Журнал технической физики, 2014, том 84, вып. 9

11

Электродинамический анализ зеркальных антенн самосогласованным методом

© *Д.С. Клюев, Ю.В. Соколова*

Поволжский государственный университет телекоммуникаций и информатики,
443010 Самара, Россия
e-mail: klyuevd@yandex.ru

(Поступило в Редакцию 29 января 2014 г.)

Работа посвящена электродинамическому анализу зеркальных антенн (ЗА) самосогласованным методом. Математическая модель таких антенн сведена к системе двумерных гиперсингулярных интегральных уравнений (ГСИУ). В качестве примера проведен анализ ЗА с рефлектором в виде параболического цилиндра. Представлены диаграммы направленности такой антенны, а также распределения плотности токов на поверхностях рефлектора и облучателя.

Анализ любой ЗА сводится к решению задачи дифракции электромагнитной волны, возбуждаемой облучателем, на рефлекторе (зеркале). Как известно, существует ряд методов решения подобных задач, среди которых можно выделить следующие: метод геометрической оптики, метод физической оптики и асимптотические методы (геометрическая теория дифракции (ГТД) и физическая теория дифракции (ФТД)). Эти методы имеют ряд существенных ограничений, одно из которых — это невозможность корректного расчета поля в ближней зоне излучения, что очень важно при решении задач электромагнитной совместимости.

В последние десятилетия разработаны строгие методы, основанные на решении уравнений Максвелла методом конечных разностей во временной области, например, метод FDTD. Он применен, в частности, в распространенных в настоящее время коммерческих программах CST MicrowaveStudio и Ansoft HFSS. Однако для расчета сложных антенных систем с помощью этих программ требуются громадные вычислительные ресурсы.

Этих недостатков лишен метод интегральных уравнений. Общий подход к решению задач дифракции таким методом развит в работах А.С. Ильинского. В [1] последовательно исследуются математические модели теории дифракции, дано математическое обоснование корректности математических задач, исследованы вопросы существования и единственности решений задач теории дифракции. Метод сингулярных интегральных уравнений для электродинамического анализа одномерных излучающих структур развит в работах В.А. Неганова [2]. Решение задач дифракции на незамкнутых поверхностях методом ГСИУ [3] описано в [4]. В настоящей работе описан метод электродинамического анализа ЗА, основанный на математическом аппарате ГСИУ.

При расчете будем использовать следующую физическую модель ЗА. ЗА в общем случае может иметь несколько рефлекторов и облучателей, а антенная система может состоять из нескольких ЗА, и так как их электродинамический анализ выполняется по одному принципу, то при общей постановке задачи не будем делать разницы между рефлекторами и облучателями, а назовем их излучающими структурами. Итак, ЗА представляет собой N излучающих структур (рис. 1). Каждая n-я излучающая структура представляет собой бесконечно тонкую идеально проводящую поверхность S_n, возбуждаемую электромагнитным полем, которое в общем случае является суперпозицией полей волн, отраженных от других структур и стороннего поля, возбужденного генератором, подключенного к данной структуре, если данная структура является облучателем. Как конкретно происходит запитывание облучателей, в настоящей работе не рассматривается, предполагается лишь, что питающий фидер идеально согласован с облучателем. Справедливо следующее выражение для определения напряженности электрического поля $\mathbf{E}$, возбуждаемого токами всех N излучателей, входящих в состав антенны,

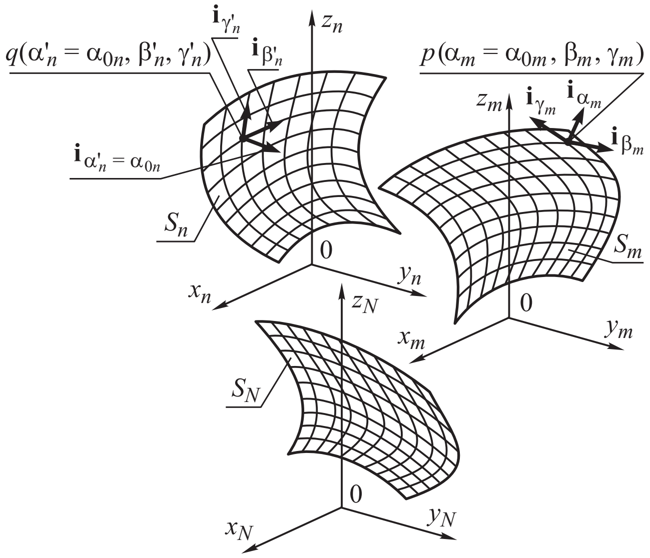

Рис. 1. Геометрия зеркальной антенны с произвольной формой рефлекторов и облучателей.

