типа  $M_3X_2$ , которые могут образовываться в сильно нестехиометрических соединениях  $MX_y$  со структурой B1. Определены каналы переходов беспорядок—порядок  $MX_y \rightarrow M_3X_2$ . Показано, что при понижении температуры в нестехиометрических соединениях  $MX_y$  переходных металлов IV группы возможны две физически допустимые последовательности превращений, связанных с образованием сверхструктур  $M_3X_2$ : "кубическая (пр. гр.  $Fm\bar{3}m$ ) неупорядоченная фаза  $MX_y \rightarrow$  орторомбическая (пр. гр. Immm) упорядоченная фаза  $M_3X_2 \rightarrow$  орторомбическая (пр. гр.  $Fm\bar{3}m$ ) неупорядоченная фаза  $M_3X_2$ " и "кубическая (пр. гр.  $Fm\bar{3}m$ ) неупорядоченная фаза  $M_3X_2 \rightarrow$  орторомбическая (пр. гр.  $Fm\bar{3}m$ ) неупорядоченная фаза  $M_3X_2 \rightarrow$  орторомбическая (пр. гр.  $Fm\bar{3}m$ ) неупорядоченная фаза  $M_3X_2 \rightarrow$  орторомбическая (пр. гр.  $Fm\bar{3}m$ ) неупорядоченная (пр. гр. Immm) упорядоченная (пр. гр.  $Fm\bar{3}m$ ) неупорядоченная фаза  $M_3X_2 \rightarrow$  орторомбическая (пр. гр.  $Fm\bar{3}m$ ) неупорядоченная фаза  $M_3X_2$ ".

Работа поддержана проектом РНФ № 14-23-00025.

## 1. Введение

11

Переходные *d*-металлы IV и V групп образуют с углеродом, азотом и кислородом сильно нестехиометрические карбиды, нитриды и оксиды  $MX_v$  (X = C, N) с кубической (пр. гр.  $Fm\bar{3}m$ ) структурой B1, а также карбиды и нитриды  $M_2 X_v$  с гексагональной (пр. гр.  $P6_3/mmc$ ) структурой L'3 [1]. В этих соединениях неметаллические атомы Х размещаются в октаэдрических междоузлиях гранецентрированной кубической (гцк) или гексагональной плотноупакованной (гпу) металлических подрешеток. Атомы неметалла Х в зависимости от их относительного содержания, у, могут заполнять все или только часть междоузлий. Незаполненные междоузлия называют структурными вакансиями 
П. Концентрация структурных вакансий на нижней границе области гомогенности кубических карбидов и нитридов МХ, может достигать 30-50 at.%. Нестехиометрические кубические оксиды  $Ti_rO_7$  и  $V_rO_7$  со структурой B1 содержат структурные вакансии и в неметаллической (кислородной), и в металлической подрешетках. Узлы металлической подрешетки соединений со структурой В1 соответствуют кристаллографическим позициям 4(a), узлы металлической подрешетки — позициям 4(b) пространственной группы  $Fm\bar{3}m$ . В нестехиометрических соединениях  $MX_{v}$  $(MX_{v}\Box_{1-v})$  атомы неметалла X и структурные вакансии 🗆 образуют в неметаллической подрешетке раствор замещения. Наиболее широкие области гомогенности от *МХ*<sub>0.45-0.48</sub> до *МХ*<sub>1.00</sub> имеют карбиды и нитриды титана, циркония и гафния  $MX_y$  (0.45-0.60  $\leq y \leq 1.0$ ) с кубической структурой В1. Высокая концентрация структурных вакансий является предпосылкой атомновакансионного упорядочения соединений МХ<sub>v</sub> с образованием сверхструктур типа  $M_2X$ ,  $M_3X_2$ ,  $M_4X_3$ ,  $M_6X_5$  с разной симметрией. Ранее был проведен симметрийный анализ образования сверхструктур типа  $M_2X$  [2,3] и  $M_6X_5$  [4–6] в кубических соединениях  $MX_y$ , сверхструктур  $M_2X$  в гексагональных соединениях  $M_2X_y$  [7–12] и сверхструктур типа Ti<sub>5</sub>O<sub>5</sub> в кубическом монооксиде титана с двойной дефектностью [13,14]. В данной работе с точки зрения симметрии рассмотрена возможность образования сверхструктур типа  $M_3X_2$  в соединениях  $MX_y$  с кубической базисной структурой B1.

Экспериментально сверхструктуры типа  $M_3X_2$  изучено мало. Имеются несколько экспериментальных свидетельств, подтверждающих ее существование в карбиде титана: наличие сверхструктурных рефлексов (2/3 2/3 0), наблюдавшихся в работе [15] при изучении отожженного монокристалла TiC<sub>0.61</sub> методом упругого рассеяния нейтронов; слабые сверхструктурные отражения с дифракционным вектором  $|\mathbf{q}| \approx 2.03$ , характерным для ромбической (пр.гр. C2221) фазы Ti<sub>3</sub>C<sub>2</sub>, наблюдали на рентгенограмме отожженного карбида TiC<sub>0.70</sub> [16]; обусловленные ближним порядком в TiC<sub>0.76</sub> диффузные максимумы рассеяния нейтронов, по положению соответствующие отражениям (2/3 2/3 0), найдены авторами [17]; оценка параметров ближнего порядка [18] в монокристалле TiC<sub>0.64</sub> из данных по диффузному рассеянию нейтронов показала, что наилучшее согласие теории и эксперимента достигается, если отожженный карбид TiC<sub>0.64</sub> содержит две упорядоченные фазы Ті<sub>2</sub>С и Ті<sub>3</sub>С<sub>2</sub>. Существование орторомбической (пр.гр.  $C222_1$ ) сверхструктуры  $M_3X_2$  в карбиде титана ТіС<sub>0.64</sub> следует также из расчета [18], выполненного методом Монте-Карло. Следы орторомбической (пр. гр. С2221) фазы Ti<sub>3</sub>C<sub>2</sub> (*M*<sub>3</sub>X<sub>2</sub>) наблюдали в работе [19]. Соглас-



