#### 05,11

# Косвенное взаимодействие ядерных спинов в киральных магнетиках

© В.В. Смагин<sup>1</sup>, М.А. Борич<sup>1,2</sup>, А.П. Танкеев<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Институт физики металлов УрО РАН, Екатеринбург, Россия <sup>2</sup> Уральский федеральный университет им. Б.Н. Ельцина, Екатеринбург, Россия E-mail: v.smagin@mail.ru

(Поступила в Редакцию 7 апреля 2014 г. В окончательной редакции 20 апреля 2014 г.)

> Построен эффективный гамильтониан сул-накамуровского взаимодействия ядерных спинов в гелимагнетике при наличии внешнего магнитного поля, перпендикулярного оси геликоида. Рассчитан вклад внутриграничных и внутридоменных спиновых возбуждений в параметр и эффективный радиус этого взаимодействия. Рассчитаны второй момент и локальное уширение линии ЯМР поглощения, обусловленные косвенным взаимодействием ядерных спинов.

> Работа выполнена по плану НИР ИФМ УрО РАН при частичной поддержке Президиума УрО РАН № 12-У-2-1025.

#### 1. Введение

Сул-накамуровское взаимодействие (СНВ) — косвенное взаимодействие между ядерными спинами в магнитоупорядоченных магнетиках, осуществляемое через спины электронов незаполненных внутренних оболочек магнитных атомов (ионов) [1]. При низких температурах СНВ можно рассматривать как обмен виртуальными магнонами между ядрами различных атомов (испускание магнона одним ядром и его поглощение другим). Эффективный (или корреляционный) радиус СНВ может достигать 10<sup>3</sup> межатомных расстояний.

СНВ приводит к следующим наблюдаемым эффектам [2]. Во-первых, оно ведет к уширению линии ядерного магнитного резонанса (ЯМР), давая вклад во второй момент. При достаточно большой концентрации магнитных ядер этот механизм уширения является одним из основных. Во-вторых, существование дальнодействующего СНВ подтверждается наблюдаемым экспериментально эффектом сдвига частоты ЯМР (пуллингом), зависящим от температуры. Сдвиг частоты ЯМР оказывается пропорциональным величине ядерной намагниченности. Это означает, что при достаточно низких температурах система ядерных спинов в магнетике является нелинейной. Кроме того, здесь возможен и обратный эффект сдвиг частоты электронного спинового резонанса, обусловленный эффективным сверхтонким полем, действующим со стороны ядерных спинов на электронные. В-третьих, из-за достаточно большого радиуса СНВ в такой системе могут существовать коллективные колебания ядерной намагниченности — ядерные спиновые волны [2].

В сложных магнитно-неоднородных системах, например таких, как многодоменные ферромагнетики или магнетики с киральной магнитной солитонной решеткой, СНВ имеет специфику, обусловленную зависимостью его параметров от направления электронной намагниченности в данном месте образца. Анализ особенностей СНВ в таких системах — сложная задача. По-видимому, первой теоретической публикацией, в которой были представлены результаты расчета гамильтониана СНВ в ферромагнетиках с доменной структурой, является работа Винтера [3]. В настоящей работе внимание уделено анализу особенностей этого взаимодействия в перспективных объектах исследования современной физики магнитных явлений — магнетиках с киральной магнитной солитонной решеткой. В основу этого анализа положены результаты исследования ряда статических и динамических свойств киральных магнетиков, опубликованные нами ранее в работах [4,5]. В [4] в рамках спин-волнового приближения проанализированы намагниченность, статическая и динамическая (локальная и интегральная) магнитные восприимчивости. В [5] представлена теория ЯМР в этих магнетиках без учета косвенного взаимодействия ядерных спинов, что справедливо в случае малой концентрации магнитных ядер. При низких температурах (спин-волновое приближение) существенный вклад в корреляцию ядерных спинов вносит СНВ. Для немалой концентрации ядерных спинов его роль может быть даже доминирующей. Цель настоящей работы выявить характерные особенности СНВ в киральных магнетиках.

### 2. Основное состояние и спектр геликоидального ферромагнетика

В качестве простейшей системы, где может реализоваться пространственно-модулированная спиновая структура (ПМСС), рассмотрим ферромагнетик с изотропной обменной энергией, магнитной анизотропией типа легкая плоскость и взаимодействием Дзялошинского-Мория (ДМ), вектор которого направлен вдоль оси "трудного намагничивания". Образец помещен в магнитное поле, ориентированное в плоскости *Оху* (плоскости "легкого намагничивания"). Конкуренция обменного и ДМ-взаимодействий приводит к формированию ПМСС геликоидального типа вдоль оси трудного намагничивания. В магнитном поле, приложенном перпендикулярно этой оси, геликоидальная структура искажается, формируя так называемую солитонную решетку, распределение намагниченности в которой описывается формулой [6,7]

$$\cos(\phi/2) = \operatorname{sn}(z/(\kappa\delta), \kappa), \ \theta = \pi/2, \ 0 \le \phi \le 2\pi, \quad (1)$$

где  $\phi$  и  $\theta$  — полярный и азимутальный углы, описывающие ориентацию намагниченности в сферической системе координат с осью *z* вдоль направления трудного намагничивания и осью *x* вдоль магнитного поля *H*. Модуль эллиптической функции Якоби  $\kappa$  связан с внешним полем соотношением  $\kappa^2/E^2(\kappa) = H/H_{\rm cr}$ . Толщина доменной границы (ДГ) равна

$$\delta = \sqrt{\alpha M_0/H} = a \sqrt{H_E/H}.$$
 (2)