в данной точке пространства:

$$i\omega\varepsilon_a \mathbf{E} = \sum_{n=1}^{N} \int_S \Big[k^2 \boldsymbol{\eta}_n(q) G(p,q) + \mathrm{grad}_p \mathrm{div}_p \big(\boldsymbol{\eta}_n(q) G(p,q)\big)\Big] dS, \qquad (1)$$

где ω — циклическая частота, ε_a — абсолютная диэлектрическая проницаемость среды, k — волновое число, $G(p,q)$ — функция Грина, p, q — координаты точки наблюдения и точки источника соответственно, S_n — излучающая поверхность, $\boldsymbol{\eta}_n(q)$ — плотность полного тока, наведенного на поверхности S_n (т. е. сумма плотностей токов, наведенных на обеих ее сторонах) [4]. Индекс p в операторах div и grad означает, что дифференцирование производится по координатам точек наблюдения. Используя известное соотношение [5]

$$\mathrm{div}_p\big(\boldsymbol{\eta}_n(q) G(p,q)\big) = \big(\mathrm{grad}_p G(p,q), \boldsymbol{\eta}_n(q)\big) + G(p,q) \mathrm{div}_p \boldsymbol{\eta}_n(q)$$

и учитывая, что в рассматриваемом случае $\mathrm{div}_p \boldsymbol{\eta}_n(q) = 0$, выражение (1) можно преобразовать к виду

$$i\omega\varepsilon_a \mathbf{E} = \sum_{n=1}^{N} \int_S \Big[k^2 \boldsymbol{\eta}_n(q) G(p,q) + \mathrm{grad}_p \big(\mathrm{grad}_p G(p,q), \boldsymbol{\eta}_n(q)\big)\Big] dS. \qquad (2)$$

Каждый n-й излучатель привяжем к системе координат. В общем случае это криволинейная система координат, причем для удобства дальнейших расчетов для каждой n-й структуры выберем свою систему координат $\alpha_n, \beta_n, \gamma_n$ в соответствии с их геометрической формой. Излучающая поверхность n-го излучателя S_n совпадает с частью координатной поверхности $\alpha_n = \alpha 0_n$, ограниченной по координате β_n отрезком $[\beta_{n1}, \beta_{n2}]$, а по координате γ_n отрезком $[\gamma_{n1}, \gamma_{n2}]$. Плотность тока на поверхности излучателя $\boldsymbol{\eta}_n(q)$ будет иметь лишь две составляющие (касательные к поверхности S_n) — $\eta_{n\beta'}$ и $\eta_{n\gamma'}$. Переходя от векторных выражений (2) к скалярным и подставляя их в граничные условия $E_{m\,\tau_m} = -E^{\mathrm{ext}}_{m\,\tau_m}$ $(\tau_m = \beta_m, \gamma_m)$, где $E^{\mathrm{ext}}_{m\,\tau_m}$ — тангенциальная составляющая напряженности стороннего электрического поля на поверхности m-го излучателя, равная напряженности поля волны, подведенной от генератора, если структура является облучателем, и равная нулю, если структура является рефлектором, можно записать следующую систему интегральных уравнений относительно неизвестных составляющих плотности тока на излучателях — $\eta_{n\beta'}$ и $\eta_{n\gamma'}$:

$$-i\omega\varepsilon_a E^{\mathrm{ext}}_{m\,\tau_m} = \sum_{n=1}^{N} \int_{\beta_{n1}}^{\beta_{n2}} \int_{\gamma_{n1}}^{\gamma_{n2}} \Bigg[k^2 (\eta_{n\beta'} \xi_{\beta'_n \tau_m} + \eta_{n\gamma'} \xi_{\gamma'_n \tau_m}) G_{nm} + \frac{1}{h_{\tau_m}} \frac{\partial}{\partial \tau_m} \Bigg(\frac{1}{h_{\alpha_m}} \frac{\partial G_{nm}}{\partial \alpha_m} (\eta_{n\beta'} \xi_{\beta'_n \alpha_m} + \eta_{n\gamma'} \xi_{\gamma'_n \alpha_m}) + \frac{1}{h_{\beta_m}} \frac{\partial G_{nm}}{\partial \beta_m} (\eta_{n\beta'} \xi_{\beta'_n \beta_m} + \eta_{n\gamma'} \xi_{\gamma'_n \beta_m}) + \frac{1}{h_{\gamma_m}} \frac{\partial G_{nm}}{\partial \gamma_m} (\eta_{n\beta'} \xi_{\beta'_n \gamma_m} + \eta_{n\gamma'} \xi_{\gamma'_n \gamma_m}) \Bigg) \Bigg] h_{\beta'_n} h_{\gamma'_n} d\beta'_n d\gamma'_n, \qquad (3)$$

где

$$G_{nm} = G(\alpha 0_m, \beta_m, \gamma_m, \alpha 0_n, \beta'_n, \gamma'_n) = \frac{\exp[-ikR(\alpha 0_m, \beta_m, \gamma_m, \alpha 0_n, \beta'_n, \gamma'_n)]}{4\pi R(\alpha 0_m, \beta_m, \gamma_m, \alpha 0_n, \beta'_n, \gamma'_n)},$$

$$R_{nm}(\alpha 0_m, \beta_m, \gamma_m, \alpha 0_n, \beta'_n, \gamma'_n) = \Big[\big(x(\alpha 0_m, \beta_m, \gamma_m) - x(\alpha 0_n, \beta'_n, \gamma'_n)\big)^2 + \big(y(\alpha 0_m, \beta_m, \gamma_m) - y(\alpha 0_n, \beta'_n, \gamma'_n)\big)^2 + \big(z(\alpha 0_m, \beta_m, \gamma_m) - z(\alpha 0_n, \beta'_n, \gamma'_n)\big)^2\Big]^{\frac{1}{2}},$$

$h_{\alpha,\beta,\gamma}$ — коэффициенты Ламе, R_{nm} — расстояние от точки источника $q(\alpha 0_n, \beta'_n, \gamma'_n)$, находящейся на поверхности n-го излучателя $(n = \overline{1, N})$, до точки наблюдения $p(\alpha 0_m, \beta_m, \gamma_m)$, находящейся на поверхности m-го излучателя $(m = \overline{1, N})$, ξ_{qp} — элементы матрицы ортогонального поворота, которые по сути являются проекциями единичных ортов $\mathbf{i}_{\alpha'}, \mathbf{i}_{\beta'}, \mathbf{i}_{\gamma'}$ на единичные орты $\mathbf{i}_\alpha, \mathbf{i}_\beta, \mathbf{i}_\gamma$ при переносе первых параллельно самим себе из точки источника $q(\alpha', \beta', \gamma')$ в точку наблюдения $p(\alpha, \beta, \gamma)$.

Некоторые ядра интегральных уравнений (3) являются сингулярными и гиперсингулярными, так как при $R_{nm} = 0$ они обращаются в бесконечность. Такая ситуация возможна только для слагаемого с $n = m$, которое

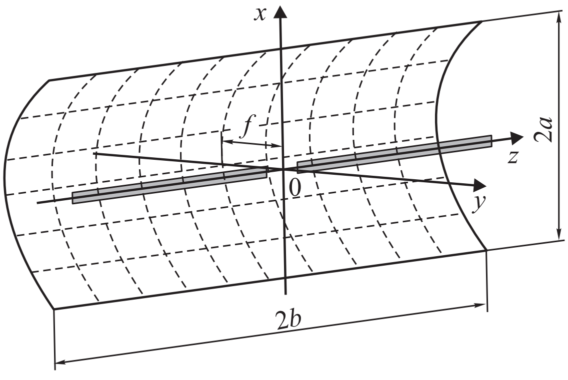

Рис. 2. Зеркальная антенна с рефлектором в виде параболического цилиндра.