**Рис. 1.** Орторомбическая (пр. гр. *Immm*) сверхструктура  $M_3X_2$ : *а* — положение элементарной ячейки в базисной кубической решетке со структурой *B*1; *b* — во всех атомных плоскостях  $(1\overline{1}1)_{B1}$  неметаллической подрешетки одна треть всех узлов вакантна, остальные узлы заняты атомами внедрения, каждая вакансия находится в гексагональном окружении шести атомов *X*. *I* — атом металла *M*, *2* — неметаллический атом внедрения *X*, *3* — вакансия.

но [20,21], сверхструктуры  $M_3X_2$  могут существовать в нестехиометрическом кубическом карбиде циркония ZrC<sub>y</sub> вблизи нижней границы области гомогенности при температуре ниже ~ 1200 К. В карбиде гафния HfC<sub>y</sub> существование сверхструктур  $M_3X_2$  возможно вблизи нижней границы области гомогенности при температуре ниже ~ 780 К [20–22]. В системе Ti–N обнаружена тригональная (пр. гр. R3m) фаза  $\eta$ -Ti<sub>3</sub>N<sub>2-x</sub>, существующая в узком температурном интервале 1335–1374 К [23,24]. Но эта фаза  $\eta$ -Ti<sub>3</sub>N<sub>2-x</sub> не имеет области гомогенности и не являются упорядоченной фазой кубического нитрида титана TiN<sub>y</sub>. Согласно [22,25], в кубическом нитриде TiN<sub>y</sub> сверхструктура типа  $M_3X_2$  может возникать при температуре ниже ~ 1050 К.

В целом из анализа экспериментальных и теоретических данных следует возможность образования в нестехиометрических карбидах и нитридах МХу двух орторомбических (пр. гр. № 71 *Іттт* ( $D_{2k}^{25}$ ) и № 20  $C222_1$  ( $D_2^5$ )), моноклинной (пр. гр. № 5 C2 (B112) ( $C_2^3$ )) и тригональной (пр. гр. № 164 *Р*3*m*1 (*D*<sup>3</sup><sub>3d</sub>)) сверхструктур типа М<sub>3</sub>Х<sub>2</sub>. Термодинамические расчеты фазовых равновесий в системах Ti-C, Zr-C, Hf-C и Ti-N, выполненные в работах [1,26,27] методом функционала параметров порядка (order parameters functional method (OPF)), подтверждают образование упорядоченных фаз типа  $M_3X_2$ , но не позволяют определить их симметрию и пространственную группу. До сих пор не ясно, являются ли перечисленные сверхструктуры типа  $M_3X_2$ взаимоисключающими или при понижении температуры они могут возникать в некоторой последовательности одна за другой.

В связи с этим в настоящей работе определены каналы переходов беспорядок-порядок  $MX_y - M_3X_2$  и выполнен симметрийный анализ структуры фаз  $M_3X_2$  для

определения возможной последовательности фазовых превращений при образовании в нестехиометрических карбидах  $MC_y$  и нитридах  $MN_y$  сверхструктур типа  $M_3X_2$ .

## 2. Симметрийный анализ сверхструктур *M*<sub>3</sub>*X*<sub>2</sub>

Превращения беспорядок-порядок или порядок-порядок, происходящие при понижении температуры, являются переходами из состояния с большей свободной энергией в состояние с меньшей энергией. Состояние вещества при атомно-вакансионном упорядочении можно характеризовать термодинамическим потенциалом Ландау, который имеет несколько минимумов, соответствующих высокосимметричной неупорядоченной и низкосимметричным упорядоченным фазам. При понижении температуры переходы от неупорядоченной фазы к какой-либо из упорядоченных фаз или переходы порядок-порядок от одной упорядоченной фазы к другой происходят с понижением симметрии. Симметрийный анализ позволяет установить величину понижения симметрии при образовании той или иной сверхструктуры и определить, в какой физически допустимой последовательности эти сверхструктуры могут возникать.

Симметрийный анализ сверхструктур начинается с определения векторов  $\mathbf{a}^*$ ,  $\mathbf{b}^*$  и  $\mathbf{c}^*$  обратной решетки. Векторы обратной решетки находят через трансляционные векторы  $\mathbf{a}$ ,  $\mathbf{b}$  и  $\mathbf{c}$  элементарной ячейки сверхструктуры по формулам следующего вида

$$\mathbf{a}^* = 2\pi \, \frac{\mathbf{b} \times \mathbf{c}}{\mathbf{a}(\mathbf{b} \times \mathbf{c})}.\tag{1}$$



 $M_3X_2$  (space group *Immm* and  $C222_1$ )  $M_3X_2$  (space group C2 (B112))

 $M_3X_2$  (space group  $P\overline{3}m1$ )

**Рис. 2.** Сверхструктурные векторы обратной решетки сверхструктур типа  $M_3X_2$ , входящие в канал фазового перехода беспорядок—порядок  $MX_y - M_3X_2$ , и их положение в первой зоне Бриллюэна базисной гцк решетки. Канал перехода, связанный с образованием орторомбической (пр. гр. *Immm*) сверхструктуры, включает два луча  $\mathbf{k}_4^{(1)}$  и  $\mathbf{k}_4^{(2)}$ , а канал перехода беспорядок—порядок  $MX_y$  (пр. гр.  $Fm\bar{3}m$ )  $\rightarrow M_3X_2$  (пр. гр.  $C222_1$ ) включает эти два луча  $\mathbf{k}_4^{(1)}$ ,  $\mathbf{k}_4^{(2)}$  и еще четыре луча  $\mathbf{k}_3^{(3)}$ ,  $\mathbf{k}_3^{(4)}$ ,  $\mathbf{k}_3^{(5)}$  и  $\mathbf{k}_3^{(6)}$  звезды { $\mathbf{k}_3$ }.