Здесь  $\alpha = a^2 J$ , J — обменный интеграл, a — постоянная решетки,  $H_E = JM_0$  — обменное поле,  $M_0$  — равновесная намагниченность. Критическое поле  $H_{cr}$  равно

$$H_{\rm cr} = M_0 \frac{\pi^2 \sigma^2}{16\alpha} = \frac{\pi^2 H_{\rm D}^2}{16H_E}.$$
 (3)

Оно конкуренцией определяется обменного и ДМ-взаимодействий. Здесь введено обозначение  $H_{\rm D} = M_0 \sigma / a$  — поле Дзялошинского. Период ПМСС равен  $D = 4K\kappa\delta$ , где K — полный эллиптический интеграл первого рода. В полях  $H > H_{\rm cr}$  ПМСС разрушается. Ниже критического поля она представляет собой последовательность ферромагнитных доменов, разделенных 360° доменными границами блоховского типа, — так называемую киральную магнитную солитонную решетку (рис. 1). При достижении магнитным полем значения H<sub>cr</sub> ее период стремится к бесконечности, и ПМСС переходит сначала в неустойчивое состояние с изолированной 360° ДГ, а затем — в соразмерную ферромагнитную фазу.

Спектр электронных спиновых возбуждений в такой системе имеет две ветви [4]. Первая ветвь описывает колебания спинов, локализованных на ДГ (назовем их w-магнонами); вторая ведет себя подобно обычным спиновым волнам внутри домена (назовем их d-магнонами). Отклонение электронной намагниченности от равновесного состояния в представлении вторичного квантования имеет вид [4]

$$M_{l}^{-} = \left(\frac{2\mu_{e}M_{0}}{S}\right)^{1/2} \sum_{\mathbf{k}_{\perp},m} e^{i\mathbf{k}_{\perp}\mathbf{r}_{l}} \left[u_{\mathbf{k}_{\perp}}^{m}(z_{l})\hat{b}_{\mathbf{k}_{\perp}} + v_{\mathbf{k}_{\perp}}^{m*}(z_{l})\hat{b}_{-\mathbf{k}_{\perp}}^{\dagger}\right],$$
(4)

где m = w, d, т.е. имеются два аддитивных вклада в намагниченность, обусловленные w- и d-магнонами. Здесь

Рис. 1. Киральная магнитная солитонная решетка.

 $\mu_e = \hbar \gamma_e = g \mu_B$ ,  $\gamma_e$  — гиромагнитное отношение для электронов, g — фактор спектроскопического расщепления,  $\mu_B$  — магнетон Бора, S — площадь доменной границы,  $\mathbf{k}_{\perp}$  — волновой вектор спиновых волн в плоскости доменной границы,  $\mathbf{r}_l$  — радиус-вектор узла l,  $\hat{b}$  и  $\hat{b}^{\dagger}$  — бозевские операторы. Диагонализирующие коэффициенты в (4) определяются соотношениями

$$u_{\mathbf{k}_{\perp}}^{w}(z) = C_{1w}\psi_{w}(z), \quad v_{\mathbf{k}_{\perp}}^{w}(z) = C_{2w}\psi_{w}(z),$$

$$\psi_{w}(z) = \theta_{2}\left(\frac{\pi z}{2\kappa\delta K}, q\right) \left[\theta_{4}\left(\frac{\pi z}{2\kappa\delta K}, q\right)\right]^{-1}$$

$$= \sqrt{\frac{\kappa}{\kappa'}}\operatorname{cn}\left(\frac{z}{\kappa\delta}, \kappa\right), \quad (5)$$

$$u_{\mathbf{k}}^{d}(z) = C_{1d}\psi_{d}(z), \quad v_{\mathbf{k}}^{d}(z) = C_{2d}\psi_{d}(z),$$

$$\psi_{d}(z, \xi_{n}) = \theta_{1}\left(\frac{\pi(z/(\kappa\delta) + i\xi_{n})}{2K}, q\right)$$

$$\times \left[\theta_{4}\left(\frac{\pi z}{2\kappa\delta K}, q\right)\right]^{-1}\exp\left(-i\frac{z}{\kappa\delta}\frac{n\pi}{2K}\right), \quad (6)$$

где  $\theta_1$ ,  $\theta_2$  и  $\theta_4$  — эллиптические тета-функции Якоби. Также используются принятые обозначения  $q = \exp(-\pi K'/K)$ ,  $K' = K(\kappa')$  и  $\kappa' = \sqrt{1-\kappa^2}$ . Параметр  $\xi_n$  определяется с помощью уравнения

$$-\operatorname{Zn}(\xi,\kappa') - \frac{\pi\xi}{2KK'} + \frac{\operatorname{sn}(\xi,\kappa')\operatorname{dn}(\xi,\kappa')}{\operatorname{cn}(\xi,\kappa')} = \frac{n\pi}{2K},$$
$$n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots,$$