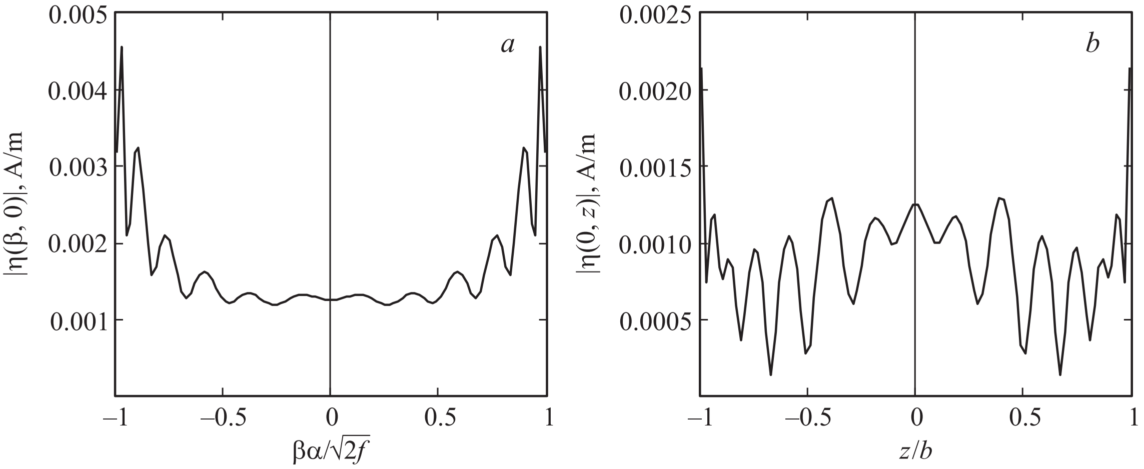

Рис. 3. Распределение плотности тока на рефлекторе: a — сечение $z = 0$, b — сечение $\beta = 0$.

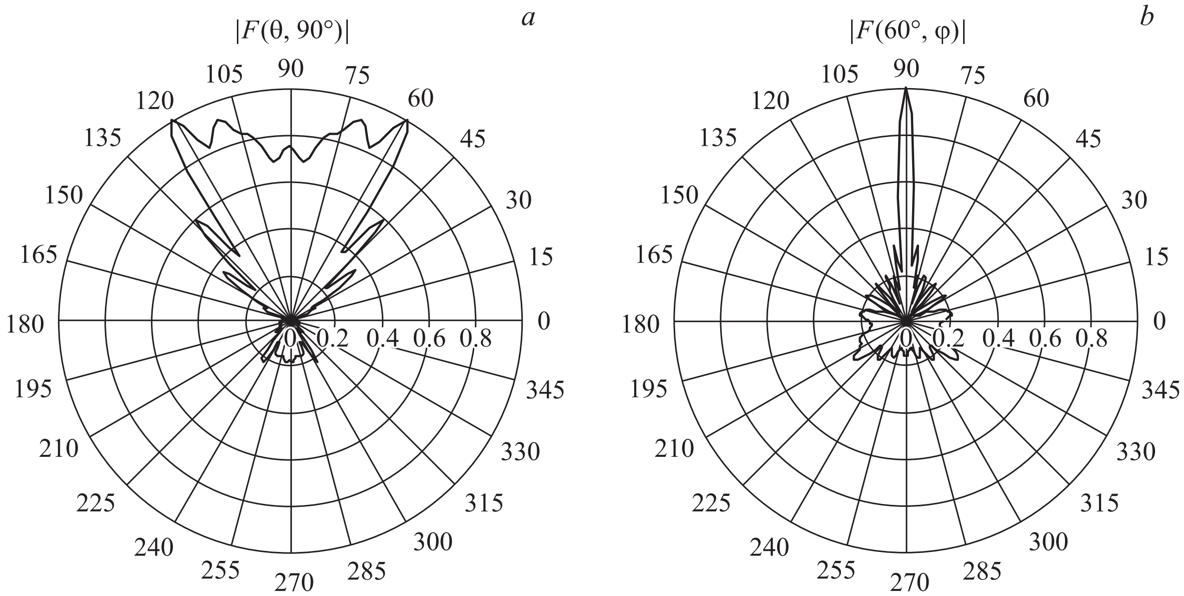

Рис. 4. Диаграммы направленности зеркальной антенны с рефлектором в виде параболического цилиндра: a — $F(\theta, 90^\circ)$ (в горизонтальной плоскости $\varphi = 90^\circ$), b — $F(60^\circ, \varphi)$ (в вертикальной плоскости $\theta = 60^\circ$).