Элементарная ячейка орторомбической (пр. гр. *Immm*) сверхструктуры  $M_3X_2$  показана на рис. 1, *а*. Эта сверхструктура имеет обратную решетку с векторами  $\mathbf{a}_{Immm}^* = \langle 1\overline{1}0 \rangle,$  $\mathbf{b}_{Immm}^* = \frac{1}{3} \langle 110 \rangle$  и  $\mathbf{c}_{Immm}^* = \langle 001 \rangle.$ Трансляция сверхструктурных узлов обратной решетки орторомбической (пр. гр. Іттт) сверхструктуры М<sub>3</sub>Х<sub>2</sub> показывает, что первая зона Бриллюэна неупорядоченной гцк решетки содержит два луча  $\mathbf{k}_4^{(1)}=(\mathbf{b}_1+\mathbf{b}_2+2\mathbf{b}_3)/3$  и  $\mathbf{k}_4^{(2)}=-\mathbf{k}_4^{(1)}$  нелифшицевской звезды  $\{\mathbf{k}_4\}$  (рис. 2) с текущим параметром  $\mu_4 = 1/3$ . Заметим, что каждой звезде {k<sub>s</sub>}, чьи лучи входят в канал перехода, соответствует параметр дальнего порядка  $\eta_s$ , описывающий термодинамическое состояние обсуждаемой сверхструктуры [28]. Таким образом, орторомбическая (пр. гр. Іттт) сверхструктура  $M_3X_2$ описывается одним параметром дальнего порядка *п*<sub>4</sub>. (Здесь и далее описание и нумерация звезд  $\{\mathbf{k}_s\}$  волновых векторов и их лучей  $\mathbf{k}_s^{(j)}$ даны в соответствии с [1,26,29];  $\mathbf{b}_1 = (-1, 1, 1)$ ,  $\mathbf{b}_2 = (1, -1, 1)$  и  $\mathbf{b}_3 = (1, 1, -1)$  — структурные векторы обратной решетки базисной гцк решетки в единицах метолика определения сверхструктурных  $2\pi/a$ ; векторов, образующих канал перехода, подробно описана в [26, раздел 5.2]). Функция распределения, описывающая орторомбическую (пр. гр. Іттт) сверхструктуру  $M_3X_2$ , была рассчитана ранее [1,26,31].

В соответствии с рис. 1, *а* координаты  $(x_I, y_I, z_I)$  базисной кубической структуры связаны с координатами орторомбической (пр. гр. *Immm*) сверхструктуры  $M_3X_2$  следующими соотношениями  $x_I = x_{\rm rh}/2 + 3y_{\rm rh}/2$ ,  $y_I = -x_{\rm rh}/2 + 3y_{\rm rh}/2$  и  $z_I = z_{\rm rh}$ . Взаимное распределение атомов X и структурных вакансий  $\Box$  в неметаллических атомных плоскостях  $(1\bar{1}1)_{B1}$  обсуждаемой полностью упорядоченной  $(y = 2/3, \eta_4 = 1)$  сверхструктуры  $M_3X_2$  показано на рис. 1, *b*: во всех плоскостях  $(1\overline{1}1)_{B1}$  одна треть всех узлов вакантна, остальные узлы заняты атомами внедрения, каждая вакансия находится в гекса-гональном окружении шести атомов *X*.

Орторомбическая элементарная ячейка сверхструктуры  $M_3X_2$  с пространственной группой  $C222_1$  показана на рис. 3, *а*. Базисные векторы обратной решетки этой сверхструктуры равны  $\mathbf{a}_{C222_1}^* = \frac{1}{2}\langle 1\bar{1}0\rangle$ ,  $\mathbf{b}_{C222_1}^* = \frac{1}{6}\langle 110\rangle$  и  $\mathbf{c}_{C222_1}^* = \frac{1}{2}\langle 001\rangle$ . Трансляция сверхструктурных узлов обратной решетки в границах первой зоны Бриллюэна дает для этой сверхструктуры канал перехода, включающий два луча  $\mathbf{k}_4^{(1)}$  и  $\mathbf{k}_4^{(2)}$  звезды  $\{\mathbf{k}_4\}$  и четыре луча  $\mathbf{k}_3^{(3)} = -(7\mathbf{b}_1 + \mathbf{b}_2 + 2\mathbf{b}_3)/12$ ,  $\mathbf{k}_3^{(4)} = -\mathbf{k}_3^{(3)}$ ,  $\mathbf{k}_3^{(5)} = (\mathbf{b}_1 - 5\mathbf{b}_2 + 2\mathbf{b}_3)/12$  и  $\mathbf{k}_3^{(6)} = -\mathbf{k}_3^{(5)}$  нелифшицевской звезды  $\{\mathbf{k}_3\}$  (рис. 2). Текущие параметры звезд  $\{\mathbf{k}_4\}$  и  $\{\mathbf{k}_3\}$  равны  $\mu_4 = 1/3$  и  $\mu_3 = 1/12$  соответственно. Орторомбическая (пр. гр. C222\_1) сверхструктура  $M_3X_2$ , описывается двумя параметрами дальнего порядка  $\eta_4$  и  $\eta_3$ . Функция распределения, описывающая орторомбическия в работах [1,26,31].