в котором Zn — эллиптическая дзета-функция Якоби. Закон дисперсии и амплитуды *d*-магнонов характеризуются трехмерным волновым вектором  $\mathbf{k} = (\mathbf{k}_{\perp}, k_z)$ , причем *z*-компонента равна  $k_z = \operatorname{sc}(\xi_n, \kappa')$  и оказывается дискретной. Коэффициенты  $C_{1w}$ ,  $C_{2w}$ ,  $C_{1d}$  и  $C_{2d}$ определяются соотношениями

$$C_{1,2}^{w} = \frac{1}{\sqrt{2} \parallel \psi_{w} \parallel} \left[ \frac{\kappa^{2}/\kappa^{2} + k_{\perp}^{2}\delta^{2} + H_{A}/(2H)}{\varepsilon_{\mathbf{k}_{\perp}}^{w}/\omega_{H}} \mp 1 \right]^{1/2},$$
(7)

$$C_{1,2}^{d} = \frac{1}{\sqrt{2} \parallel \psi_{d} \parallel} \left[ \frac{1/\kappa^{2} + k^{2}\delta^{2} + H_{A}/(2H)}{\varepsilon_{\mathbf{k}}^{d}/\omega_{H}} \mp 1 \right]^{1/2},$$
(8)

где  $\|\psi\|^2 = \int_{-2K\kappa\delta}^{2K\kappa\delta} \psi(z)\psi^*(z)dz$  — норма функции,  $H_A = \beta M_0$  — поле одноосной магнитной анизотропии,  $\omega_H = \mu_e H, k_\perp = |\mathbf{k}_\perp|, k = |\mathbf{k}|.$ 

Спектр и энергия активации *w*-мод, локализованных на ДГ, определяются выражениями

$$\varepsilon_{\mathbf{k}_{\perp}}^{w} = \omega_{H} \sqrt{\left(\frac{\kappa'^{2}}{\kappa^{2}} + k_{\perp}^{2} \delta^{2}\right) \left(\frac{\kappa'^{2}}{\kappa^{2}} + k_{\perp}^{2} \delta^{2} + \frac{H_{A}}{H}\right)}, \quad (9)$$

$$\Delta_w = \omega_H \frac{\kappa'}{\kappa} \sqrt{\frac{\kappa'^2}{\kappa^2} + \frac{H_A}{H}}.$$
 (10)

Закон дисперсии и энергия активации спин-волновых *d*-возбуждений определяются соотношениями

$$\varepsilon_{\mathbf{k}_{\perp},k_{z}}^{d} \equiv \varepsilon_{\mathbf{k}}^{d} = \omega_{H} \sqrt{\left(\frac{1}{\kappa^{2}} + k^{2}\delta^{2}\right) \left(\frac{1}{\kappa^{2}} + k^{2}\delta^{2} + \frac{H_{A}}{H}\right)},$$

$$(11)$$

$$\Delta_{d} = \omega_{H} \frac{1}{\kappa} \sqrt{\frac{1}{\kappa^{2}} + \frac{H_{A}}{H}}.$$

$$(12)$$

При  $\kappa \to 1$ , когда магнитное поле становится близким к критическому, *w*-мода "смягчается" ( $\Delta_w \to 0$ ), и солитонная решетка становится неустойчивой по отношению к переходу в соразмерную ферромагнитную фазу.

# 3. Косвенное взаимодействие ядерных спинов в геликоидальном ферромагнетике

Для получения гамильтониана косвенного ядерноядерного взаимодействия через спиновые волны запишем поперечную часть сверхтонкого взаимодействия в виде

$$H_{\rm int} = -\frac{1}{2} \mu_n \sum_{l} \left[ \delta H_l^+ I_l^- + \delta H_l^- I_l^+ \right], \tag{13}$$

где  $\mu_n = \gamma_n \hbar$  — ядерный магнетон,  $\gamma_n$  — гиромагнитное отношение ядра,  $\delta H_l^{\pm} = A \delta M_l^{\pm}$  — поперечные (в локальной системе координат) флуктуирующие компоненты сверхтонкого поля,  $I_l^{\pm}$  — поперечные компоненты спина ядра в локальной системе координат, А — постоянная сверхтонкого взаимодействия. Сверхтонкое взаимодействие предполагается изотропным. Суммирование в формуле (13) идет по узлам магнитных атомов. Взаимодействие (13) можно рассматривать по теории возмущений как поправку к невозмущенному гамильтониану, представляющему собой сумму энергий ядерных спинов в эффективном поле (включающем внешнее и сверхтонкое магнитные поля) и электронных спиновых волн. Эта поправка второго порядка по сверхтонкому взаимодействию к энергии основного состояния ядерной спинсистемы может быть представлена как диагональный матричный элемент от эффективного гамильтониана

$$H_{\rm SN} = \frac{1}{2} \sum_{i,j} U_{ij} I_i^+ I_j^-, \qquad (14)$$

определяющего корреляцию ядерных спинов [1]. Параметр  $U_{ij}$  этого взаимодействия равен

$$U_{ij} = -\left(\mu_n A\right)^2 \frac{\mu_e M_0}{S} \sum_{\mathbf{k}_\perp, m} \psi_m(z_i) \psi_m^*(z_j)$$
$$\times \frac{(C_{1m})^2 + (C_{2m})^2}{\varepsilon_{\mathbf{k}}^m} \exp(i\mathbf{k}_\perp \mathbf{r}_{ij\perp}), \qquad (15)$$