соответствует полю, наводимому токами излучателя на его же собственной поверхности. Для того чтобы упростить в дальнейшем численный алгоритм решения этой системы, необходимо выделить особенности в сингулярных и гиперсингулярных ядрах следующим образом. Необходимо к функции Грина G_{mm} прибавить и вычесть слагаемое

$$G_{m0} = \frac{1}{4\pi}\left(\frac{1}{R_{mm}} - ik - \frac{k^2 R_{mm}}{2}\right).$$

Функция G_{m0} является произведением разложения функции $\exp(-ikR_{mm})$ в ряд Тейлора в окрестности точки $R_{mm} = 0$ на R_{mm}^{-1}. После выделения особенностей решить систему ГСИУ (3) можно, например, методом дискретных вихрей [3].

В качестве примера рассмотрим ЗА с рефлектором в виде параболического цилиндра. Рефлектор представляет собой бесконечно тонкий идеально проводящий параболический цилиндр с фокусом f (рис. 2). Его раскрыв (апертура) имеет конечные размеры $2a \times 2b$. Рефлектор возбуждается облучателем. В качестве облучателя использован полосковый вибратор, который представляет собой бесконечно тонкую идеально проводящую полоску длиной $2l$ и шириной $2w$, возбуждаемую в зазоре шириной 2Δ генератором высокой частоты. Ширина вибратора много меньше его длины и длины волны, поэтому при дальнейшем анализе учитывается лишь продольная составляющая плотности тока на его поверхности $\eta_{z'}^{\text{refl}}$, т. е. будем считать $\eta_{x'}^{\text{refl}} = 0$. Для анализа облучателя (вибратора) будем использовать декартову систему координат, а для анализа рефлектора удобно использовать систему координат параболического цилиндра α, β, z [5]. Система ГСИУ (3) позволяет использовать для анализа рефлектора и облучателя различные системы координат.

Были рассчитаны характеристики ЗА с рефлектором в виде параболического цилиндра с апертурой $10\lambda \times 10\lambda$ и фокусом $f = 3\lambda$. В качестве облучателя использован полуволновый вибратор $(2l = 0.5\lambda)$ шириной $2w = 0.05\lambda$, расположенный в фокусе рефлектора.

На рис. 3 представлены распределения модуля плотности тока на поверхности рефлектора

$$\left|\sqrt{\eta_\beta^2(\beta, z) + \eta_z^2(\beta, z)}\right|$$

(a — сечение $z = 0$, b — сечение $\beta = 0$).

На рис. 4 представлены диаграммы направленности. Как видно из рисунка, основная часть энергии падающей волны отражается от зеркала, однако так как зеркало имеет конечные размеры, часть ее проходит за него. В вертикальной плоскости происходит фокусировка. Результаты расчетов совпали с результатами численного моделирования в системе CST Microwave Studio. Предложенной методикой несложно рассчитывать характеристики ЗА с рефлекторами более сложной формы (параболоид, гиперболоид и т.д.), а также с другими облучателями.

Список литературы

[1] *Ильинский А.С., Кравцов В.В., Свешников А.Г.* Математические модели электродинамики. М.: Высшая школа, 1991. 224 с.
[2] *Неганов В.А.* Физическая регуляризация некорректных задач электродинамики. М.: Сайнс-Пресс, 2008. 450 с.
[3] *Вайникко Г.М., Лифанов И.К., Полтавский Л.Н.* Численные методы в гиперсингулярных интегральных уравнениях и их приложения. М.: Янус-К, 2001. 508 с.
[4] *Давыдов А.Г., Захаров Е.В., Пименов Ю.В.* Метод численного решения задач // ДАН СССР. 1984. Т. 276. № 1. С. 96–100.
[5] *Анго А.* Математика для электро- и радиоинженеров. Пер. с франц. / Под ред. К.С. Шифрина. М.: Наука, 1965. 780 с.