В соответствии с рис. 3, *а* координаты  $(x_I, y_I, z_I)$ базисной неупорядоченной кубической структуры *B*1 и координаты орторомбической (пр. гр. *C*222<sub>1</sub>) сверхструктуры  $M_3X_2$  связаны следующими соотношениями  $x_I = x_{\rm rh} + 3y_{\rm rh} - 1/2$ ,  $y_I = -x_{\rm rh} + 3y_{\rm rh} - 1/2$  и  $z_I = 2z_{\rm rh} - 1/2$ . В неметаллической подрешетке такой полностью упорядоченной (y = 2/3,  $\eta_4 = \eta_3 = 1$ ) сверхструктуры в направлении  $[1\bar{1}1]_{B1}$  чередуются атомные плоскости  $(1\bar{1}1)_{B1}$ , в которых относительные доли вакантных узлов равны  $n_{\Box}^{(1)} = 1/6$  и  $n_{\Box}^{(2)} = 1/2$  (рис. 3, *b*). Элементарная ячейка моноклинной (пр. гр. *C*2

Элементарная ячейка моноклинной (пр. гр. *C*2 (*B*112)) сверхструктуры *M*<sub>3</sub>*X*<sub>2</sub> показана на рис. 4, *a*. В работе [30] пространственная группа этой сверх-



**Рис. 3.** Орторомбическая (пр. гр.  $C222_1$ ) сверхструктура  $M_3X_2$ : a — положение элементарной ячейки в базисной кубической решетке со структурой B1; b — в неметаллической подрешетке этой сверхструктуры в направлении  $[1\bar{1}1]_{B1}$  чередуются атомные плоскости  $(1\bar{1}1)_{B1}$ , в которых относительные доли вакантных узлов равны  $n_{\Box}^{(1)} = 1/6$  и  $n_{\Box}^{(2)} = 1/2$ .



**Рис. 4.** Моноклинная (пр. гр. *C2* (*B*112)) сверхструктура  $M_3X_2$ : *а* — положение элементарной ячейки в базисной кубической решетке со структурой *B*1; *b* — одна треть узлов каждой неметаллической атомной плоскости  $(1\overline{1}1)_{B1}$  вакантна, а остальные заняты атомами *X*. *I* — атом металла *M*, *2* — неметаллический атом внедрения *X*, *3* — вакансия.

структуры была определена неверно, в результате чего в элементарной ячейке были учтены не все атомы и вакансии; позднее эта же ошибка была повторена в [1,26,31]. Базисные векторы обратной решетки этой сверхструктуры равны  $\mathbf{a}_{C2}^* = \frac{1}{3}\langle 112 \rangle$ ,  $\mathbf{b}_{C2}^* = \frac{1}{3}\langle 11\overline{1} \rangle$  и  $\mathbf{c}_{C2}^* = \frac{1}{3}\langle 1\overline{1}0 \rangle$ , в соответствии с чем она образуется по каналу фазового перехода, включающему шесть лучей  $\mathbf{k}_{4}^{(3)} = (\mathbf{b}_2 - \mathbf{b}_1)/3$ ,  $\mathbf{k}_{4}^{(4)} = -\mathbf{k}_{4}^{(3)}$ ,  $\mathbf{k}_{4}^{(5)} = (\mathbf{b}_1 + 2\mathbf{b}_2 + \mathbf{b}_3)/3$ ,  $\mathbf{k}_{4}^{(6)} = -\mathbf{k}_{4}^{(5)}, \quad \mathbf{k}_{4}^{(9)} = (2\mathbf{b}_{1} + \mathbf{b}_{2} + \mathbf{b}_{3})/3$ и  $\mathbf{k}_{4}^{(10)} = -\mathbf{k}_{4}^{(9)}$ нелифшицевской звезды { $\mathbf{k}_{4}$ } (рис. 2). В моноклинной сверхструктуре  $M_{3}X_{2}$  текущий параметр звезды { $\mathbf{k}_{4}$ } равен  $\mu_{4} = 1/3$ .

В работе [30] из-за ошибки в определении пространственной группы функция распределения моноклинной (пр. гр. *C*2 (*B*112)) сверхструктуры *M*<sub>3</sub>*X*<sub>2</sub> тоже была рассчитана с ошибкой. Проведенный нами расчет пока-



**Рис. 5.** Тригональная (пр. гр.  $P\bar{3}m1$ ) сверхструктура  $M_3X_2$ : a — положение элементарной ячейки в базисной кубической решетке со структурой B1; b — распределение атомов X и структурных вакансий в неметаллической подрешетке характеризуется последовательным чередованием двух комплектных атомных плоскостей  $(1\bar{1}1)_{B1}$ , все узлы которых заняты атомами X, и дефектной атомной плоскости  $(1\bar{1}1)_{B1}$ , все узлы которой вакантны. I — атом металла M, 2 — неметаллический атом внедрения X, 3 — вакансия.

зал, что моноклинная сверхструктура  $M_3X_2$  описывается следующей функцией распределения

$$n(x_{I}, y_{I}, z_{I}) = y - (\eta_{4}/3) \Big\{ \cos \big[ 4\pi (x_{I} + z_{I})/3 \big] \\ - (\sqrt{3}/3) \sin \big[ 4\pi (x_{I} + z_{I})/3 \big] - (2\sqrt{3}/3) \sin \big[ 4\pi (y_{I} + z_{I})/3 \big] \\ + \cos \big[ 4\pi (x_{I} - y_{I})/3 \big] + (\sqrt{3}/3) \sin \big[ 4\pi (x_{I} - y_{I})/3 \big] \Big\}.$$
(2)

В соответствии с рис. 4, *а* координаты  $(x_I, y_I, z_I)$  базисной кубической неупорядоченной фазы связаны с координатами моноклинной сверхструктуры  $M_3X_2$  соотношениями  $x_I = x_m/2 + y_m + 3z_m/2 - 1/4$ ,  $y_I = x_m/2 + y_m - 3z_m/2 - 1/4$  и  $z_I = x_m - y_m$ .