где m = w, d нумерует вклады от w- и d-магнонов,  $\mathbf{r}_{ij} = \mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j$  — вектор, соединяющий ядра в узлах iи j,  $\mathbf{r}_{ij\perp}$  — его проекция на плоскость ДГ,  $z_i, z_j$  координаты вдоль оси геликоида. Функции  $\psi_w(z), \psi_d(z)$ , коэффициенты  $C_{1w}, C_{2w}, C_{1d}, C_{2d}$  и дисперсионные соотношения  $\varepsilon_k^w$ ,  $\varepsilon_k^d$  определены выше (см. (4)–(12)). Параметр (15) не зависит от температуры: для его получения использована линейная теория спиновых волн. В пределе  $r_{ij} \rightarrow 0$  выражение (15) описывает вклад СНВ в собственную энергию ядерных спинов, который приводит к сдвигу ядерных уровней. Первое слагаемое в (15) соответствует взаимодействию ядерных спинов за счет w-магнонов, второе — за счет d-возбуждений. Очевидно, что имеется два типа ядерно-ядерных корреляций: в направлении оси z геликоида и в плоскости, перпендикулярной этой оси.

Рассмотрим сначала вклад возбуждений *w*-типа в это взаимодействие. Переходя от суммирования к интегрированию по  $\mathbf{k}_{\perp}$ , учитывая соотношения (1), (5), (7) и (9), соответствующий параметр СНВ можно представить в виде

$$U^{w}(r_{ij}, z_{i}, z_{j}) = -\frac{(\mu_{n}AM_{0})^{2}}{\omega_{E}} \left(\frac{H}{H_{E}}\right)^{1/2} \times \frac{\kappa}{16\pi(E - \kappa'^{2}K)} \left[K_{0}\left(\frac{r_{ij}}{a}\sqrt{\frac{\kappa^{2}H_{A} + \kappa'^{2}H}{\kappa^{2}H_{E}}}\right) + K_{0}\left(\frac{r_{ij}}{a}\frac{\kappa'}{\kappa}\sqrt{\frac{H}{H_{E}}}\right)\right]\sin(\phi_{i}/2)\sin(\phi_{j}/2), \quad (16)$$

где  $\omega_E = \mu_e H_E$ ,  $r_{ij} = |\mathbf{r}_{ij\perp}|$ ,  $\phi_l \equiv \phi(z_l)$ ,  $K_0$  — модифицированная функция Бесселя второго рода нулевого порядка (или функция Макдональда) с асимптотиками  $K_0(x) \approx \ln(1/x)$  при  $x \to 0$  и  $K_0(x) \approx \sqrt{\pi/2x} \exp(-x)$ при  $x \to \infty$ .

Отметим важную особенность СНВ. Частота ядерных спин-спиновых переходов зависит от координаты вдоль оси геликоида [5]. Обмен ядерных спинов виртуальными магнонами возможен лишь при совпадении их частот с соответствующими частотами ЯМР. Это означает, что взаимодействие электронной и ядерной спиновых



**Рис. 2.** Радиус *w*-вклада в СНВ в зависимости от величины внешнего поля.

подсистем может реализоваться при условии  $z_i = z_j$ . Поэтому полагаем

$$U(r_{ij}, z_i, z_j) \equiv U(r_{ij}, z_i)\delta_{z_i z_j}.$$

Параметр (16) при  $(r_{ij}/a) \gg 1$  имеет асимптотику

$$U_{ij}^{w} = -\frac{(\mu_{n}AM_{0})^{2}}{\omega_{E}} \left(\frac{H}{H_{E}}\right)^{1/2} \frac{\kappa}{16\sqrt{2\pi}(E-\kappa'^{2}K)} \times \left[\sqrt{\frac{r_{1w}}{r_{ij}}} \exp\left(-\frac{r_{ij}}{r_{1w}}\right) + \sqrt{\frac{r_{2w}}{r_{ij}}} \exp\left(-\frac{r_{ij}}{r_{2w}}\right)\right] \sin^{2}(\phi/2),$$
(17)

где  $\phi \equiv \phi_i = \phi_j$ , а величины  $r_{1w}$  и  $r_{2w}$  могут интерпретироваться как эффективные радиусы корреляции

$$r_{1w} = a \frac{\kappa}{\kappa'} \sqrt{\frac{H_E}{H}}, \quad r_{2w} = a \sqrt{\frac{\kappa^2 H_E}{\kappa^2 H_A + \kappa'^2 H}}.$$
 (18)

В параметр СНВ вносят вклад два слагаемых с разными радиусами взаимодейстия, причем их относительный вклад контролируется внешним полем H. В малых магнитных полях ( $\kappa \rightarrow 0$ ) радиусы  $r_{1w}$  и  $r_{2w}$  приблизительно одного и того же порядка, и необходимо учитывать оба вклада в (17). В магнитных полях, близких к критическим, преобладает первое слагаемое, поскольку при  $\kappa \rightarrow 1$  корреляционный радиус  $r_{1w}$  неограниченно возрастает. В этом случае выражение для параметра  $U_{ij}$  имеет вид

$$U_{ij}^{w} = -\frac{(\mu_{n}AM_{0})^{2}}{\omega_{E}} \left(\frac{H}{H_{E}}\right)^{1/2} \frac{\kappa}{16\sqrt{2\pi}(E-\kappa'^{2}K)}$$
$$\times \sqrt{\frac{r_{1w}}{r_{ij}}} \exp\left(-\frac{r_{ij}}{r_{1w}}\right) \sin^{2}(\phi/2).$$
(19)

Это взаимодействие распространяется на достаточно большое расстояние  $r_{ij}$  между ядрами, находящимися