В полностью упорядоченной моноклинной (пр. гр. C2 (B112)) структуре  $M_3X_2$  (y = 2/3,  $\eta_4 = 1$ ) одна треть узлов каждой неметаллической атомной плоскости  $(1\overline{1}1)_{B1}$  вакантна, а остальные заняты атомами внедрения (рис. 4, *b*).

Элементарная ячейка тригональной (пр. гр.  $P\bar{3}m1$ ) сверхструктуры  $M_3X_2$  (рис. 5, *a*) имеет базисные векторы обратной решетки  $\mathbf{a}_{P\bar{3}m1}^* = \frac{2}{3}\langle 21\bar{1}\rangle$ ,  $\mathbf{b}_{P\bar{3}m1}^* = \frac{2}{3}\langle 121\rangle$ ,  $\mathbf{c}_{P\bar{3}m1}^* = \frac{1}{3}\langle 1\bar{1}1\rangle$ . Она образуется по каналу перехода, включающему два луча  $\mathbf{k}_5^{(5)} = -\mathbf{b}_2/3$  и  $\mathbf{k}_5^{(6)} = -\mathbf{k}_5^{(6)}$ нелифшицевской звезды { $\mathbf{k}_5$ } (рис. 2) с параметром  $\mu_5 = 1/3$ . Функция распределения, описывающая тригональную (пр. гр.  $P\bar{3}m1$ ) сверхструктуру  $M_3X_2$ , рассчитана в работах [1,26,31].

В неметаллической подрешетке полностью упорядоченной (y = 2/3,  $\eta_4 = \eta_3 = 1$ ) тригональной сверхструктуры в направлении  $[1\bar{1}1]_{B1}$  чередуются две атомные плоскости  $(1\bar{1}1)_{B1}$ , все узлы которых заняты атомами X, и одна дефектная плоскость, все узлы которой вакантны (рис. 5, *b*). В соответствии с рис. 5, *a* 

координаты  $(x_I, y_I, z_I)$  неупорядоченной фазы связаны с координатами тригональной сверхструктуры соотношениями  $x_I = x_{tr}/2 + z_{tr} + 1/2$ ,  $y_I = y_{tr}/2 - z_{tr} + 1$  и  $z_I = -x_{tr}/2 + y_{tr}/2 + z_{tr} + 1/2$ .

Определим изменение симметрии при переходе от неупорядоченной фазы  $MX_v$  к сверхструктурам  $M_3X_2$ и при переходах между сверхструктурами типа  $M_3X_2$ . Упорядочение атомов X и структурных вакансий 🗆 происходит в базисной неметаллической гцк подрешетке неупорядоченной кубической (пр. гр.  $Fm\bar{3}m$ ) фазы  $MX_{v}$  и связано с расщеплением высокосимметричных позиций 4(b) на две или большее число позиций низкосимметричной упорядоченной фазы. Позиции 4(b) имеют точечную группу симметрии  $m\bar{3}m$  (*Oh*), которая включает 48 элементов симметрии  $h_1 - h_{48}$  [1,26,29]. Точечные группы симметрии четырех обсуждаемых сверхструктур  $M_3X_2$  являются подгруппами точечной группы  $m\bar{3}m$ (Оh). Понижение поворотной симметрии равно отношению числа элементов точечной группы симметрии высокосимметричной неупорядоченной фазы к числу элементов точечной группы симметрии низкосимметричной фазы, т.е. отношению порядков групп. Изменение трансляционной симметрии равно отношению объемов элементарных ячеек или отношению числа узлов в элементарных ячейках низкосимметричной и высокосимметричной фаз. Общее понижение симметрии  $N = n(G)/n(G_D)$  есть отношение порядков n(G) и  $n(G_D)$ пространственных групп G и G<sub>D</sub> высокосимметричной и низкосимметричной фаз и численно равно произведению поворотного и трансляционного понижений симметрии.

Термодинамические расчеты [1,25-27,31-33] фазовых равновесий в системах Ti-C, Zr-C, Hf-C и Ti-N, где существуют нестехиометрические соединения  $MX_y$  с базисной кубической структурой B1, подтверждают возможность образования упорядоченных фаз типа  $M_3X_2$ 

за исключением тригональной (пр. гр.  $P\bar{3}m1$ ). Проведем симметрийный анализ сверхструктур типа  $M_3X_2$  и обсудим, в какой последовательности при понижении температуры они могут возникать.

Точечные группы симметрии моноклинной, тригональной и орторомбических сверхструктур  $M_3X_2$  являются подгруппами точечной группы симметрии  $m\bar{3}m$  $(O_h)$  неупорядоченной кубической (пр. гр.  $Fm\bar{3}m$ ) фазы  $MX_y$ , поэтому переход от фазы  $MX_y$  к любой из этих сверхструктур является фазовым превращением беспорядок-порядок.