в одной плоскости (плоскости ДГ). Полагая, например,  $H_E \approx 10^5$  Ое и  $H \approx 10^3$  Ое, получаем, что эффективный радиус существенно превышает постоянную решетки:  $r_{1w} \approx 10 a \kappa / \kappa'$ . Поведение эффективного радиуса косвенного взаимодействия  $r_{1w}$  в зависимости от поля приведено на рис. 2. При  $\kappa \to 1$  он логарифмически расходится. Зависимость параметра СНВ  $U_{ii}^w$  от  $r_{ii}$  при различных значениях магнитного поля представлена на рис. 3, а. Для иллюстрации экспоненциального характера спадания параметра  $U_{ij}^w$  с расстоянием  $r_{ij}$  по оси ординат выбран логарифмический масштаб. На рис. 3, b приведена зависимость параметра СНВ от координаты z при различных значениях поля. Точка z = 0 соответствует центру ДГ. Из (19) и рис. 3 следует, что вдоль оси геликоида взаимодействие носит осциллирующий характер. Из рис. 3 также видно, что параметр СНВ принимает максимальное по модулю значение в центре ДГ и минимальное в центре домена. Параметр СНВ на рис. 3 и всех последующих приведен в безразмерной форме  $U_{i\,i}/(\mu_n H_h)$ , где  $H_h = AM_0$  — сверхтонкое поле. При по-



**Рис. 3.** Параметр *w*-вклада в СНВ при различных полях как функция  $r_{ij}$  в точке z = 0 (*a*) и как функция координаты *z* при  $r_{ij} = a$  (*b*) для различных значений поля.

строении зависимостей используются характерные для систем типа  $Cr_{1/3}NbS_2$  значения полей  $H_E = 10^5 \text{ Oe}$ ,  $H_A = 10^4 \text{ Oe}$ ,  $H_h = 3 \cdot 10^5 \text{ Oe}$ ,  $H_{cr} = 2.3 \cdot 10^3 \text{ Oe}$ .

Рассмотрим теперь вклад в СНВ *d*-ветви электронных спиновых возбуждений. Ему соответствует второе слагаемое в выражении (15). Здесь мы не можем перейти к интегрированию по трехмерному волновому вектору **k** в силу дискретности спектра *d*-магнонов по  $k_z$ -компоненте волнового вектора. Однако спектр остается непрерывным по поперечной компоненте  $\mathbf{k}_{\perp}$ . Переходя от суммирования к интегрированию по  $\mathbf{k}_{\perp}$ , учитывая соотношения (1), (6), (8) и (11), параметр СНВ для подсистемы *d*-магнонов можно представить в виде ряда

$$U_{ij}^{d} = -\frac{(\mu_{n}AM_{0})^{2}}{\omega_{E}}\sqrt{\frac{H}{H_{E}}}\sum_{k_{z}}\frac{\kappa\left(\operatorname{sn}^{2}(z/\kappa\delta) + k_{z}^{2}\delta^{2}\right)}{16\pi\left((1+\kappa^{2}k_{z}^{2}\delta^{2})K - E\right)}$$
$$\times \left[K_{0}\left(\frac{r_{ij}}{a}\sqrt{\frac{H(\kappa^{-2}+k_{z}^{2}\delta^{2})}{H_{E}}}\right)\right]$$
$$+ K_{0}\left(\frac{r_{ij}}{a}\sqrt{\frac{H(\kappa^{-2}+k_{z}^{2}\delta^{2}) + H_{A}}{H_{E}}}\right)\right]. \tag{20}$$

При  $H \ge H_{cr}$  мы имеем дело с однородно намагниченным ферромагнетиком. Условие  $z_i = z_j$ , необходимое для реализации СНВ в геликоидальной структуре, автоматически снимается, частота ЯМР становится независимой от координаты z. Энергетический спектр d-магнонов становится непрерывным и параметр  $U_{ij}^d$  можно представить в виде, совпадающем по форме с экранированным кулоновским потенциалом [1]:

$$U_{ij}^{d} = -\frac{1}{8\pi} \frac{(\mu_n A M_0)^2}{\omega_E} \frac{a}{r_{ij}} \exp\left(-\frac{r_{ij}}{r_{0d}}\right).$$
(21)

Здесь  $r_{ij} = |r_{ij}|$  — расстояние между ядрами, находящимися в узлах *i* и *j*, причем  $\mathbf{r}_{ij}$  — трехмерный вектор,  $r_{0d}$  — эффективный радиус СНВ,

$$r_{0d} = a\sqrt{\frac{H_E}{H_{\rm cr}}} = a\frac{4}{\pi}\frac{H_E}{H_D},\tag{22}$$

его величина совпадает с размером доменной границы при  $H \to H_{\rm cr}$ . Полагая, например,  $H_E \approx 10^5$  Ое и  $H_{\rm cr} \approx 10^3$  Ое, получаем, что взаимодействие ядерных спинов распространяется на достаточно большое расстояние  $r_{0d} \approx 10a \gg a$ . Приближенная формула (21) описывает экспоненциально спадающую зависимость параметра  $U_{ij}^d$ . Более точные расчеты этой величины были проведены численно по формуле (20) при тех же значениях материальных параметров, которые использовались при расчете (16). Зависимость параметра  $U_{ij}^d$  от расстояния при различных значениях поля представлена на рис. 4, *a*. Штриховой линией представлен результат, полученный по приближенной формуле (21). Существенные различия наблюдаются лишь в области  $r_{ij}/a \sim 1$ , при больших  $r_{ij}$  теоретическая кривая



**Рис. 4.** Параметр *d*-вклада в СНВ как функция  $r_{ij}$  в точке  $z/\kappa\delta = K$ , соответствующей наибольшему по модулю его значению (*a*), и как функция координаты *z* при  $r_{ij} = a$  (*b*). На части *a* сплошные линии — результат численных расчетов, штриховая линия — результат аналитического приближения (21).