Определение каналов фазовых переходов  $MX_y - M_3X_2$  показало, что образование моноклинной, тригональной и орторомбических сверхструктур  $M_3X_2$  связано с искажением симметрии по одной ( $\{\mathbf{k}_4\}$  или  $\{\mathbf{k}_5\}$ ) или двум ( $\{\mathbf{k}_4\}$  и  $\{\mathbf{k}_3\}$ ) нелифшицевским звездам. Из этого следует, что формирование всех четырех сверхструктур типа  $M_3X_2$  может быть фазовым превращением только первого рода.

Из трех обсуждаемых сверхструктур  $M_3X_2$  наиболее высокосимметричной является орторомбическая (пр. гр. *Immm*) фаза  $M_3X_2$ . Она имеет точечную группу симметрии *mmm*  $(D_{2h})$ , которая включает 8 элементов симметрии  $h_1-h_4$  и  $h_{25}-h_{28}$ , тогда как в точечную группу  $(O_h)$  базисной кубической неупорядоченной фазы входят 48 элементов, поэтому вращательное (поворотное) понижение симметрии равно 6. Объем элементарной ячейки этой сверхструктуры составляет  $V = 3a_{B1}^3/2$  и потому понижение трансляционной симметрии равно 3/2. Общее понижение симметрии составляет  $6 \cdot 3/2 = 9$ .

Точечная группа симметрии другой орторомбической (пр. гр.  $C222_1$ ) фазы  $M_3X_2$  включает 2 элемента симметрии  $h_1$  и  $h_2$ . Объем элементарной ячейки этой сверхструктуры  $V = 12a_{B1}^3$ . В соответствии с этим вращательное и трансляционное понижения симметрии равны 24 и 12, а общее понижение симметрии при образовании орторомбической (пр. гр.  $C222_1$ ) сверхструктуры  $M_3X_2$ равно 288.

Моноклинная (пр. гр. C2 (B112)) сверхструктура  $M_3X_2$  имеет точечную группу симметрии 2 (C2), которая включает 2 элемента симметрии  $h_1$  и  $h_4$ , поэтому вращательное понижение симметрии при ее образовании в нестехиометрическом соединении со структурой B1 равно 24. Понижение трансляционной симметрии при образовании этой сверхструктуры равно 9/2, а общее понижение симметрии  $24 \cdot 9/2 = 108$ .

Точечная группа симметрии  $\bar{3}m$  ( $D_{3d}$ ) тригональной (пр. гр.  $P\bar{3}m1$ ) сверхструктуры  $M_3X_2$  включает 4 элемента симметрии  $h_1$ ,  $h_{16}$ ,  $h_{25}$  и  $h_{40}$ . Объем элементарной ячейки этой сверхструктуры  $V = 3a_{B1}^3/4$ . В соответствии с этим вращательное и трансляционное понижения симметрии равны 12 и 3/4, а общее понижение симметрии при образовании тригональной (пр. гр.  $P\bar{3}m1$ ) сверхструктуры  $M_3X_2$  равно  $12 \cdot 3/4 = 9$ . Поскольку общее понижение симметрии при образовании орторомбической (пр. гр. *Immm*) и тригональной (пр. гр.  $P\bar{3}m1$ ) фаз типа  $M_3X_2$  одинаково и равно 9, то эти две фазы можно считать альтернативными. Однако структура тригональной фазы М<sub>3</sub>X<sub>2</sub> существенно отличается от структур орторомбических и моноклинной фаз  $M_3X_2$ . Если рассматривать только неметаллическую подрешетку, то в тригональной (пр. гр.  $P\bar{3}m1$ ) сверхструктуре  $M_3X_2$  в направлении  $[1\bar{1}1]_{B1}$  последовательно чередуются две комплектные атомные плоскости, все узлы которых заняты атомами внедрения, и одна дефектная плоскость, все узлы которой вакантны (см. рис. 5, b). Образование такой сверхструктуры в нестехиометрических соединениях МХ<sub>у</sub> со структурой В1 маловероятно. Это согласуется с термодинамическими расчетами [1,21,27,32], согласно которым образование тригональной (пр. гр.  $P\bar{3}m1$ ) сверхструктуры  $M_3X_2$  в нестехиометрических соединениях МХ<sub>у</sub> невозможно.

Точечные группы симметрии орторомбических (пр. гр. *Іттт* и  $C222_1$ ) и моноклинной (пр. гр. C2 (*B*112)) сверхструктур  $M_3X_2$  не являются подгруппами точечной группы симметрии тригональной (пр. гр.  $P\bar{3}m1$ ) сверхструктуры  $M_3X_2$ . Таким образом, тригональная (пр. гр.  $P\bar{3}1$ ) сверхструктура  $M_3X_2$  по симметрии не связана ни с одной из трех других сверхструктур типа  $M_3X_2$ .

Точечные группы симметрии орторомбической (пр. гр. C222<sub>1</sub>) и моноклинной (пр. гр. C2 (B112)) сверхструктур М<sub>3</sub>Х<sub>2</sub> являются подгруппами точечной группы симметрии орторомбической (пр. гр. Іттт) сверхструктуры М<sub>3</sub>Х<sub>2</sub>. Поэтому наиболее симметричная орторомбическая (пр. гр. Іттт) сверхструктура М<sub>3</sub>Х<sub>2</sub> может быть высокотемпературной фазой относительно орторомбической (пр. гр. С2221) и моноклинной (пр. гр. C2) фаз M<sub>3</sub>X<sub>2</sub>. Более вероятен переход порядок-порядок "орторомбическая (пр. гр. Іттт) фаза  $M_3X_2 \rightarrow$  орторомбическая (пр. гр.  $C222_1$ ) фаза  $M_3X_2$ ", так как в нем общее понижение симметрии максимально и равно 32. При переходе порядок-порядок "орторомбическая (пр. гр. Immm) фаза  $M_3X_2 \rightarrow$  моноклинная (пр. гр. С2) фаза  $M_3 X_2$ " общее понижение симметрии составляет 12 и этот переход исключить нельзя. Точечная группа симметрии моноклинной (пр. гр. C2) фазы  $M_3X_2$  не является подгруппой точечной группы симметрии орторомбической (пр. гр.  $C222_1$ ) фазы  $M_3X_2$ , поэтому превращение порядок-порядок "орторомбическая (пр. гр.  $C222_1$ ) фаза  $M_3X_2 \rightarrow$  моноклинная (пр. гр. C2) фаза  $M_3X_2$ " невозможно; кроме того, при таком превращении вместо понижения происходило бы общее повышение симметрии.