практически совпадает с рассчитанной численно при  $H = 0.999 H_{cr}$ . На рис. 4, *b* представлена зависимость параметра  $U_{ij}^d$  от координаты *z* вдоль оси геликоида, рассчитанная численными методами по общей формуле (20). Параметр  $U_{ij}^d$  принимает наибольшее по модулю значение в центре домена ( $z = K\kappa\delta$ ).

# Сравнительный анализ особенностей ядерной спиновой корреляции в случаях киральной солитонной решетки, 360° и 180° ДГ

В этом разделе приводятся результаты исследования особенностей ядерной спиновой корреляции в полях, близких к критическим, когда система находится вблизи фазового перехода гелимагнетик  $ightarrow 360^\circ \Pi \Gamma 
ightarrow$  соразмерная ферромагнитная фаза. Неустойчивость здесь развивается по *w*-ветви спиновых возбуждений, энергия активации которых при  $H \rightarrow H_{
m cr}~(\kappa \rightarrow 1)$  становится пренебрежимо малой величиной  $\Delta_w \approx \kappa' \sqrt{\omega_A \omega_H}$ . При этом доменная граница становится неустойчивой. "Зафиксировать" ДГ около положения равновесия можно с помощью поля локальной эффективной магнитной анизотропии  $H'_A$ , как это было сделано для 180° ДГ [3]. Задача о спектре возбуждений такой доменной границы рассматривалась в [8-10], где была рассчитана "мягкая мода", определены ее амплитуда и закон дисперсии. В этих работах также была учтена магнитостатическая энергия, обусловленная выходом намагниченности из плоскости ДГ при ее колебаниях около положения равновесия.

Используя данные, полученные в [8–10], мы рассчитали соответствующий параметр СНВ с учетом поля локальной эффективной магнитной анизотропии  $H'_A$ 

$$U_{ij}^{w} = -\frac{(\mu_{n}AM_{0})^{2}}{8\pi\omega_{E}} \left(\frac{H}{H_{E}}\right)^{1/2} \left[K_{0}\left(\frac{r_{ij}}{a}\sqrt{\frac{H_{A}'}{H_{E}}}\right) + K_{0}\left(\frac{r_{ij}}{a}\sqrt{\frac{H_{A}+4\pi M_{0}-\frac{8}{3}H}{H_{E}}}\right)\right] \sin^{2}(\phi/2),$$
(23)

где  $4\pi M_0$  — размагничивающее поле, связанное с выходом намагниченности из плоскости доменной границы. Отсюда в асимптотике  $(r_{ij}/a) \gg 1$  получаем

$$U_{ij}^{w} = -\frac{(\mu_{n}AM_{0})^{2}}{8\sqrt{2\pi}\omega_{E}} \left(\frac{H}{H_{E}}\right)^{1/2} \times \left[\sqrt{\frac{r_{3w}}{r_{ij}}}\exp\left(-\frac{r_{ij}}{r_{3w}}\right) + \sqrt{\frac{r_{4w}}{r_{ij}}}\exp\left(-\frac{r_{ij}}{r_{4w}}\right)\right] \sin^{2}(\phi/2),$$
(24)

где  $r_{3w}$  и  $r_{4w}$  — эффективные радиусы корреляции,

$$r_{3w} = a \sqrt{\frac{H_E}{H'_A}}, \quad r_{4\omega} = a \sqrt{\frac{H_E}{H_A + 4\pi M_0 - \frac{8}{3}H}}.$$
 (25)

В работах [8–10] было показано, что потеря устойчивости 360° доменной границы происходит в поле  $H_{\rm cr} \approx (H_A + 4\pi M_0)/3$ . Очевидно, что с ростом внешнего магнитного поля вплоть до его критических значений величина эффективного радиуса  $r_{4w}$  растет. В критическом магнитном поле его величина становится равной

$$r_{4w} = 3a \sqrt{\frac{H_E}{H_A' + 4\pi M_0}} \gg a.$$
 (26)

Полученное соотношение по порядку величины совпадает с радиусом косвенного взаимодействия в однородно намагниченном ферромагнетике [1]. Первое слагаемое



**Рис. 5.** Параметр *w*-вклада в СНВ в 360° ДГ как функция  $r_{ij}$  в точке z = 0 (*a*) и как функция координаты *z* при  $r_{ij} = a$  (*b*).

в (24) будет доминировать, поскольку  $r_{3w} \gg r_{4w}$ . Тогда параметр СНВ имеет вид

$$U_{ij}^{w} = -\frac{(\mu_{n}AM_{0})^{2}}{8\sqrt{2\pi}\omega_{E}} \left(\frac{H}{H_{E}}\right)^{1/2} \times \sqrt{\frac{r_{3w}}{r_{ij}}} \exp\left(-\frac{r_{ij}}{r_{3w}}\right) \sin^{2}(\phi/2).$$
(27)

Зависимость параметра (27) от расстояния в плоскости ДГ приведена на рис. 5, *a*, а его зависимость от координаты *z* — на рис. 5, *b*. Заметим, что эффективный радиус косвенного взаимодействия  $r_{3w}$  является конечной величиной вплоть до критического поля, при котором происходит потеря устойчивости ДГ. Таким образом, поле локальной эффективной магнитной анизотропии не только фиксирует доменную границу, но и ограничивает радиус СНВ. Сравнивая соотношения (19) и (27), заметим, что по структуре аналитические выражения для параметра СНВ совпадают, хотя эффективные радиусы ядерной спин-спиновой корреляции имеют различную природу. Если в случае киральной солитонной решетки эффективный радиус СНВ полностью определяется внешним магнитным полем, то в случае 360° ДГ — "локальной" магнитной анизотропией, соответствующей энергии, удерживающей границу в положении равновесия.

Сравним параметры и эффективные радиусы СНВ 360° и 180° ДГ. Такое сравнение представляет интерес в связи с тем, что 360° ДГ может быть рассмотрена как две 180° границы. Используя выражения для спектра и амплитуд спин-волновых возбуждений, приведенные в [11], параметр СНВ для 180° ДГ можно представить в виде

$$U_{ij}^{w} = -\frac{(\mu_{n}AM_{0})^{2}}{16\pi\omega_{E}} \left(\frac{H_{A}}{H_{E}}\right)^{1/2} \times \left[K_{0}\left(\frac{r_{ij}}{a}\sqrt{\frac{H_{A}}{H_{E}}}\right) + K_{0}\left(\frac{r_{ij}}{a}\sqrt{\frac{2\pi M_{0}}{H_{E}}}\right)\right] \sin^{2}\phi.$$
(28)

В асимптотике при  $r_{ij} \to \infty$ 

$$U_{ij}^{w} \approx -\frac{(\mu_{n}AM_{0})^{2}}{16\sqrt{2\pi}\omega_{E}} \left(\frac{H_{A}}{H_{E}}\right)^{1/2} \sqrt{\frac{r_{3w}}{r_{ij}}} \exp\left(-\frac{r_{ij}}{r_{3w}}\right) \sin^{2}\phi.$$
(29)

Сформулируем результаты сравнения параметров и эффективных радиусов СНВ для 360 и 180°. Во-первых, параметры СНВ  $U_{ij}^w$  отличаются численным множителем. Во-вторых, в случае 180° ДГ магнитное поле заменяется полем кристаллографической магнитной анизотропии. В-третьих, координатные зависимости существенно различаются. Эффективные радиусы СНВ для обоих типов ДГ совпадают по структуре и определяющим их взаимодействиям.

### Особенности спин-спиновой ядерной релаксации в геликоидальном ферромагнетике

СНВ в веществах с большой концентрацией магнитных ядер существенно влияет на спин-спиновую релаксацию и ширину линии ЯМР. Известно, что измеренная экспериментально ширина линии ядерного резонанса в магнетиках при достаточно низких температурах намного больше, чем можно было ожидать исходя из прямого дипольного взаимодействия между магнитными моментами ядер [12]. Этот эффект может быть объяснен вкладом СНВ в ширину линии ЯМР, который становится существенным в области низких температур.

Для вычисления ширины линии, обусловленной косвенным взаимодействием ядерных спинов через электронные спиновые волны, воспользуемся методом моментов. Полагая, что релаксация описывается гауссовой формой линии, рассчитаем ее второй момент и связанную с ним полуширину линии Г. Для магнетиков



Рис. 6. Локальная ширина линии при различных значениях поля, обусловленная СНВ.

они определяются формулой Ван-Флека [1], которую в нашем случае можно представить в виде двух слагаемых

$$\Gamma = \sqrt{M_2} \left\{ \frac{1}{3} I(I+1) \sum_{i \neq j} \left( (U_{ij}^w)^2 + (U_{ij}^d)^2 \right) \right\}^{1/2}$$
$$= \sqrt{M_2^w + M_2^d}.$$
(30)

Здесь *I* — спин ядра, а суммирование ведется по узлам магнитных атомов і и ј. В качестве простейшей модели для расчета моментов была выбрана квадратная решетка со стороной а в поперечной плоскости. Сумма вдоль оси z геликоида по одному из индексов i, j снимается б-символом, обусловленным особенностью СНВ:  $U(r_{ij}, z_i, z_j) = U(r_{ij}, z_i)\delta_{z_i, z_j}$ . Отсюда следует, что ширина линии становится зависящей от координаты z (локальная ширина линии). Результаты расчета приведены на рис. 6. Из проведенного анализа следует, что локальная ширина линии, обусловленная СНВ, осциллирует вдоль оси геликоида с периодом, равным полупериоду геликоидальной структуры ( $\Gamma \sim U_{ij} \sim \sin^2(\phi/2)$ ). Полученный результат можно считать качественно согласующимся с выводами экспериментальной работы [13], авторы которой показали, что в системе с ПМСС (например, BiFeO<sub>3</sub>) взаимодействие ядерной подсистемы с внутриграничными магнонами приводит к пространственной периодичности локальной ширины линии ЯМР поглощения и скорости спин-спиновой релаксации.

Представленный на рис. 6 результат демонстрирует следующие особенности ядерной спин-спиновой релаксации. Форма локальной ширины линии существенно зависит от величины магнитного поля. В малых полях, например при  $H < 0.5H_{\rm cr}$ , ширина линии имеет минимумы в центре доменных границ, а максимумы — в



**Рис. 7.** Интегральная ширина линии, обусловленная СНВ,  $\Gamma = \sqrt{M_2^w + M_2^d}$  как функция внешнего магнитного поля.