Проведенный анализ позволяет считать, что при понижении температуры в нестехиометрических соединениях  $MX_y$  со структурой B1 возможны две альтернативные последовательности превращений, связанных с упорядоченными фазами типа  $M_3X_2$ : "кубическая (пр. гр.  $Fm\bar{3}m$ ) неупорядоченная фаза  $MX_y \rightarrow$  орторомбическая (пр. гр.  $C222_1$ ) упорядоченная фаза  $M_3X_2$ " и "кубическая (пр. гр.  $Fm\bar{3}m$ ) неупорядоченная фаза  $M_3X_2$ " и "кубическая (пр. гр.  $Fm\bar{3}m$ ) неупорядоченная фаза  $MX_y \rightarrow$  орторомбическая (пр. гр.  $Fm\bar{3}m$ )

гр. *Іттт*) упорядоченная фаза  $M_3X_2 \rightarrow$  моноклинная (пр. гр. *C*2) упорядоченная фаза  $M_3X_2$ ". Обе последовательности включают превращения беспорядок—порядок и порядок—порядок. С учетом общего понижения симметрии более вероятна первая последовательность превращений, заканчивающаяся возникновением орторомбической (пр. гр. *C*222<sub>1</sub>) сверхструктуры  $M_3X_2$ . Переходы между моноклинной (пр. гр. *C*2) и орторомбической (пр. гр. *C*222<sub>1</sub>) упорядоченными фазами  $M_3X_2$  могут происходить как полиморфное превращение.

Если экспериментально какая-либо упорядоченная фаза не обнаруживается, то последовательность превращений и без этой фазы остается физически верной. Следует заметить, что указанные последовательности превращений найдены из симметрийных соображений. В [1,26,27] методом функционала параметров порядка (OPF) показано, что с точки зрения термодинамики образование орторомбических и моноклинной сверхструктур типа  $M_3X_2$  одинаково вероятно и должно происходить при близких температурах.

Наилучшим решением вопроса о последовательности превращений было бы сравнение свободных энергий разных фаз. Для этой цели наиболее приемлемы метод вариации кластеров (CV) [34-36] и метод функционала параметров порядка (OPF) [27,37]. Но даже OPF-метод, специально развитый для описания упорядочения в сильно нестехиометрических соединениях, не позволяет выявить какой-либо разницы в свободных энергиях обсуждаемых сверхструктур  $M_3X_2$  (см., например, [27]). Дело в том, что существующий вариант OPF-метода обеспечивает одновременный учет только параметров дальнего порядка и обусловленных ими ближайших корреляций (или сверхструктурного ближнего порядка), а сверхструктурный ближний порядок в фазах  $M_2X$ одинаков. Однако в упорядоченных фазах помимо корреляций, обусловленных дальним порядком, существуют близкодействующие корреляции, которые не исчезают при температурах T<sub>trans</sub> переходов порядок-беспорядок или порядок-порядок, а сохраняются в некотором температурном интервале вблизи T<sub>trans</sub>, меняясь с температурой. По-видимому, разницу в свободных энергиях фаз  $M_2 X$  с разной симметрией можно будет выявить, если полностью учесть ближний порядок в упорядоченных и неупорядоченной фазах. Но в настоящее время ни CV-, ни ОРГ-метод не позволяют учесть близкодействующие корреляции.

Однако недавний анализ сверхструктурного ближнего порядка и определение вероятностей парных межатомных взаимодействий в нескольких координационных сферах неметаллической подрешетки нестехиометрических соединений  $MX_y$  [38] показали, что выводы метода ОРF можно уточнить. В частности, из результатов определения вероятностей парных взаимодействий следует, что свободные энергии обсуждаемых орторомбических и моноклинной сверхструктур  $M_3X_2$  и их температуры перехода беспорядок—порядок  $T_{\text{trans}}$  должны отличаться [38]. Что касается тригональной (пр. гр.  $P\bar{3}m1$ ) сверхструктуры  $M_3X_2$ , то из данных [38] следует, что для нее  $T_{\text{trans}} = 0$  и образование такой сверхструктуры в нестехиометрических соединениях  $MX_y$  исключено.

### 3. Заключение

Выполненный симметрийный анализ сверхструктур типа М<sub>3</sub>Х<sub>2</sub> дает основание полагать, что при понижении температуры возможны две последовательности превращений, связанных с фазами  $M_3X_2$ . Первая последовательность имеет вид "кубическая (пр. гр. *Fm3m*) неупорядоченная фаза  $MX_{v} \rightarrow$  орторомбическая (пр. гр. Immm) упорядоченная фаза  $M_3X_2 \rightarrow$  орторомбическая (пр. гр. C2221) упорядоченная фаза М<sub>3</sub>X<sub>2</sub>". Альтернативной ей является последовательность "кубическая (пр. гр.  $Fm\bar{3}m$ ) неупорядоченная фаза  $MX_{v} \rightarrow$  орторомбическая (пр. гр. *Immm*) упорядоченная фаза  $M_3X_2 \rightarrow$  моноклинная (пр. гр. C2) упорядоченная фаза М<sub>3</sub>Х<sub>2</sub>". Обе последовательности включают превращения беспорядок-порядок и порядок-порядок. С учетом общего понижения симметрии и имеющихся немногочисленных экспериментальных данных более вероятна первая последовательность превращений, заканчивающаяся образованием орторомбической (пр. гр.  $C222_1$ ) сверхструктуры  $M_3X_2$ .