центре домена. Здесь доминирующим является вклад *d*-моды. С увеличением поля ( $H \approx 0.7 H_{\rm cr}$ ) в центре ДГ появляется локальный максимум, обусловленный конкурирующим влиянием *w*-моды. При дальнейшем увеличении поля максимум в центре ДГ растет как  $\Gamma_{\rm max} \sim -\ln(1 - H/H_{\rm cr})$ . При этом ширина линии во внутридоменной области, обусловленная *d*-модой, практически не меняется. Из проведенного анализа следует, что в окрестности критического поля вклад в ширину линии СНВ вносят главным образом *w*-магноны.

На рис. 7 представлена интегральная ширина линии:  $\Gamma = L^{-1} \int_L \Gamma(z) dz$ , где L — размер домена. Как видно из рис. 7, ширина линии существенно возрастает при  $H \to H_{\rm cr}$ .

#### 6. Заключение

В работе приведены результаты расчета косвенного взаимодействия ядерных спинов в киральном гелимагнетике в магнитном поле, перпендикулярном оси геликоида. Основное состояние и спектр спиновых возбуждений в такой системе определяются величиной магнитного поля. Локальные, интегральные характеристики ЯМР и параметры сул-накамуровского взаимодействия также существенно зависят от него. Это обстоятельство позволяет считать ядерный спин "тонким" динамическим зондом, "чувствующим" эволюцию основного состояния при изменении магнитного поля. В настоящей работе рассчитаны параметры и радиусы корреляции СНВ. Проанализированы их координатные и полевые зависимости. Исследовано поведение параметров СНВ вблизи фазового перехода гелимагнетик  $\rightarrow 360^{\circ}$  ДГ  $\rightarrow ферромаг$ нитно упорядоченное состояние. Показано, что радиус

корреляции ядерно-ядерного взаимодействия, обусловленного обменом магнонами *w*-типа, вблизи фазового перехода возрастает, тогда как в случае *d*-магнонов радиус СНВ остается практически постоянным. Рассчитана также локальная ширина линии, обусловленная СНВ. Показано, что в малых магнитных полях в локальной ширине линии ЯМР поглощения доминирует вклад от *d*-магнонов, а в полях, близких к критическим, — от *w*-магнонов. Интегральная ширина линии существенно возрастает вблизи критического значения поля. Важно также, что в киральных магнетиках внешнее магнитное поле дает возможность управлять корреляцией между соседними и достаточно удаленными ядерными спинами. Это обстоятельство позволяет говорить о возможности управления коллективными ЯМР-эффектами, такими как динамический сдвиг частоты и формирование ядерных спиновых волн. Полученные результаты могут быть востребованными при изучении материалов с модулированной магнитной структурой (кубических и одноосных гелимагнетиков) вблизи точек магнитных фазовых переходов. В последние годы эти материалы являются объектом пристального изучения магнитологов [14,15].

Авторы благодарят М.И. Куркина за обсуждение результатов работы и критические замечания.

#### Список литературы

- [1] Е.А. Туров, М.П. Петров. Ядерный магнитный резонанс в ферро- и антиферромагнетиках. Наука, М. (1969). 368 с.
- [2] М.И. Куркин, Е.А. Туров. ЯМР в магнитоупорядоченных веществах и его применение. Наука, М. (1990). 248 с.
- [3] J.M. Winter. Phys. Rev. 124, 452 (1961).
- [4] А.П. Танкеев, М.А. Борич, В.В. Смагин. ФММ 115, 455 (2014).
- [5] А.П. Танкеев, М.А. Борич, В.В. Смагин. ФММ 115, 248 (2014).
- [6] Ю.А. Изюмов. Дифракция нейтронов на длиннопериодических структурах. Атомиздат, М. (1987). 200 с.
- [7] Т.К. Соболева, Е.П. Стефановский, В.В. Тарасенко. ФТТ 22, 2353 (1980).
- [8] Ю.Г. Райдугин, М.И. Куркин, А.П. Танкеев. ФММ 61, 472 (1986).
- [9] Ю.Г. Райдугин, М.И. Куркин, А.П. Танкеев. ФММ **62**, 48 (1986).
- [10] В.Н. Седышкин, А.П. Танкеев. ФММ 67, 1068 (1989).
- [11] Б.Н. Филиппов, А.П. Танкеев. Динамические эффекты в ферромагнетиках с доменной структурой. Наука, М. (1987). 215 с.
- [12] А. Нарат. ЯМР в магнетиках и металлах. Сверхтонкие взаимодействия в твердых телах. Избранные лекции и обзоры / Пер. с англ. под ред. Е.А. Турова. Мир, М. (1970). С. 163–236.
- [13] А.В. Залесский, А.А. Фролов, А.К. Звездин, А.А. Гиппиус, Е.Н. Морозова, Д.Ф. Хозеев, А.С. Буш, В.С. Покатилов. ЖЭТФ 122, 116 (2002).
- [14] Ф.Б. Мушенок. ФТТ 55, 2362 (2013).
- [15] N.J. Ghimire, M.A. McGuire, D.S. Parker, B. Sipos, S. Tang, J.-Q. Yan, B.C. Sales, D. Mandrus. Phys. Rev. B 87, 104403 (2013).