#### Список литературы

- A.I. Gusev, A.A. Rempel, A.J. Magerl. Disorder and Order in Strongly Nonstoichiometric Compounds: Transition Metal Carbides, Nitrides and Oxides. Springer, Berlin–Heidelberg–N.Y.–London (2001). 607 p.
- [2] А.И. Гусев. Письма в ЖЭТФ 91, 3, 130 (2010).
- [3] А.И. Гусев. ФТТ 52, 9, 1804 (2010).
- [4] A.I. Gusev, A.A. Rempel. J. Phys. C 20, 31, 5011 (1987).
- [5] А.И. Гусев. ЖЭТФ 136, 3, 486 (2009).
- [6] A.I. Gusev, A.S. Kurlov. In: Niobium: Chemical Properties, Applications and Environmental Effects / Eds M. Segers, T. Peeters. Nova Sciences Publ., N Y, 2013. P. 61.
- [7] A.S. Kurlov, A.I. Gusev. Phys. Rev. B 76, 17, 174115 (2007).
- [8] А.С. Курлов, А.И. Гусев. Докл. АН 417, 5, 616 (2007).
- [9] А.С. Курлов, А.И. Гусев. ЖЭТФ 132, 4, 812 (2007).
- [10] А.С. Курлов, С.В. Ремпель, А.И. Гусев. ФТТ **53**, *1*, 164 (2011).
- [11] A.S. Kurlov, A.I. Gusev. Tungsten. Carbides: Structure, Properties and Application in Hardmetals. Springer, Cham– Heidelberg–N.Y.–Dordrecht–London (2013). 256 p.
- [12] А.С. Курлов, А.И. Гусев. Физика и химия карбидов вольфрама. Физматлит, М. (2013). 272 с.
- [13] A.I. Gusev. J. Solid State Chem. **199**, *3*, 181 (2013).
- [14] А.И. Гусев. ЖЭТФ 144, 2, 340 (2013).
- [15] V. Moisy-Maurice. Structure atomique des carbures nonstoechiometriques de metaux de transition. Rapport CEA-R-5127. Commissariat a l'Energie Atomique. Gif-sur-Yvette (France) (1981). 184 p.
- [16] V.N. Lipatnikov, A.A. Rempel, A.I. Gusev. Int. J. Refr. Met. Hard Mater. 15, 1, 61 (1997).
- [17] V. Moisy-Maurice, C.H. de Novion, A.N. Christensen, W. Just. Solid State Commun. 39, 5, 661 (1981).

- [18] C.H. de Novion, B. Beuneu, T. Priem, N. Lorenzelli, A. Finel. In: The Physics and Chemistry of Carbides, Nitrides and Borides / Ed. R. Freer. Kluwer Acad. Publ., Netherlands. (1990). P. 329.
- [19] В.Н. Липатников, А. Коттар, Л.В. Зуева, А.И. Гусев. ФТТ 40, 7, 1332 (1998).
- [20] А.И. Гусев. ФТТ 32, 9, 2752 (1990).
- [21] A.I. Gusev, A.A. Rempel. J. Phys. Chem. Solids 55, 3, 299 (1994).
- [22] А.И. Гусев. Докл. Акад. наук 322, 5, 918 (1992).
- [23] W. Lengauer. Acta Met. Mater. 39, 12, 2985 (1991).
- [24] W. Lengauer, P. Ettmayer. J. Phase Equilibria 14, 2, 162 (1993).
- [25] А.И. Гусев, А.А. Ремпель. Докл. АН 332, 6, 717 (1993).
- [26] А.И. Гусев. Нестехиометрия, беспорядок, ближний и дальний порядок в твердом теле. Физматлит, М. (2007). 856 с.
- [27] А.И. Гусев. УФН 170, 1, 3 (2000).
- [28] А.Г. Хачатурян. Теория фазовых превращений и структура твердых растворов. Наука, М. (1974). 384 с.
- [29] О.В. Ковалев. Неприводимые и индуцированные представления и копредставления федоровских групп. Наука, М. (1986). 368 с.
- [30] A.I. Gusev, A.A. Rempel. Phys. Status Solidi A 135, *1*, 15 (1993).
- [31] А.И. Гусев, А.А. Ремпель. Нестехиометрия, беспорядок и порядок в твердом теле. УрО РАН, Екатеринбург (2001). 580 с.
- [32] A.I. Gusev, A.A. Rempel. Phys. Status Solidi A 163, 2, 273 (1997).
- [33] A.I. Gusev, A.A. Rempel. In: Materials Science of Carbides, Nitrides and Borides / Eds Y.G. Gogotsi, R.A. Andrievski. Kluwer Academic Publishers, Dordrecht (1999). P. 47–64.
- [34] R. Kikuchi. Phys. Rev. 81, 6, 988 (1951).
- [35] J. Hijmans, J. de Boer. Physica 21, 6, 471 (1955).
- [36] В.Г. Вакс, В.И. Зиненко, В.Е. Шнейдер. УФН 141, 4, 629 (1983).
- [37] A.I. Gusev. Philosoph. Mag. B 60, 3, 307 (1989).
- [38] А.С. Курлов, А.И. Гусев. ФТТ 52, 2, 345 (2010).